수학 영역

5지선다형

1. 좌표평면에 두 점 A$(-3,\ 1)$, B$(1,\ k)$가 있다. 점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 P라 하고, 점 B를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 점을 Q라 하자. 직선 BP와 직선 PQ가 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은? [4점]**(오답률: 55.77% / 나형 9위)**

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2. 좌표평면에서 원 $C : x^2+y^2-4x-2ay+a^2-9=0$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 원 C는 원점을 지난다.
(나) 원 C는 직선 $y=-2$와 서로 다른 두 점에서 만난다.

원 C와 직선 $y=-2$가 만나는 두 점 사이의 거리는? (단, a는 상수이다.) [4점]**(오답률: 58.43% / 나형 7위)**

① $4\sqrt{2}$ ② 6 ③ $2\sqrt{10}$
④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

3. 은행 A 또는 은행 B를 이용하는 고객 중 남자 35명과 여자 30명을 대상으로 두 은행 A, B의 이용 실태를 조사한 결과가 다음과 같다.

(가) 은행 A를 이용하는 고객의 수와 은행 B를 이용하는 고객의 수의 합은 82이다.
(나) 두 은행 A, B 중 한 은행만 이용하는 남자 고객의 수와 두 은행 A, B 중 한 은행만 이용하는 여자 고객의 수는 같다.

이 고객 중 은행 A와 은행 B를 모두 이용하는 여자 고객의 수는? [4점]**(오답률: 41.29% / 가형 10위)**

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 두 집합

$A=\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$,

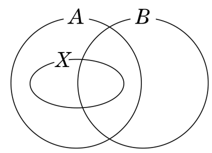
$B=\{x \mid x$는 6 이상 15 이하의 자연수$\}$

가 있다. 다음은

$X \subset A$, $n(X \cup B)=12$

를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하는 과정이다.

$X \subset A$이므로 세 집합 A, B, X를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$X_1 = X \cap (A-B)$, $X_2 = X \cap (A \cap B)$ 라 하면
$X = X_1 \cup X_2$이고 $X_1 \cap X_2 = \varnothing$ 이다.
(i) $n(X \cup B)=12$이고 $n(B)=10$이므로
$n(X_1)=$ $\boxed{(가)}$
따라서 가능한 집합 X_1의 개수는 $\boxed{(나)}$이다.
(ii) 집합 X_2는 집합 $A \cap B$의 부분집합이므로
가능한 집합 X_2의 개수는 $\boxed{(다)}$이다.
(i), (ii)에 의하여 집합 X의 개수는
$\boxed{(나)} \times \boxed{(다)}$
이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]**(오답률: 63.12% / 나형 6위)**

① 44 ② 47 ③ 50 ④ 53 ⑤ 56

5. x에 대한 삼차식

$$f(x)=x^3+(2a-1)x^2+(b^2-2a)x-b^2$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]**(오답률: 74.33% / 가형 6위)**

< 보 기 >

ㄱ. $f(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.
ㄴ. $a<b<0$인 어떤 두 실수 a, b에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)=0$이 서로 다른 세 실근을 갖고 세 근의 합이 7이 되도록 하는 두 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 5이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 두 함수

$$f(x)=-\frac{1}{x}+k,\ g(x)=\frac{1}{x-1}-k$$

가 있다. 정수 k에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점 중 x좌표가 양수인 점의 개수를 $h(k)$라 하자. 등식

$$h(k)+h(k+1)+h(k+2)=4$$

를 만족시키는 정수 k의 값은? [4점]

(오답률: 68.85% / 나형 5위)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 두 이차함수 $f(x)=x^2-2x-3$, $g(x)=x^2+2x+a$가 있다. x에 대한 방정식 $f(g(x))=f(x)$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

(오답률: 70.20% / 가형 7위)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x)=\begin{cases} -x+4 & (x<-2) \\ f(x) & (-2\le x\le 1) \\ -x-2 & (x>1) \end{cases}$$

함수 $g(x)$의 치역이 실수 전체의 집합이고, 함수 $g(x)$의 역함수가 존재할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]**(오답률: 76.59% / 나형 4위)**

< 보 기 >

ㄱ. $f(-2)+f(1)=3$

ㄴ. $g(0)=-1$, $g(1)=-3$이면 곡선 $y=f(x)$의 꼭짓점의 x좌표는 $\frac{5}{2}$이다.

ㄷ. 곡선 $y=f(x)$의 꼭짓점의 x좌표가 -2이면 $g^{-1}(1)=0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

9. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$일 때 함수 $f: X \to X$ 중에서 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $x+f(x) \geq 4$를 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오. [3점]**(오답률: 75.13% / 가형 5위)**

10. 함수 $f(x)=\sqrt{2x+a}+7$은 $x=-2$일 때 최솟값 m을 갖는다. $a+m$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

(오답률: 50.85% / 나형 10위)

11. 자연수 n에 대하여 자연수 전체 집합의 부분집합 A_n을 다음과 같이 정의하자.

$$A_n = \{x \mid x\text{는 } \sqrt{n} \text{ 이하의 홀수}\}$$

$A_n \subset A_{25}$를 만족시키는 n의 최댓값을 구하시오. [3점]

(오답률: 64.72% / 가형 8위)

12. $\sqrt{10\times13\times14\times17+36}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(오답률: 42.01% / 가형 9위)

13. 원 $C: x^2+y^2-5x=0$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{OP}}=3$
(나) 점 P는 제1사분면 위의 점이다.

원 C 위의 점 P에서의 접선의 기울기가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]**(오답률: 78.19% / 가형 4위)**

14. 실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p: 2x-a \le 0$,

$q: x^2-5x+4>0$

p가 $\sim q$이기 위한 필요조건이 되도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]**(오답률: 58.19% / 나형 8위)**

15. 두 자연수 m, n에 대하여 원 $C: (x-2)^2+(y-3)^2=9$를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 원을 C_1, 원 C_1을 y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 원을 C_2라 하자. 두 원 C_1, C_2와 직선 $l: 4x-3y=0$은 다음 조건을 만족시킨다.

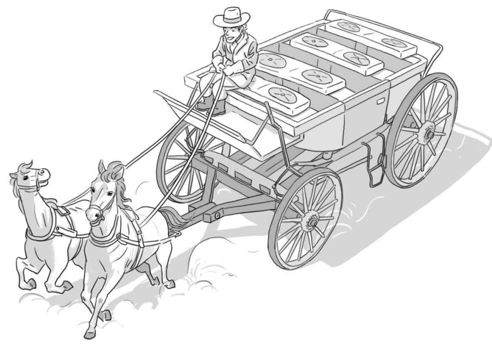
(가) 원 C_1은 직선 l과 서로 다른 두 점에서 만난다. (나) 원 C_2는 직선 l과 서로 다른 두 점에서 만난다.

$m+n$의 최댓값을 구하시오. [4점]**(오답률: 83.57% / 가형 3위)**

16. 어느 관광지에서 7명의 관광객 A, B, C, D, E, F, G가 마차를 타려고 한다. 그림과 같이 이 마차에는 4개의 2인용 의자가 있고, 마부는 가장 앞에 있는 2인용 의자의 오른쪽 좌석에 앉는다. 7명의 관광객이 다음 조건을 만족시키도록 비어 있는 7개의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]

(오답률: 86.44% / 나형 3위)

(가) A와 B는 같은 2인용 의자에 이웃하여 앉는다. (나) C와 D는 같은 2인용 의자에 이웃하여 앉지 않는다.



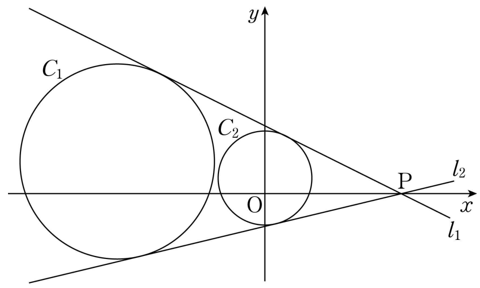
17. 최고차항의 계수가 1인 다항식 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나눈 몫과 나머지는 모두 $g(x)-2x^2$이다.
>
> (나) 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $-\frac{9}{4}$이다.

$f(6)$의 값을 구하시오. [4점]**(오답률: 84.47% / 가형 2위)**

18. 좌표평면에 원 $C_1 : (x+7)^2+(y-2)^2=20$이 있다. 그림과 같이 점 $\mathrm{P}(a,\ 0)$에서 원 C_1에 그은 두 접선을 l_1, l_2라 하자. 두 직선 l_1, l_2가 원 $C_2 : x^2+(y-b)^2=5$에 모두 접할 때, 두 직선 l_1, l_2의 기울기의 곱을 c라 하자. $11(a+b+c)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 양의 상수이다.) [4점]

(오답률: 95.32% / 나형 2위)



19. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$와

$x<5$에서 정의된 함수 $g(x)=1-\dfrac{2}{x-5}$가 있다.

3보다 작은 실수 t에 대하여 $t \le x \le t+2$에서 함수 $(f \circ g)(x)$의 최솟값을 $h(t)$라 할 때, $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $h(t)=\begin{cases} f(g(t+2)) & (t<1) \\ 6 & (1 \le t < 3) \end{cases}$
>
> (나) $h(-1)=7$

$f(5)$의 값을 구하시오. [4점]**(오답률: 90.31% / 가형 1위)**

20. 두 함수

$$f(x)=x^2-2x+6,\ g(x)=-|x-t|+11\ (t\text{는 실수})$$

가 있다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)<g(x)) \\ g(x) & (f(x) \ge g(x)) \end{cases}$$

라 할 때, 명제

'어떤 실수 t에 대하여 함수 $y=h(x)$의 그래프와 직선 $y=k$는 서로 다른 세 점에서 만난다.'

가 참이 되도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오.

[4점]**(오답률: 95.88% / 나형 1위)**

※ 확인 사항

◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.