* 2019년 9월 시행 교육청 고2 수학 가형 21번.

등차수열 $\{a_n\}$, $d>0$

(가) $\sum_{n=1}^{2m-1} a_n = 0$, 자연수 m 존재 $\rightarrow a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2m-1}=0$. $\therefore a_m=0$

따라서 $a_{m-1}+a_{m+1} = a_{m-2}+a_{m+2} = a_{m-3}+a_{m+3} = \cdots = 0$

(나) $2\cdot\sum_{n=1}^{15} a_n \Rightarrow a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{15}=45$. $\therefore a_8=3$ ($\because$ 등차중항)

$\sum_{n=1}^{15}|a_n| = -(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{m-1})+0(=a_m)+(a_{m+1}+a_{m+2}+a_{m+3}+\cdots+a_{15})=90$.

$\Rightarrow m \le 7$. ($\because$ 크기(절댓값)와 상관없이 15항까지의 합 45는 양수)

(i) $m=7$, $a_7=0$, $a_8=3$, $\therefore d=3$. $a_n=3n-21$. $S_{13}=0$, $a_{14}=21$, $a_{15}=24$.

$\therefore$ $-2S_6+a_{14}+a_{15}=90$ 에서 $-2S_6=45$ 가 성립하는지를 확인하면 된다.

$-2S_6 = 2(a_8+a_9+a_{10}+\cdots+a_{13}) = 2\times(3+6+9+12+15+18)=126 \neq 45$.

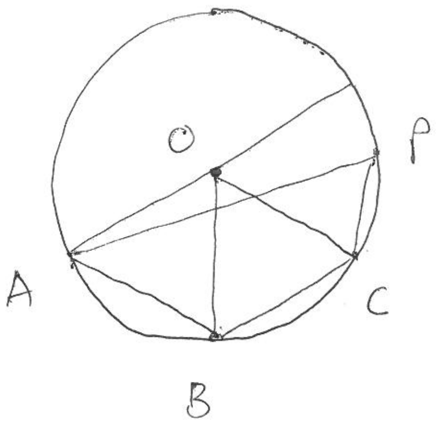
(ii) $m=6$, $a_6=0$, $a_8=3$. $d=\frac{3}{2}$. $a_n=\frac{3}{2}n-9$, $S_{11}=0$,

$a_{12}=9$, $a_{13}=9+\frac{3}{2}$, $a_{14}=12$, $a_{15}=12+\frac{3}{2}$. $\rightarrow \sum_{k=12}^{15} a_k = 45$.

$-2S_5 = 2(a_7+a_8+a_9+\cdots+a_{11}) = 2\times\left(\frac{3}{2}+\frac{6}{2}+\frac{9}{2}+\frac{12}{2}+\frac{15}{2}\right)=45$.

$\therefore m=6$, $a_n=\frac{3}{2}n-9$. $\therefore a_{14}=21-9=12$

* 2019년 9월 시행 교육청 고2 수학 가형 19번



원의 중심을 O라 하면

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OP} = R = 3$

점 A, B, C는 원의 6등분 점에서 연속하는 세 점이므로

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$는 정삼각형이고

$\overline{AB} = \overline{BC} = R = 3$, $\angle ABC = 120°$.

$\therefore \angle APC = 60° \left(= \frac{\pi}{3}\right)$ ($\because$ 원주각과 중심각의 관계)

$\overline{AP} + \overline{CP} = 8$, $\overline{AC} = 3\sqrt{3}$ (제2코사인을 통해서 구해도 좋고, 정삼각형 2개가 연결된 형태에서 정삼각형 높이 2배로 구해도 된다)

$\overline{AP} = k$, $\overline{CP} = t$라 하면

$k + t = 8$ ······ ①

$\overline{AC}^2 = 27 = k^2 + t^2 - 2 \cdot k \cdot t \cdot \cos\frac{\pi}{3}$ 에서 $k^2 + t^2 - kt = 27$ ···· ② ($\because$ 제2코사인)

$\therefore$ ①과 ②에서 $3kt = 64 - 27 = 37$. $\therefore kt = \frac{37}{3}$

$\square ABCP = \triangle ABC + \triangle ACP$

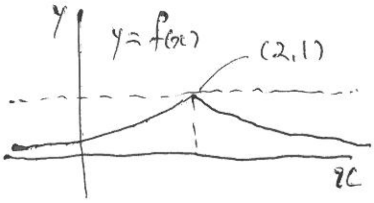
$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin(120°) + \frac{1}{2} \times k \times t \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= \frac{9}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{37}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3} + 37\sqrt{3}}{12} = \frac{64\sqrt{3}}{12} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ //

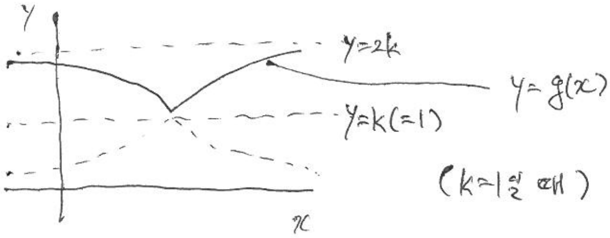
* 2019년 9월 시행 교육청 고2 수학 가형 30번.

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-2} & (x<2) \\ 2^{-x+2} & (x \geq 2) \end{cases}, \quad g(x) = |f(x)-k|+k = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq k) \\ -f(x)+2k & (f(x)<k) \end{cases}$$

→ $g(x)$는 $f(x)$의 그래프에서 $y=k$ 보다 크거나 같은 부분은 그대로, 작은 부분은 접어올린 형태이다.



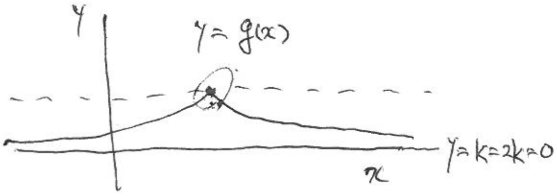
→



→ $y=g(x)$와 $y=2k$ 와의 교점의 개수를 $h(k)$ (위의 $k=1$인 경우라면 $h(1)=0$) → $y=2k$가 점근선이다.

(기준이 될만한 k값에 대해 개별적으로 살펴보고 구간에 따라 정리한다).

(i) $k=0$, $2k=0$, $f(x)>0$

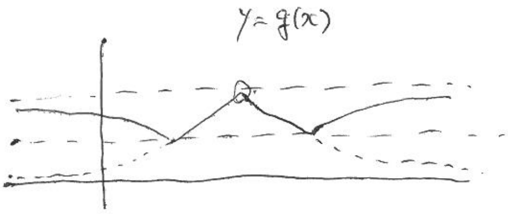


→ $h(0)=0$, ⇒ $k<0$ 에서도 같은 결과.

(ii) $k=1$ → 위의 예와 같이 교점이 없다. ∴ $h(1)=0$.

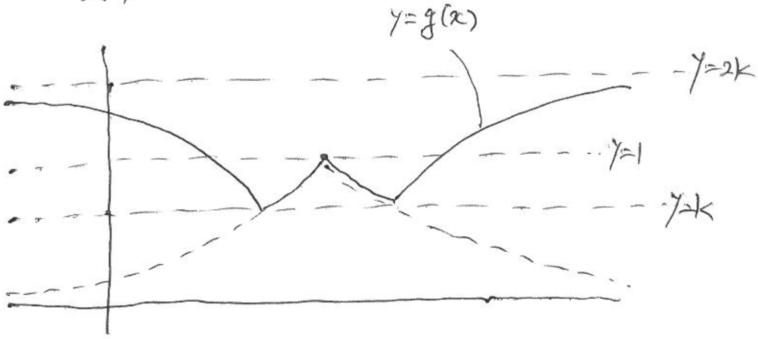
$k=1$ 의 예를 살펴보면서 절반만큼 이동할 때 ($k=\frac{1}{2}$), 살펴봐야 하겠다는 생각을 할 수 있어야 한다.

(iii) $k=\frac{1}{2}$, $2k=1$



→ $h(\frac{1}{2})=1$ (교점은 (2,1) 1개)

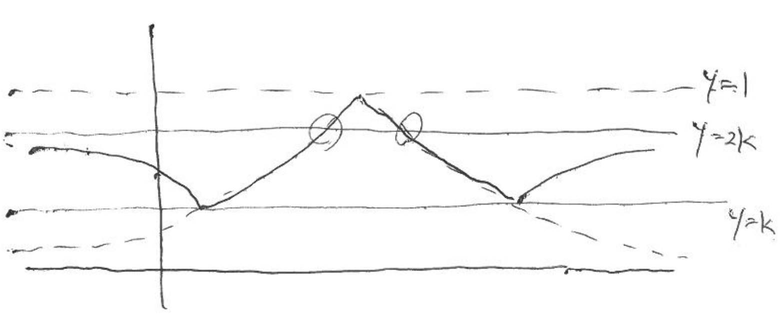
(iv) $k>\frac{1}{2}$, $2k>1$



→ $h(k)=0$. ⇒ $k=1$을 포함하는 ($k>\frac{1}{2}$) 에서

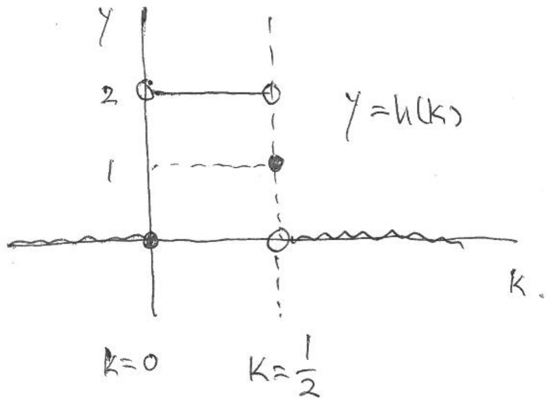
$h(k)=0$.

(v) $0<k<\frac{1}{2}$, $0<2k<1$



→ $h(k)=2$, ($0<k<\frac{1}{2}$)

따라서 $h(k)$의 그래프는 다음과 같다



$$\therefore \lim_{k \to \frac{1}{4}-} \left\{ h(k) \times h\left(k+\frac{1}{4}\right) \right\} = 2 \times 2 = 4$$

$h(k)$에서 $\left\{ \left(k=\frac{1}{4}\right)\text{의 좌극한값} \right\} \times \left\{ \left(k=\frac{1}{2}\right)\text{의 좌극한값} \right\}$

* 2019년 9월 시행 교육청 고2 수학 나형 21번.

등차수열 $\{a_n\}$, $d \neq 0$

(가) $\sum_{n=1}^{5} a_n = 5 \times a_3 = 5 \times (a+2d) = 2\left|\sum_{n=1}^{10} a_n\right| = 2 \times \left|10 \times \frac{a+a+9d}{2}\right| = \left|10 \times (2a+9d)\right|$

$\therefore$ $a+2d = -4a-18d \geq 0$ 또는 $a+2d = 4a+18d \geq 0$

(나) $a_3 a_6 > 0 \rightarrow (a+2d)(a+5d) > 0$.

(i) $a+2d = -4a-18d$

$a = -4d$. $\therefore a_n = dn - d + a = dn - 5d$. $\therefore a_3 \cdot a_6 = (-2d) \times d = -2d^2 > 0$ (F).

(ii) $a+2d = 4a+18d$

$a = -\frac{16}{3}d$, $\therefore a_n = dn - d + a = dn - \frac{19}{3}d$. $\therefore a_3 \cdot a_6 = \left(-\frac{10}{3}d\right) \times \left(-\frac{1}{3}d\right) = \frac{10}{9}d^2 > 0$. (T).

$\therefore \frac{a_{21}}{a_1} = \frac{\frac{44}{3}d}{-\frac{16}{3}d} = -\frac{44}{16} = -\frac{11}{4}$ //