* 2019년 7월 시행 교육청 고3 수학 가형 20번.

$f(x)$는 미.가 (under $x \in \mathbb{R}$)

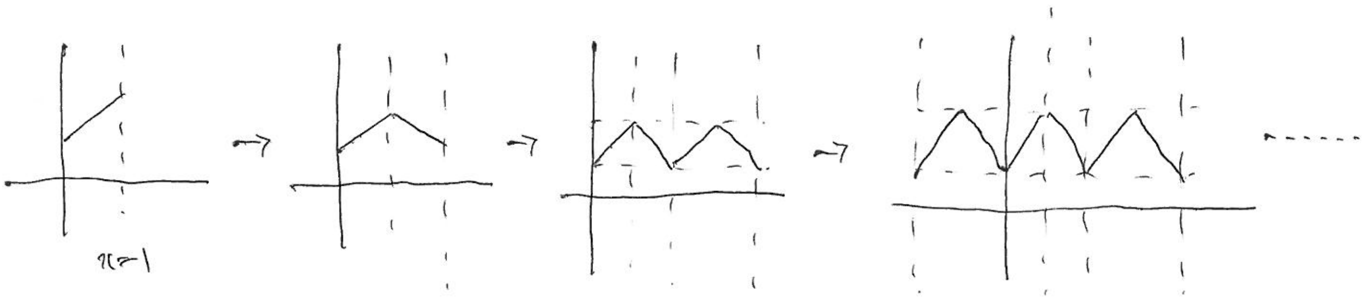
$f(1+x) = f(1-x)$: $x=1$ 대칭.

$f(2+x) = f(2-x)$: $x=2$ 대칭.

$\Rightarrow f(2+x) = f(2-x) = f(1+(1-x)) = f(1-(1-x)) = f(x)$.

(ㄱ) → True.

임의의 함수를 설정.



→ 대칭성을 통해서 주기성이 존재함을 확인할 수 있다.

(ㄴ) $\int_2^5 f'(x)\,dx = f(5) - f(2) = f(1) - f(0) = 4$. → True.

(ㄷ) $\int_0^1 f(f(x)) \cdot f'(x)\,dx = 6$. (주의. 피적분함수가 $f'(f(x)) \cdot f'(x)$가 아니다).

$f(x) = t$로 치환하면 $\int_{f(0)}^{f(1)} f(t)\,dt = 6$. $f(1) - f(0) = 4$이므로 주 식은

$f(x)$ 함수를 구간 4만큼 적분한 값이 6이라는 의미이다. 위의 그래프와 내용상

구간 1마다 적분값은 동일하므로 $\int_{f(0)}^{f(0)+1} f(t)\,dt = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

$\therefore \int_1^{10} f(x)\,dx$ 는 구간 1짜리 9개의 합이므로 $\frac{3}{2} \times 9 = \frac{27}{2}$. → True.

$\int_{f(0)}^{f(0)+4} f(t)\,dt = 6$. $\int_{f(0)+2}^{f(0)+4} f(t)\,dt = \int_{f(0)}^{f(0)+2} f(t)\,dt$ (∵ $x=2$ 대칭, 주기 2인 주기함수)

$\int_{f(0)}^{f(0)+2} f(t)\,dt = 3$. $\int_{f(0)}^{f(0)+1} f(t)\,dt = \int_{f(0)+1}^{f(0)+2} f(t)\,dt$ (∵ $x=1$ 대칭, 주기함수).

주기성이 있으므로 $\int_{f(0)}^{f(0)+1} f(t)\,dt = \int_0^1 f(t)\,dt$. $\therefore \int_0^{10} f(t)\,dt - \int_0^1 f(t)\,dt = 30 - \frac{3}{2} = \frac{27}{2}$ //