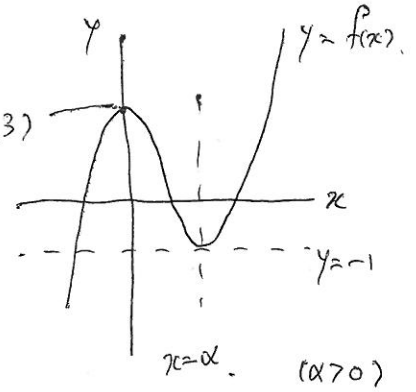
* 2019년10월 시행 교육청 고3 수학 나형 27번.

$f(x) = x^3 + \cdots$

(가) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)-3}{x} = 0$, ∴ $f(0)=3$, $f'(0)=0$.

(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-1$의 교점 → 2개.



∴ $f'(x) = 3x(x-\alpha) = 3x^2 - 3\alpha x$

$f(x) = x^3 - \frac{3\alpha}{2}x^2 + 3$. $f(\alpha) = \alpha^3 - \frac{3}{2}\alpha^3 + 3 = -\frac{\alpha^3}{2} + 3 = -1$. ∴ $\alpha^3 = 8$. $\alpha = 2$

따라서 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$, $f(4) = 64 - 48 + 3 = 19$

* 최고차항의 계수가 양수인 3차 함수의 개형은 다음과 같다.

△ : 대칭기준점 (변곡점) → 평행이동을 통해 △를 원점으로 이동시키면 원점 대칭.

(나) 조건에 의해 개형 (i)임을 알 수 있고, 극대, 극소를 갖는 3차 함수와 직선 $y=k$와의 교점의 개수가 2인 경우는 극대, 극소 뿐이므로 $f(0)=3$이 극대이고, $f(\alpha)=-1$이 극소가 된다.

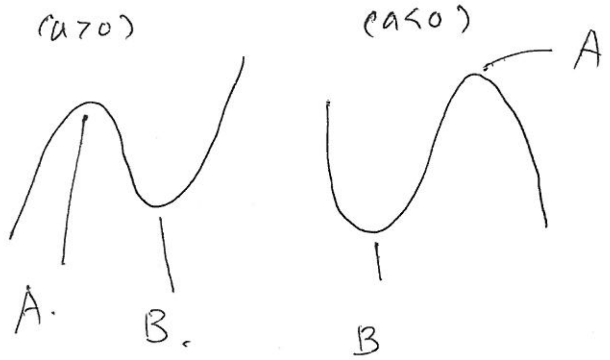
* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 16번.

$f(x) = ax^3 + \cdots$, $(a \neq 0)$

$f'(x) = 0$ 의 두 실근 α, β.

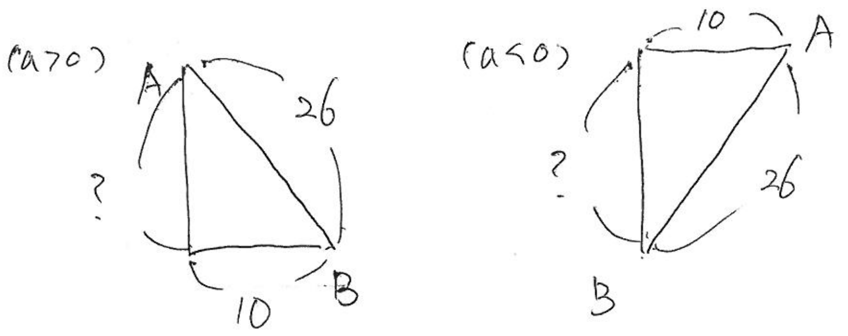
(가) $|\alpha - \beta| = 10$ $\rightarrow$ $\therefore \alpha \neq \beta$. 따라서

개형은 오른쪽 그림과 같고 극대를 A, 극소를 B라 하자.



(나) $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$ 사이의 거리는 26.

$\Rightarrow$ 극대, 극소를 갖는 x값들의 거리 $= 10$ (가), 극댓값을 갖는 극대와 극솟값을 갖는 극소와의 거리 $= 26$ (나), 이 때 극댓값 − 극솟값은?



$$\therefore \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{(26+10)(26-10)} = \sqrt{36 \times 16} = \sqrt{6^2 \times 4^2} = 24$$