제 2 교시

수학 영역(가 형)

홀수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(3,\,1)$, $\vec{b}=(-2,\,4)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

↳ 평가원 시험에 최초로 벡터에 유리수계수가 나왔죠. 계산은 쉬운데, 갑자기 보면 긴장할 수 있습니다.

↳ 직접 다 계산하는거 아닌거 알죠?

$\Sigma\vec{a}=3+1=4$

$\Sigma\vec{b}=-2+4=2$

$\Sigma\left(\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}\right)$

$=\Sigma\vec{a}+\frac{1}{2}\Sigma\vec{b}$

$=4+\frac{1}{2}\cdot 2=5.$

2. $\lim_{x\to 0}\frac{6x}{e^{4x}-e^{2x}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

↳ ① $\lim_{x\to 0}\frac{6x}{e^{2x}(e^{2x}-1)}=1\cdot\lim_{x\to 0}\frac{6x}{e^{2x}-1}=3$

② $\lim_{x\to 0}\frac{6x}{(e^{4x}-1)-(e^{2x}-1)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\frac{e^{4x}-1}{6x}-\frac{e^{2x}-1}{6x}}$

$=\frac{1}{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}}=3$

3. 좌표공간의 두 점 A$(2,\,0,\,1)$, B$(3,\,2,\,0)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표가 $(0,\,a,\,0)$일 때, a의 값은? [2점]

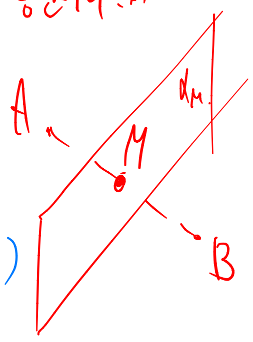
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

↳ ① 피타고라스 정리.

② $\overline{AB}$의 수직이등면 → 공간이니...

과 y축의 교점.

(하나밖에 존재안하겠죠?)



4. $\left(2x+\frac{1}{x^2}\right)^4$의 전개식에서 x의 계수는? [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

① 이항계수 일반항 쓰기.

② $(2x)^m\cdot\left(\frac{1}{x^2}\right)^n$.

m	n
4	0
3	1
2	2
1	3
0	4

→ 끼워맞추기

(저는 주로 이렇게 풉니다.)

$m+n=4$이 작을 때요.

하지만 귀도 식으로 풀면 일차식이니 쉽습니다.

5. 곡선 $x^2-3xy+y^2=x$ 위의 점 $(1, 0)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

$2x-3y-3x\cdot\frac{dy}{dx}+2y\cdot\frac{dy}{dx}=1.$

여기서 $\frac{dy}{dx}$에 대한 식으로 정리하지 마세요.

그냥 $x=1, y=0$ 대입하세요.

(이런데서 쓸데없는 계산을 줄이세요.

그러니 버리거나 그러기 전에요.).

6. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 네 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 흰 공 2개와 검은 공 2개가 나올 확률은? [3점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{16}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{22}{35}$

$\frac{{}_3C_2\cdot{}_4C_2}{{}_7C_4}$.

→ 분자 계산하면 18이니까 당연히 ③이겠죠.

설사 이런 쉬운 문제가 아니더라도 ⑤같은건 그어줘야 합니다.

7. $0<x<2\pi$일 때, 방정식 $4\cos^2 x-1=0$과 부등식 $\sin x\cos x<0$을 동시에 만족시키는 모든 x의 값의 합은? [3점]

① 2π ② $\frac{7}{3}\pi$ ③ $\frac{8}{3}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

① 이거를 만약에 $\frac{1}{2}\sin 2x<0$으로 보면 생각보다 범위 따지고 피곤할 겁니다.

② $\sin x\cdot\cos x<0$

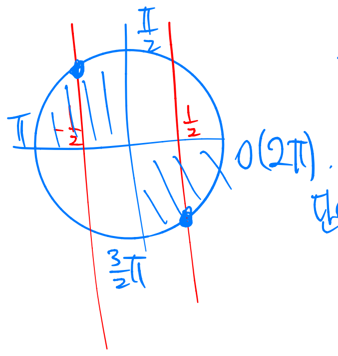
$\Updownarrow \div\cos^2 x$ ($\because \cos^2 x=\frac{1}{4}$이니) → 양변 나누기 전엔 꼭 범위 생각하세요.

$\frac{\sin x}{\cos x}<0.$

$\Updownarrow$

$\tan x<0$ → tan 음의려면 제 2/4사분면입니다.

→ 삼각방정식은 무조건 원으로 푸세요.



→ cos은 x좌표입니다.

단위 원 위의 점은 $(\cos\alpha, \sin\alpha)$거든요.

8. $\displaystyle\int_{e}^{e^2} \frac{\ln x - 1}{x^2}dx$ 의 값은? [3점]

① $\dfrac{e+2}{e^2}$ ② $\dfrac{e+1}{e^2}$ ③ $\dfrac{1}{e}$ ④ $\dfrac{e-1}{e^2}$ ⑤ $\dfrac{e-2}{e^2}$

이거 경험있으면 쉽게 풀리는데
은근히 모르셔서 애먹은 분들이 많더라고요.

$\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)' = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$.

$\therefore \displaystyle\int_{e}^{e^2} \frac{\ln x - 1}{x^2}dx = \left[-\frac{\ln x}{x}\right]_{e}^{e^2}$

9. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t\left(0<t<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 에서의 위치 $(x,\ y)$ 가

$$x = t + \sin t \cos t, \quad y = \tan t$$

이다. $0<t<\dfrac{\pi}{2}$ 에서 점 P 의 속력의 최솟값은? [3점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

이전 칼럼에서 얘기한 문제입니다.

$\dfrac{dx}{dt} = 1 + \cos^2 t - \sin^2 t = 2\cos^2 t$

$\dfrac{dy}{dt} = \sec^2 t$

쓰기 봐두세요.

$\therefore \left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2 = 4\cos^4 t + \dfrac{1}{\cos^4 t} \geq 2\sqrt{4 \cdot 1}$
$= 4$.

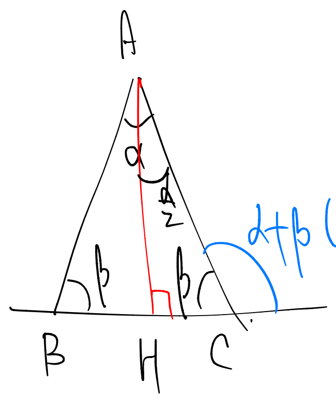
$\therefore |\vec{v}| \geq 2$.

(등호 when $\cos^8 t = \dfrac{1}{4}$)

존재하죠? 그럼 된겁니다.

10. $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle\mathrm{A} = \alpha$, $\angle\mathrm{B} = \beta$ 라 하자. $\tan(\alpha+\beta) = -\dfrac{3}{2}$ 일 때, $\tan\alpha$ 의 값은? [3점]

① $\dfrac{21}{10}$ ② $\dfrac{11}{5}$ ③ $\dfrac{23}{10}$ ④ $\dfrac{12}{5}$ ⑤ $\dfrac{5}{2}$



α+β (외각).

(도형적 직관을 기릅시다.)

$\therefore \tan(\alpha+\beta) = -\dfrac{3}{2} \longleftrightarrow \tan\beta = \dfrac{3}{2}$.

합이 π.

$\therefore \tan\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{2}{3}$. ($\triangle$AHC)

$\therefore \tan\alpha = \dfrac{\frac{4}{3}}{1-\frac{4}{9}} = \dfrac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \dfrac{12}{5}$.

11. 곡선 $y=ax^2-2\sin 2x$가 변곡점을 갖도록 하는 정수 a의 개수는? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

이게 왜 11번이죠?

$y'=2ax-4\cos 2x$.

$y''=2a+8\sin 2x$. → 근 가져야...

$-8\le 8\sin 2x\le 8$

$\therefore 2a-8\le y''\le 2a+8$

따라서 $2a-8\le 0\le 2a+8$.

변곡점의 x좌표를 α라 하면 $f''(\alpha)=0$인 α가 존재. 이러한 α에 대해서도 위 부등식이 성립해야.

$\therefore -4\le a\le 4$.

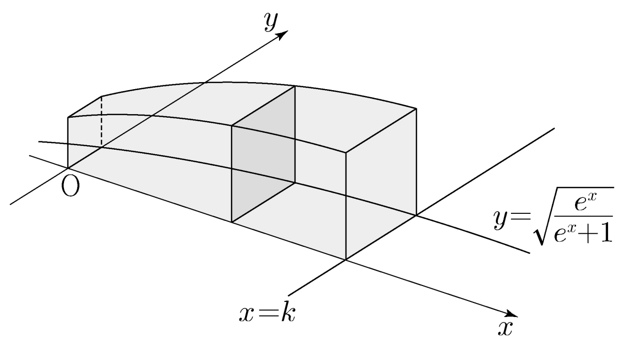
라고 했다고 틀리신 분들 없길 바랍니다.

변곡점/극대/극소 모두 "부호의 변화" 기준입니다.

'냉탕에 들어갔다'는 것은 발가락털 하나라도 들어가야지 쓰는 말이지, 발가락털이 접한다고 쓰는 말이 아닙니다.

→ $-4<a<4$

12. 그림과 같이 양수 k에 대하여 곡선 $y=\sqrt{\dfrac{e^x}{e^x+1}}$과 x축, y축 및 직선 $x=k$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가 $\ln 7$일 때, k의 값은? [3점]

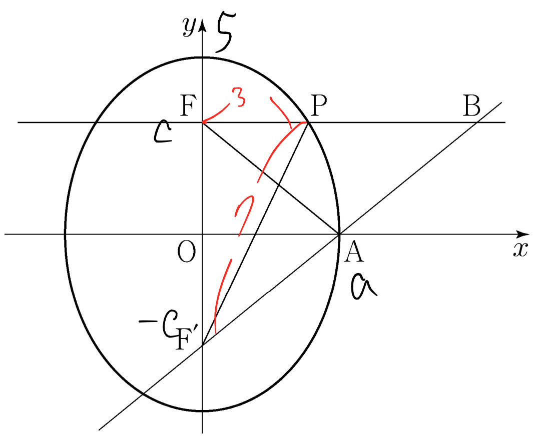


① $\ln 11$ ② $\ln 13$ ③ $\ln 15$ ④ $\ln 17$ ⑤ $\ln 19$

→ 이런 유형 너무 좋아요. 부피와 적분 파트도 어렵게 낼 징조를 보여주는 군요.

계산은 계산인데.... 제가 낸 자작문제 하나 비슷한거 있는데... 언젠가 올릴께요.

13. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(0, c)$, $\mathrm{F}'(0, -c)$를 초점으로 하는 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{25}=1$이 x축과 만나는 점 중에서 x좌표가 양수인 점을 A라 하자. 직선 $y=c$가 직선 AF′과 만나는 점을 B, 직선 $y=c$가 타원과 만나는 점 중 x좌표가 양수인 점을 P라 하자. 삼각형 BPF′의 둘레의 길이와 삼각형 BFA의 둘레의 길이의 차가 4일 때, 삼각형 AFF′의 넓이는? (단, $0<a<5$, $c>0$) [3점]



① $5\sqrt{6}$ ② $\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $\dfrac{7\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

제발 어려워하지 마세요.

그냥 주어진대로 쓰세요.

$||l_{BPF'} - l_{BFA}| = 4.$

$|(BP+PF'+BF') - (BF+\cancel{FA}+\cancel{AB})|$

$BF' = \cancel{AF'}+\cancel{AB}$

$= |PF' - (BF - BP)|$

$= |PF' - PF| = 4.$

→ 합이 10, 차가 4인 득수군요.

7/3 이네요.

나머지 계산은 알아서....

14. 숫자 1이 적혀 있는 공 10개, 숫자 2가 적혀 있는 공 20개, 숫자 3이 적혀 있는 공 30개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 10번 반복하여 확인한 10개의 수의 합을 확률변수 Y라 하자. 다음은 확률변수 Y의 평균 $\mathrm{E}(Y)$와 분산 $\mathrm{V}(Y)$를 구하는 과정이다.

> 주머니에 들어 있는 60개의 공을 모집단으로 하자.
> 이 모집단에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 이 공에 적혀 있는 수를 확률변수 X라 하면 X의 확률분포, 즉 모집단의 확률분포는 다음 표와 같다.
>
> | X | 1 | 2 | 3 | 합계 |
> |---|---|---|---|---|
> | $\mathrm{P}(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 |
>
> 따라서 모평균 m과 모분산 σ^2은
>
> $m=\mathrm{E}(X)=\dfrac{7}{3}$, $\sigma^2=\mathrm{V}(X)=\boxed{\text{(가)}}$ p
>
> 이다.
> 모집단에서 크기가 10인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하면
>
> $\mathrm{E}(\overline{X})=\dfrac{7}{3}$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\boxed{\text{(나)}}$
>
> 이다.
> 주머니에서 n번째 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 X_n이라 하면
>
> $Y=\displaystyle\sum_{n=1}^{10} X_n = 10\overline{X}$
>
> 이므로
>
> $\mathrm{E}(Y)=\dfrac{70}{3}$, $\mathrm{V}(Y)=\boxed{\text{(다)}}$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① $\dfrac{31}{6}$ ② $\dfrac{11}{2}$ ③ $\dfrac{35}{6}$ ④ $\dfrac{37}{6}$ ⑤ $\dfrac{13}{2}$

제가 원래 확통빈칸을 무지 싫어하는데,

이건 문제가 너무 쉬웠어요.

만약에 (가)를 계산하기 귀찮아서 걍 p라고 둡시요.

그럼 (나)$=\dfrac{p}{10}$, (다)$=10p$.

37이네요?

$\therefore$ (가)+(나)+(다)$=\dfrac{111p}{10}=\dfrac{3\times 37p}{10}$

답은 ④이군요

물론 이건 그냥 검토할 때 쓸 수 있는 기술 정도입니다.

15. 지수함수 $y=a^x\ (a>1)$의 그래프와 직선 $y=\sqrt{3}$이 만나는 점을 A라 하자. 점 $\mathrm{B}(4,\ 0)$에 대하여 직선 OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $3^{\frac{1}{3}}$　② $3^{\frac{2}{3}}$　③ 3　④ $3^{\frac{4}{3}}$　⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

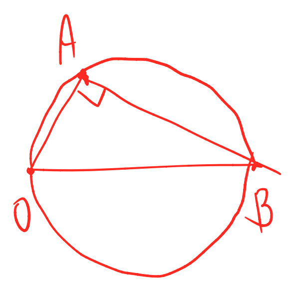
이것도 도구활용을 잘해봅시다.

점 A는 ① $y=a^x$ 위에 (미결정)

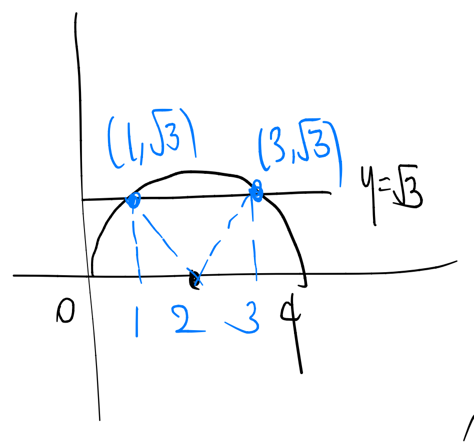
② $y=\sqrt{3}$ 위에 (결정).

③ OA⊥AB인 점. (결정)

↳특히 이건, O랑 B가 결정이니 A는 자취가 결정됩니다.



이미 결정된 ②,③을 먼저 사용하면



점 A는 2개로만 결정되는군요.

$y=a^x$ 대입하면 문제가 풀리겠군요.

이미 결정되어있는 조건으로 미결정된 조건을 찾는 것이 조건문제의 본질입니다.

16. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는? [4점]

> (가) $a+b+c-d=9$
> (나) $d\le 4$이고 $c\ge d$이다.

① 265　② 270　③ 275　④ 280　⑤ 285

제 생각의 흐름은 이랬습니다.

1. (가)에 $c-d$가 있네
2. (나)에 $c\ge d$가 있네
3. $c-d\ge 0$ 이네
4. (가)에서 $c-d=e$라 치환해볼까?
5. 그러면 $d\le 4$를 못쓰는구나.
6. 뭐지? 대입해볼까?
7. $d=4$; $c\ge 4$. : $a+b+c=d+9=13 \Rightarrow {}_3H_9$

$d=3$; $c\ge 3$: $a+b+c=d+9=12 \Rightarrow {}_3H_9$

⋮

아! 5개가 다 같겠구나?

$5\times{}_3H_9$ 네....

수열문제나 확통은 모르면 대입해보세요.

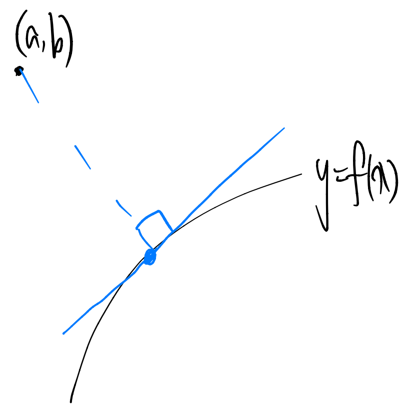
아 모양은 같겠구나!

17. 평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다. $\overline{PB}-\overline{PC}=2$를 만족시키는 점 P에 대하여 선분 PA의 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC의 넓이는? [4점]

① $20\sqrt{3}$ ② $21\sqrt{3}$ ③ $22\sqrt{3}$
④ $23\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{3}$

계산 문제니 Pass.

점에서 곡선까지의 최단 거리는



이 상황입니다.

pf) $g(x)=\sqrt{(x-a)^2+(f(x)-b)^2}$

$g(x)$와 $(g(x))^2$는 최소를 같은때 가지니

$\frac{d}{dx}\left((g(x))^2\right)=2(x-a)+2(f(x)-b)\cdot f'(x)$

$\therefore f'(x)=-\frac{x-a}{f(x)-b}$

$f'(x)\times\frac{f(x)-b}{x-a}=-1.$

18. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\,2^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\,2^2)$을 따르고, 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$와 $g(x)$이다.

결정 $f(12)\le g(20)$ 미결정

을 만족시키는 m에 대하여 $\mathrm{P}(21\le Y\le 24)$의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

계산 편할때 끝자리수만 더하세요!

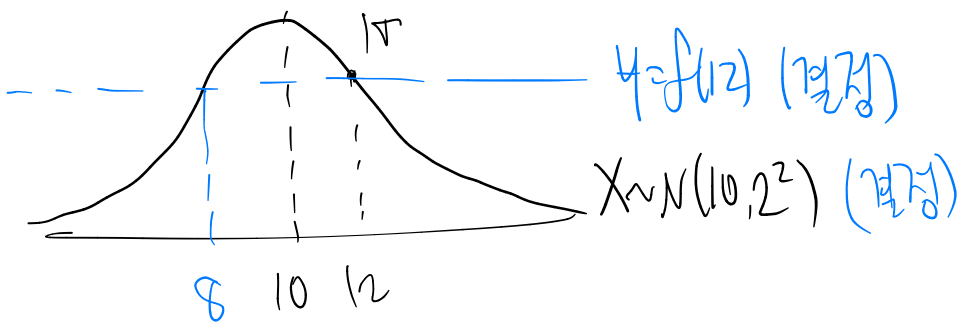
① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.7745
④ 0.8185 ⑤ 0.9104

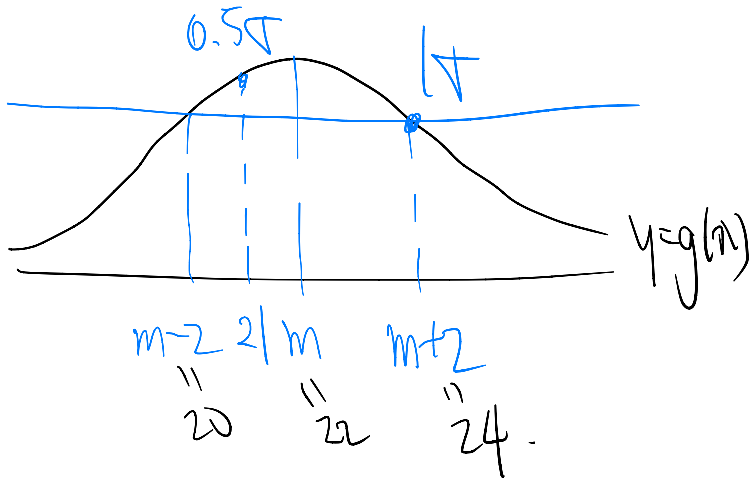
m이 이 값들에 가까울수록 커지겠죠?

(최대는 $m=\frac{45}{2}$ 일때입니다)

계산 확통에서 통계는 틀리지 말아주세요.

계산도 거의없고, 그림한번 그리면 끝납니다.





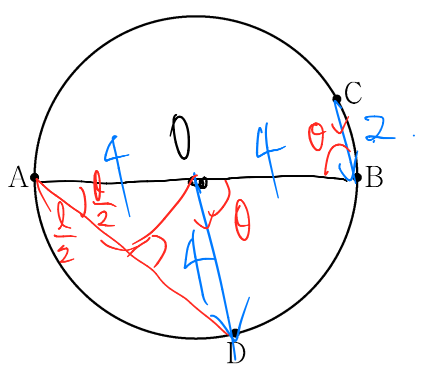
$\therefore m-2\le 20\le m+2 \rightarrow 18\le m\le 22$

그러니 $m=22$일때 최대 ($\because \frac{45}{2}$에 가까울수록 큼)

19. 한 원 위에 있는 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{AD}|^2$의 값은? [4점]

> (가) $|\overrightarrow{AB}|=8$, $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ → 아! AB 지름!?
>
> (나) $\overrightarrow{AD}=\underbrace{\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}}_{\overrightarrow{AO}}-2\overrightarrow{BC}$

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40



너무 쉬웠죠... 19번 치고.

∴ (나) $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AO}=-2\overrightarrow{BC}$.

∴ $\overrightarrow{OD}=-2\overrightarrow{BC}$ ⟨ 길이 2배 / 방향 평행

$4\cos\frac{\theta}{2}=\frac{l}{2}$. $l=8\cos\frac{\theta}{2}$.

$\cos\theta=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$이니 $2\cos^2\frac{\theta}{2}-1=\cos\theta=\frac{1}{4}$

∴ $\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{5}{8}}$.

∴ $l=8\cdot\sqrt{\frac{5}{8}}=2\sqrt{10}$.

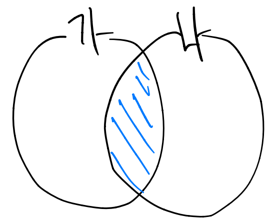
20. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

> (가) 앞면이 3번 이상 나온다.
>
> (나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{25}{32}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

얼마나 애매한 조건입니까. 예상컨 씁니다.

구하는 것: (가) ∩ (나)



$=$ 가 $-$ (가 ∩ 나^c)

$P(가)=1-\underbrace{\frac{{}_7C_0+{}_7C_1+{}_7C_2}{2^7}}_{\text{앞면이 3번 미만 나올 확률}}$ → 동전 많이 던지면 분모는 알겠지만 어차피 다 $\left(\frac{1}{2}\right)^t$ (t는 상수)로 빠져요.

P(가 ∩ 나^c) → 가리 배치 문제죠 (앞면 연속 X)

① 앞면이 4번.

H T H T H T H → 이 경우만 있습니다.

② 앞면이 3번.

x_0 H x_1 H x_2 H x_3

$\begin{cases} x_0+x_1+x_2+x_3=7-3=4 \\ x_1, x_2\geq 1 \end{cases}$ ⇒ ${}_4H_2=10$.

여러분 중복조합 많이 사용해주세요!?

21. 실수 t에 대하여 곡선 $y=e^x$ 위의 점 (t, e^t)에서의 접선의 방정식을 $y=f(x)$라 할 때, 함수 $y=|f(x)+k-\ln x|$가 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 k의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 두 실수 a, $b(a<b)$에 대하여 $\int_a^b g(t)dt=m$이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $m<0$이 되도록 하는 두 실수 a, $b(a<b)$가 존재한다.
ㄴ. 실수 c에 대하여 $g(c)=0$이면 $g(-c)=0$이다.
ㄷ. $a=\alpha$, $b=\beta(\alpha<\beta)$일 때 m의 값이 최소이면 $\dfrac{1+g'(\beta)}{1+g'(\alpha)}<-e^2$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x)=x^3\ln x$에 대하여 $\dfrac{f'(e)}{e^2}$의 값을 구하시오. [3점]

단순 계산에서 실수하지 맙시다. ㅠ.

답이 정수나오기 위해서 문제에서 e^2으로 나눈걸 보니

답은 Ce^2 꼴이어야만 하겠네요.

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(80, p)$를 따르고 $\mathrm{E}(X)=20$일 때, $\mathrm{V}(X)$의 값을 구하시오. [3점]

틀리지 마세요.

$X \sim B(n,p)$

$E(X)=np$

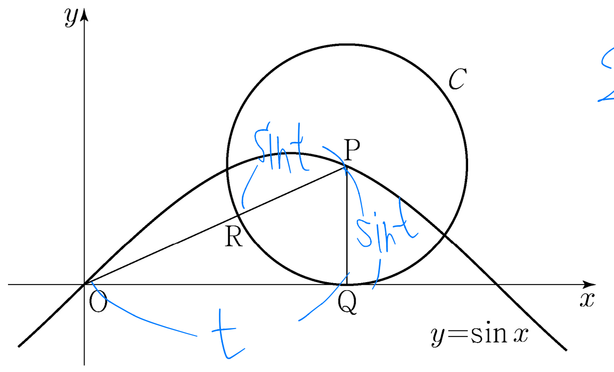
$V(X)=np\cdot(1-p)$

$f'(x)=(-x^2-2+2x)e^{-x}$

24. 좌표평면에서 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 $\mathrm{P}(t, \sin t)\,(0<t<\pi)$를 중심으로 하고 x축에 접하는 원을 C라 하자. 원 C가 x축에 접하는 점을 Q, 선분 OP와 만나는 점을 R라 하자.

$\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{\mathrm{OQ}}}{\overline{\mathrm{OR}}}=a+b\sqrt{2}$ 일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, a, b는 정수이다.) [3점]



2.

도형문제 3점짜리라고?

$$\therefore \lim_{t\to 0}\frac{t}{\sqrt{t^2+\sin^2 t}-\sin t}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\sin t}{t}\right)^2}-1}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$$

25. 한 개의 주사위를 5번 던질 때 홀수의 눈이 나오는 횟수를 a라 하고, 한 개의 동전을 4번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 b라 하자. $a-b$의 값이 3일 확률을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

각각 따져보세요.

범위 따지세요.

$0\le a\le 5$: 확률 $\frac{1}{2}$.

$0\le b\le 4$: 확률 $\frac{1}{2}$.

26. 함수 $f(x)=(x^2+2)e^{-x}$에 대하여 함수 $g(x)$가 미분가능하고

$$g\left(\frac{x+8}{10}\right)=f^{-1}(x),\quad g(1)=0$$

→ 의도적으로 $f(0)=2$를 직관이 아니라 식으로 풀게 했습니다.

을 만족시킬 때, $|g'(1)|$의 값을 구하시오. [4점]

$$g'\left(\frac{x+8}{10}\right)\cdot\frac{1}{10}=(f^{-1})'(x).$$

$x=2$

$$g'(1)\cdot\frac{1}{10}=(f^{-1})'(2).$$

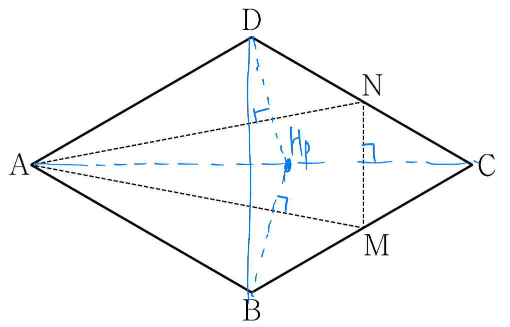
$f(0)=2$ 이니 $(\because g(1)=0)$

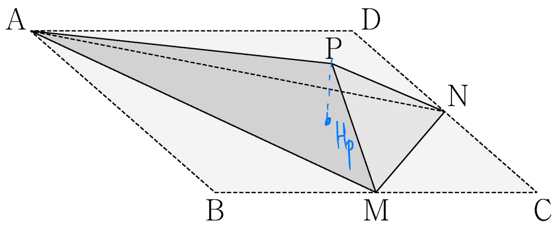
$$f'(2)=0,\quad (f^{-1})'(2)=\frac{1}{f'(0)}=\frac{1}{-2}.$$

$$\therefore g'(1)=-5.$$

짝/홀수 구분가게 해주세요.

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 4이고 $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ 인 마름모 ABCD 모양의 종이가 있다. 변 BC와 변 CD의 중점을 각각 M과 N이라 할 때, 세 선분 AM, AN, MN을 접는 선으로 하여 사면체 PAMN이 되도록 종이를 접었다. 삼각형 AMN의 평면 PAM 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않으며 P는 종이를 접었을 때 세 점 B, C, D가 합쳐지는 점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]





이건 사실 계산식이 좀 강해서;;

그림의 보조선을 잘 이해해보고 풀어보세요.

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다. (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

0개

1개

언제나 중요한 말입니다.

총 5자리 자연수인데, 짝수 선택하면 짝수번 선택되니,

홀수가 존재할 수 밖에 없습니다.

이런 귀류법적 사고 중요합니다.

29. 좌표공간에서 두 점 A$(3,\ -3,\ 3)$, B$(-2,\ 7,\ -2)$에 대하여 선분 AB를 포함하고 구 $x^2+y^2+z^2=1$에 접하는 두 평면을 α, β라 하자. 두 평면 α, β와 구 $x^2+y^2+z^2=1$의 접점을 각각 C, D라 할 때, 사면체 ABCD의 부피는 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=t^3\ln(x-t)$가 곡선 $y=2e^{x-a}$과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수 a의 값을 $f(t)$라 하자. $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.