* 2019년 7월 시행 교육청 고3 수학 나형 29번.

수열 $\{a_n\}$, $a_1 \neq 0$, $S_9 = S_{18}$. $T_n = \{S_k \mid k=1,2,3,\cdots,n\}$.

→ 예를 들어 $T_n = \{S_9, S_{18}\}$ 이면 $n=1$ 이다. 즉, 수열 $\{S_n\}$의 서로 다른 항의 개수이다.

$\therefore$ $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{18} = 0$, → 항의 개수 9. $\therefore$ median $= a_{14}$.

따라서 $a_{14} \times 9 = 0$. $a_{14} = 0$.

$S_1 = S_1$

$S_2 = S_2$

$S_3 = S_3$

$\cdots$

$S_{13} = S_{13}$.

$S_{14} = S_{13}$.

$S_{15} = S_{12}$

$\cdots$

$S_{26} = S_1$

$S_{27} = S_{27}$.

$\therefore$ 집합 T_n의 원소의 개수가 13이 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합은

$13+14+15+ \cdots +26$ (항의 개수 14개)

$\therefore$ 19.5(등차중항, median) $\times 14 = \frac{39}{2} \times 14 = 39 \times 7 = 273$ //

$\frac{26 \times 27}{2} - \frac{12 \times 13}{2} = \frac{13}{2} \times (54-12) = \frac{13 \times 42}{2} = 13 \times 21 = 273$ //

* 2019년 7월 시행 교육청 고3 수학 나형 26번.

수열 $\{a_n\}$, $a_1 = 2$, $a_n > 0$.

$a_n x^2 - a_{n+1} x + a_n = 0$ 방정식이 모든 자연수 n에 대하여 중근을 가지므로

$D = (a_{n+1})^2 - 4 \cdot (a_n)^2 = 0$. $\therefore$ $a_{n+1} = 2a_n$ ($\because$ $a_n > 0$)

$\therefore$ $a_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$.

$\therefore$ $\sum_{k=1}^{8} 2^k = \frac{2 \times (2^8 - 1)}{2-1} = 2^9 - 2 = 512 - 2 = 510$ //

* 2019년 7월 시행 교육청 고3수학 나형 17번.

등차수열 $\{a_n\}$, 공차 d는 자연수.
등비수열 $\{b_n\}$, 공비 r은 자연수.

$a_6 = b_6 = 9$. (가) $a_7 = b_7$.
(나) $94 < a_{11} < 109$.

$$\left.\begin{aligned} a_6 = a+5d &= b_6 = br^5 = 9 \\ a+6d &= br^6 \end{aligned}\right\} \quad \therefore d = br^5(r-1) = 9\times(r-1)$$

$$\therefore r = 1+\frac{d}{9} \longrightarrow \begin{aligned} &d = 9, \text{ or } 18 \text{ or } 27 \text{ or } \cdots \\ &r = 2, \text{ or } 3 \text{ or } 4 \text{ or } \cdots \end{aligned}$$

$a_{11} = a_6 + 5d = 9 + 5d$. (i) $d = 9$, $a_{11} = 54$.
(ii) $d = 18$, $a_{11} = 99$ → 조건 만족.

$\therefore$ $d = 18$, $a_6 = 9$, $\therefore a_n = 18n - 99$.
$r = 3$, $b_6 = 9$, $\therefore b_n = 3^{n-4}$. ($\because br^5 = b\times 3^5 = 3^2$, $\therefore b = 3^{-3}$).

따라서 $a_7 = 126 - 99 = 127$, $b_8 = 3^4 = 81$. $\therefore 127 + 81 = 108$ //

* 2019년 7월 시행 교육청 고3수학 나형 14번.

등차수열 $\{a_n\}$, $d \neq 0$, $a_9 = 2a_3$. $\therefore a + 8d = 2a + 4d$. $\therefore a = 4d$.

따라서 $a_n = dn + 3d$. $\therefore a_n \times a_{n+1} = d(n+3)d(n+4) = d^2(n+3)(n+4)$

$$\therefore \sum_{n=1}^{24} \frac{(a_{n+1}-a_n)^2}{a_n a_{n+1}} = \sum_{n=1}^{24} \frac{d^2}{d^2(n+3)(n+4)} = \sum_{n=1}^{24}\left(\frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{27}-\frac{1}{28}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14} \text{ //}$$