

* 2020 학년도 사관학교 수학 나형 20번.

$$f(x) = x^4 + \dots$$

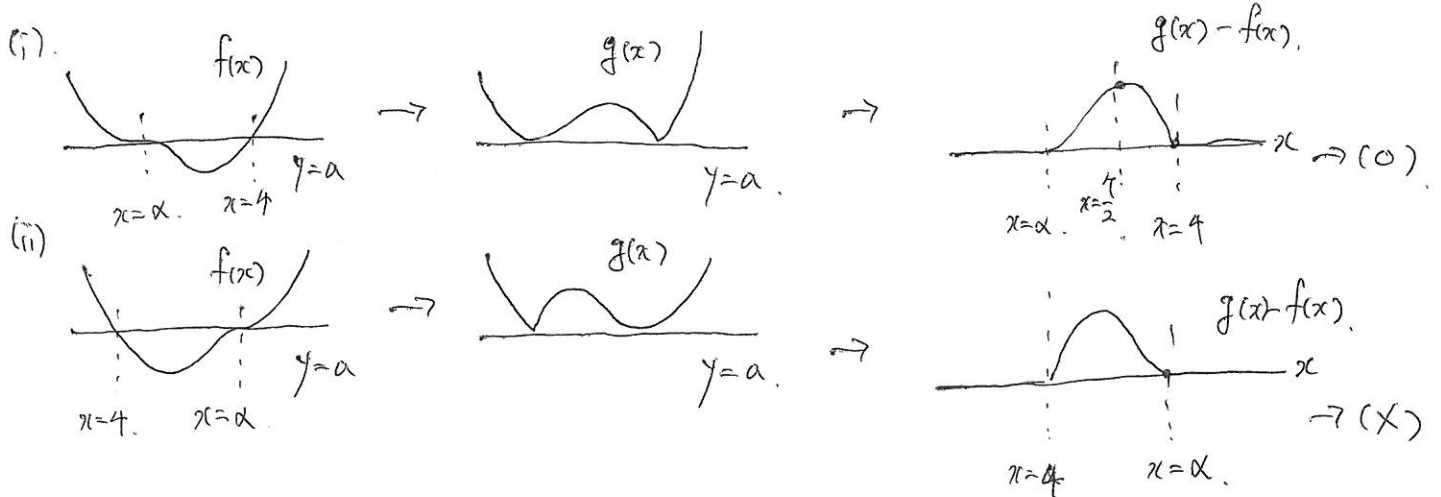
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq a) \\ 2a - f(x) & (f(x) < a) \end{cases} \quad (a \text{는 상수})$$

$$g(x) = |f(x) - a|$$

$g(x)$ 는 $y=a$ 를 기준으로 아래부분을 위로 접어올린 그래프이다.

(가) $g(x)$ 는 $x=4$ 에서만 이분불가.

4차함수의 그래프를 특정 $y=a$ 에 대해서 접어올린 그래프가 한 점에서만 이분이 불가능하다면 다음 두 가지 경우이다. (상승근의 형태를 본다).



$$f(x) - a = (x - \alpha)^3 (x - 4)$$

$$f'(x) = 3(x - \alpha)^2 (x - 4) + (x - \alpha)^3 = (x - \alpha)^2 (3x - 12 + x - \alpha) = 4(x - \alpha)^2 \left(x - \frac{\alpha + 12}{4}\right)$$

$$f'\left(\frac{7}{2}\right) = 0 \text{ 이므로 } \frac{\alpha + 12}{4} = \frac{7}{2} = \frac{14}{4} \quad \therefore \alpha = 2.$$

$$\underbrace{a - f\left(\frac{7}{2}\right)}_{\text{거리개념}} = g\left(\frac{7}{2}\right) - a \text{ 이므로 } g\left(\frac{7}{2}\right) = a + \left(a - f\left(\frac{7}{2}\right)\right)$$

$$\therefore g\left(\frac{7}{2}\right) - f\left(\frac{7}{2}\right) = 2a - 2f\left(\frac{7}{2}\right) = 2a. \quad \therefore f\left(\frac{7}{2}\right) = 0.$$

$$\therefore f\left(\frac{7}{2}\right) = 0 = \left(\frac{7}{2} - 2\right)^3 \left(\frac{7}{2} - 4\right) + a. \quad \therefore a = \frac{27}{16}. \quad \therefore f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{8} \times \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{27}{16} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} //$$