

2nd 정해진 유전자형 BW 개체들 중, 대립 유전자 W를 줄 확률

정해진 유전자형 BW 개체에서 대립 유전자 W를 줄 확률은 앞서 언급한 바 있다.

유전자형이 BW인 개체 1마리에는 대립 유전자 B가 1개, W가 1개씩 존재할 것이고

유전자형이 BW인 개체 n마리에는 대립 유전자 B가 n개, W가 n개씩 존재할 것이다.

따라서, $\frac{n}{n+n} = \frac{1}{2}$ 이다.

3rd 1st와 2nd가 동시에 일어나야 하므로, 곱한다.

$$= \frac{2q}{1+q} \times \frac{1}{2} = \frac{q}{1+q} \quad \textcircled{1}$$

$$= \frac{2b}{a+2b} \times \frac{1}{2} = \frac{b}{a+2b} \quad \textcircled{2} \quad (p : q = a : b, a \text{와 } b \text{는 비례상수})$$

[Schema 8 조건부확률의 두 가지 관점 - 열성 유전자]

① 분모와 분자에 있는 항의 차수가 다를 때 (뒤에서 언급하겠다)

빈도를 대입해서 조건부확률을 도출할 수 있다. ($\frac{q}{1+q}$)

② 분모와 분자에 있는 항의 차수가 같을 때

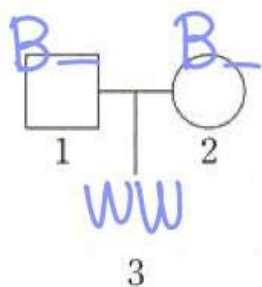
빈도비(비례상수)를 활용하여 조건부확률을 Short-cut 할 수 있다. ($\frac{b}{a+2b}$)

지금까지 사고과정에 의해, (④임의의 갈색 꼬리털을 갖는) 암컷이 흰색 꼬리털 대립 유전자 생식세포를 제공할 확률은 $\frac{q}{1+q}$ 임을 알 수 있다.

이 때, 임의의 갈색 꼬리털을 갖는 암컷이 흰색 꼬리털 대립 유전자 생식세포를 제공할 확률과 임의의 갈색 꼬리털을 갖는 수컷이 흰색 꼬리털 대립 유전자 생식세포를 제공할 확률은 같다.

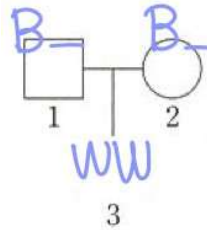
상염색체 유전에서는 남성과 여성의 형질 발현 비율이 동일하기 때문이다.

해당 상황을 간단한 가계도로 표현하면 다음과 같다.



[Schema 9 확률 구하기 - 도구 ① 가계도]

상황 파악이 어려우면, 구하는 것을 간단하게 가계도로 표현하자



위 가계도는 다음을 나타낸다.

1

가계도 구성원이 아빠(네모)임을 나타내고, 갈색 표현형을 나타냄을 알 수 있다.
+ B_ 는 BB와 BW를 포괄하는 용어이다.

2

가계도 구성원이 엄마(동그라미)임을 나타내고, 갈색 표현형을 나타냄을 알 수 있다.
가계도의 모양은 '성염색체 유전'의 경우 의미를 가진다.
상염색체 유전의 경우, 생식 세포는 성별에 영향을 받지 않는다.

3

태어난 자손의 유전자형이 WW임을 알 수 있다.

즉, 가계도에 다음 구하는 것의 의미가 담겨있다.

(①임의의 갈색 꼬리털을 갖는 암컷이 임의의 갈색 꼬리털을 갖는 수컷과 교배하여 자손을 낳을 때), 이 자손이 흰색 꼬리털을 가질 확률은?

앞으로 집단 유전에 있어, 확률을 보는 관점 ①은 빈도를, 관점 ②는 비례상수를 의미한다.

빈도비가 아니고, 문제에 빈도만 주어졌으므로 관점 ①을 사용하자.

위 가계도에서, 1에서 W를 줄 확률은 $\frac{q}{1+q}$ 이고 2에서 W를 줄 확률도 $\frac{q}{1+q}$ 이므로, 자손

이 흰 색 꼬리털(유전자형 WW)을 가질 확률은 $(\frac{q}{1+q})^2$ 이다.

[예제 68 - 19 수능 18번 질문]

집단 II에서 유전자형이 Aa인 암컷이 임의의 짧은 털 수컷과 교배하여 자손을 낳을 때, 이 자손이 짧은 털을 가질 확률은?

(단, 짧은 털 대립 유전자 a는 긴 털 대립 유전자 A에 대해 완전 우성이며 상염색체 위에 존재한다. a의 빈도는 $\frac{3}{5}$ 이고, A의 빈도는 $\frac{2}{5}$ 이다.)

[예제 69 - 17 수능 20번 질문]

임의의 검은색 몸 암컷이 임의의 검은색 몸 수컷과 교배하여 자손을 낳을 때, 이 자손이 회색 몸을 가질 확률은?

(단, 검은색 털 대립 유전자 A는 회색 털 대립 유전자 a에 대해 완전 우성이며 상염색체 위에 존재한다. A의 빈도는 $\frac{3}{5}$ 이고, a의 빈도는 $\frac{2}{5}$ 이다.)

[예제 70 - 17 9평 20번 질문]

임의의 수컷이 ①을 나타내지 않는 임의의 암컷과 교배하여 자손을 낳을 때, 이 자손이 ①을 나타낼 확률은?

(단, 정상 대립 유전자 A는 유전 형질 ① 대립 유전자 a에 대해 완전 우성이며 상염색체 위에 존재한다. A의 빈도는 $\frac{2}{5}$ 이고, a의 빈도는 $\frac{3}{5}$ 이다.)

[예제 68, 69, 70 해설] 답. $\frac{6}{7}, \frac{4}{49}, \frac{9}{40}$

예제 67을 설명하는 과정에서, 여러 Schema를 제시하였다

예제 68, 69, 70은 일단 한번에 Short-cut한 후

상세한 해설을 제시하겠다.

Short-Cut

필자의 실제 풀이를 지칭한다.

[예제 68 by 관점 ②]

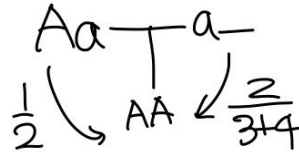
우성 표현형 개체가 열성 대립

유전자를 줄 확률 $\frac{b}{a+2b}$

(a : b = 3 : 2)

[예제 68 Short-cut]

가계도를 통해 상황을 판단한 후, 계산하면 다음과 같다.



구하는 것은 '짧은 털을 가질 확률'이지만, 이는 우성에 대한 확률이고

$1 - (\text{열성이 등장할 확률}) = (\text{우성이 등장할 확률})$ 이므로 열성으로 치환하여 생각하였다.

주어진 조건 하에서, 자손이 긴 털을 가질 확률이 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3+4} = \frac{1}{7}$ 이므로

자손이 짧은 털을 가질 확률은 $1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ 이다.

[예제 69 by 관점 ②]

우성 표현형 개체가 열성 대립

유전자를 줄 확률 $\frac{b}{a+2b}$

(a : b = 3 : 2)

[예제 69 Short-cut]

(우성 표현형 개체가 열성 대립 유전자를 줄 확률)² 의 상황이므로

$(\frac{2}{3+4})^2 = \frac{4}{49}$ 이다.

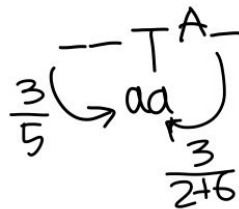
예제 69는 예제 67 [20 수능]과 논리 구조가 동일하다.

다만, 67은 관점 ①을 사용하였고 69는 관점 ②를 사용한 차이이다.

이 정도 수준 더 나아가서 위 논리 + 계산까지 머리로 끝내는 수준으로 공부해 두는게 좋으며, 자세한 설명은 뒤에 덧붙이겠다.

[예제 70 Short-cut]

가계도로 주어진 상황을 표현하면 다음과 같다.



[예제 70 by 관점 ②]

오른쪽 Short-cut 풀이들은 궁극적으로 도달해야 할 목적지이고, 잘 이해가 되지 않는다면 예제 67 해설과 뒤의 상세한 해설을 참고하자.

(a : b = 2 : 3)

임의의 유전자풀에서 대립 유전자 a를 제공할 확률은 $\frac{3}{5}$ 이고, 우성 표현형 개체가 열성 대립

유전자 a를 제공할 확률은 $\frac{3}{2+6}$ 이다. 이 두 사건은 동시에 일어나야 하므로

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{2+6} = \frac{9}{40}$ 이다.

[예제 68 해설] 답. $\frac{6}{7}$

구하는 것은 '짧은 털을 가질 확률' 이지만, 이는 우성에 대한 확률이고
 $1 - (\text{열성이 등장할 확률}) = (\text{우성이 등장할 확률})$ 이므로 열성으로 치환하여 생각하였다.

[Schema 10 열성 우선 Mind]

구하는 것에서 우성 표현형의 확률을 질문한다면, 열성 표현형의 확률을 구한 후 여사건으로 판단하자.

왜냐하면 우성 표현형의 유전자형 AA의 확률과 Aa의 확률을 각각 더해 구하는 것보다, 열성 표현형의 유전자형 aa의 확률을 1에서 빼서 구하는 게 효율적이기 때문이다.

또한, 형질의 우열을 가정해야 한다면 열성으로 가정하는 게 시행착오의 과정이 짧다.

따라서 구하는 것은 다음과 같이 바뀐다.

1 - “집단 II에서 유전자형이 Aa인 암컷이 임의의 짧은 털 수컷과 교배하여 자손을 낳을 때, 이 자손의 유전자형이 AA일 확률”

유전자형이 Aa인 개체에서 생식세포에 대립 유전자 A가 들어갈 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

이는, 유전자형이 Aa인 개체에는 대립 유전자 A와 a가 각각 반절씩 들어있기 때문이다.

임의의 짧은 꼬리털 수컷 중 긴 꼬리털 대립 유전자를 제공할 수 있는 개체는 유전자형이 aa와 Aa인 개체 중 Aa 뿐이다.

따라서 우리는 다음과 같은 사고과정을 거쳐 짧은 털 꼬리털 수컷 중 긴 꼬리털 대립 유전자를 제공할 확률을 도출해야 한다.

1st aa와 Aa (전체집합) 중 Aa 개체가 존재할 확률

2nd 정해진 유전자형 Aa 개체들 중, 대립 유전자 A를 줄 확률

3rd 1st와 2nd가 동시에 일어나야 하므로, 곱한다.

1st aa와 Aa (전체집합) 중 Aa 개체가 존재할 확률

$$= \frac{2pq}{p^2 + 2pq}$$

$$= \frac{2q}{p + 2q}$$

$$= \frac{2q}{1 + q} = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{4}{7} \quad \text{①}$$

$$= \frac{2b}{a + 2b} = \frac{2 \times 2}{3 + 2 \times 2} = \frac{4}{7} \quad \text{②} \quad (p : q = 3 : 2, a \text{와 } b \text{는 비례상수})$$