* 2019년 3월 시행 교육청 고3 수학 가형 18번.

$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ } $f(n)$: n개의 공을 상관없이 넣는 경우의 수.

각각 상자에 공은 0~5개까지 가능 ($1 \le n \le 20$). ($n \le 15$일 때에는 0개의 공이 들어간 상자 가능)

(i) $f(15)$: 공을 넣지 않을 상자 5번 고르는 경우와 동일 (중복가능)

$\therefore {}_4H_5 = {}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 56$.

(ii) $f(14)$: 공을 넣지 않을 상자 6번 고르는 경우와 동일 (중복가능), 그런데 하나의 상자만

6번 모두 고르는 경우는 불가능

$\therefore {}_4H_6 - {}_1H_6 \times 4 = {}_9C_3 - 4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2} - 4 = 84 - 4 = 80$.

($\boxed{A}$인 경우 ${}_1H_6$, $\boxed{B}$인 경우 ${}_1H_6$, 등등. 그러므로 $\times 4$가 계산되어야 한다).

(iii) $f(13)$: 공을 넣지 않을 상자 7번 고르는 경우(중복가능)에서 하나의 상자만 6번 고르거나

7번 고르는 경우는 불가능.

$\therefore {}_4H_7 - {}_1H_7 \times {}_4C_1 - {}_1H_6 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = {}_{10}C_3 - 4 - 12 = \frac{\cancel{10}^{5} \cdot \cancel{9}^{3} \cdot 8}{\cancel{3} \cdot \cancel{2}} - 16 = 104$.

($\boxed{A}$인 경우 6번 고르고 나머지 셋 중에 하나 고르는 경우 : ${}_1H_6 \times {}_3C_1$

$\boxed{B}$인 경우, $\boxed{C}$인 경우, $\boxed{D}$인 경우 고려 : ${}_4C_1$ → A, B, C, D 중 하나)

$\therefore$ (가) $= 56$, (나) $= 4$, (다) $= 104$.

→ 분할을 이용해서 구할 수도 있는데, $f(15)$의 경우부터 구해보면 양이 많아진다.

15개의 공을 4개의 집합(원소의 개수는 0~5)으로 분할.

$(5+5+5+0)$, $(5+5+4+1)$, $(5+5+3+2)$, $(5+4+4+2)$, $(5+4+3+3)$, $(4+4+4+3)$

$({}_4C_1)$ $({}_4C_1 \times {}_3C_1)$ $({}_4C_1 \times {}_3C_1)$ $({}_4C_1 \times {}_3C_2)$ $({}_4C_1 \times {}_3C_1)$ $({}_4C_1)$

$4 + 12 \times 4 + 4 = 56$.

* 2019년 3월 시행 교육청 고3 수학 나형 18번.

$y = -(x-n)(x-n-2) = -(x^2 - (2n+2)x + n(n+2)) = -x^2 + (2n+2)x - n(n+2)$

$y' = -2x + (2n+2)$, y의 제1사분면에서의 접선의 접점을 P라 하고, 그 x좌표를 t라 하면,

$(t>0)$, 접선 $y_1 = (-2t+2n+2)(x-t) - t^2 + (2n+2)t - n(n+2)$

$= (-2t+2n+2)x + t^2 - n(n+2)$

$(0, 0)$을 지나므로 $t^2 - n(n+2) = 0$.

$\therefore t = \sqrt{n(n+2)}$. $a_n = t = \sqrt{n(n+2)}$, $b_n = -2\sqrt{n(n+2)} + 2n + 2$,

$\therefore \lim_{n\to\infty} a_n b_n = \lim_{n\to\infty} \left\{ (2n+2)\sqrt{n(n+2)} - 2n(n+2) \right\}$

$= \lim_{n\to\infty} \left\{ \dfrac{(2n+2)^2 \cdot n(n+2) - 4n^2(n+2)^2}{(2n+2)\sqrt{n(n+2)} + 2n(n+2)} \right\} = \lim_{n\to\infty} \left\{ \dfrac{4n^2 + 8n}{(2n+2)\sqrt{n(n+2)} + 2n(n+2)} \right\}$

$= \dfrac{4}{2+2} = 1$ //.

$\therefore$ (가) $= \sqrt{n(n+2)}$, (나) $= -2\sqrt{n(n+2)} + 2n + 2$, (다) $= 1$.