04 Theme. 원운동과 단진자

[개념편]

INTRO

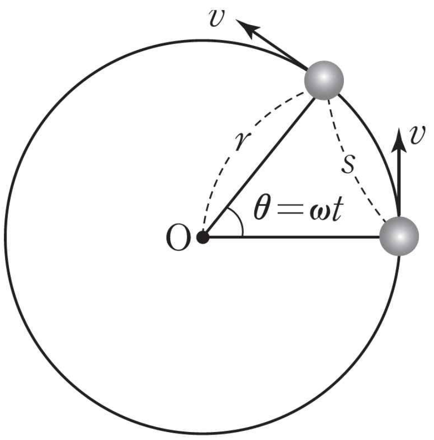
Theme 3 에 적어놓았듯이

속력이 일정하고 속도에 수직인 힘을 받을 때 ⇨ 등속원운동

에너지 관점에서, 속도에 수직인 힘을 받을 때 $W = Fs\cos\theta$에서 $\theta = 90^\circ$ 이므로 $W = 0$입니다.

따라서 물체의 운동 에너지가 일정하며 속력이 변하지 않습니다.

방향만 변하죠. 이것이 등속원운동입니다.



원운동에서, 물체에 가해지는 힘 F를 구심력이라고 합니다.

"구심력 F (N)"

추가로 몇 가지 개념을 정리해볼게요

원의 "반지름 r (m)"

접선 방향의 속도를 "선속도 v (m/s)"

단위 시간동안 회전한 각을 "각속도 ω (rad/s)"

한 바퀴 도는데 걸리는 시간을 "주기 T (s)"

단위 시간동안 회전수를 "진동수 f (Hz)"

또한, 위의 물리량들 사이에는 다음과 같은 관계가 성립합니다.

$$\omega=\frac{\theta}{t},\ v=\frac{s}{t}=\frac{r\theta}{t}=r\omega,\ T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi}{\omega},\ f=\frac{1}{T}$$

이번에는 가속도를 생각해 봅시다.

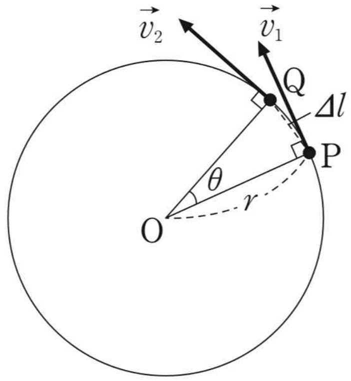
원운동에서의 순간 가속도를 구심 가속도라고 합니다.

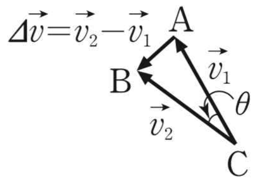
구심력 F와 구심 가속도 a에 대해 다음 공식이 성립하는데

$$F=ma=m\frac{v^2}{r}=mr\omega^2$$

($m\frac{v^2}{r}$, $mr\omega^2$ 은 상황에 맞게 골라 쓰시면 됩니다.)

이제부터 왜 그런지 따라가 봅시다.





가속도는 단위시간당 속도변화량이므로 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$, 벡터의 표현으로 $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

$\Delta\vec{v}=\vec{v_2}-\vec{v_1}$ 입니다.

오른쪽 그림과 같이 $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$만 떼어 가져오면

삼각형 POQ와 삼각형 ACB는 닮음이 됩니다.

이 때 Δt가 매우 작으면 $\Delta\theta$가 매우 작고

이등변 삼각형이므로 $\vec{v_1}$과 $\Delta\vec{v}$는 거의 수직이 됩니다.

따라서 순간마다, $\vec{a}$는 $\vec{v_1}$와 수직이므로 $\vec{a}$는 원의 중심을 향합니다.

즉, 등속 원운동 할 때, 가속도는 중심을 향합니다.

이제 구심 가속도의 크기에 대해 생각해봅시다.

Δt가 매우 작으면 $\Delta\theta$가 매우 작고 $\Delta l \fallingdotseq r\Delta\theta = v\Delta t$

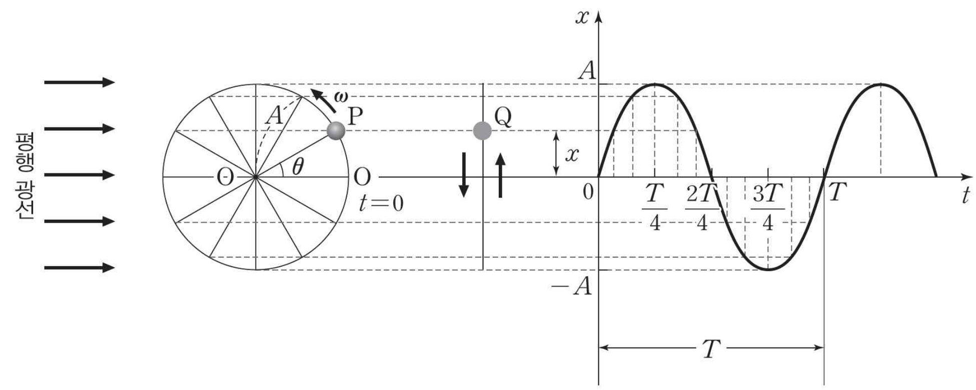
이 때 왼쪽 삼각형과 오른쪽 삼각형은 닮음이므로 $|\Delta\vec{v}| : |\vec{v_1}| = |\Delta\vec{v}| : v = \Delta l : r$

$$|\Delta\vec{v}| = \frac{v\Delta l}{r} = \frac{v^2\Delta t}{r}$$

$\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$에서

$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \ \ (v = r\omega)$$

단진자의 주기를 설명하기 위해서는 단진동에 대해 알아야합니다. 일부 교과서에는 단진동에 대해 자세히 설명되어있지 않아 단진동의 개념을 꼭 알아야만하는 것은 아니지만, 매끄럽게 설명하기위해 단진동 개념을 넣어두었습니다. 해당 부분 학습을 원치 않으시는 분들은 단진자의 주기만 확인하시고 넘어가셔도 될 것 같습니다.

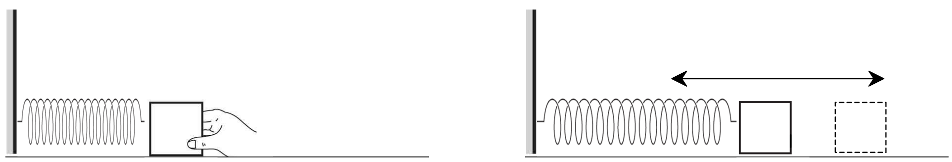


(가) 등속 원운동 (나) 단진동

단진동에 대해 알아봅시다. 원운동을 투영시키면 그림자는 단진동하게 됩니다.

물체가 변위에 비례하고 변위의 방향에 반대방향으로 작용하는 힘을 받을 때

직선 상에서의 주기적인 왕복 운동을 단진동이라고 하고 물체를 단진동하게 하는 힘을 복원력이라고 합니다.



용수철에 연결된 물체의 운동을 생각해 봅시다.

용수철에 연결된 물체는 잡아당겨지거나 눌릴수록 받는 힘이 커집니다.

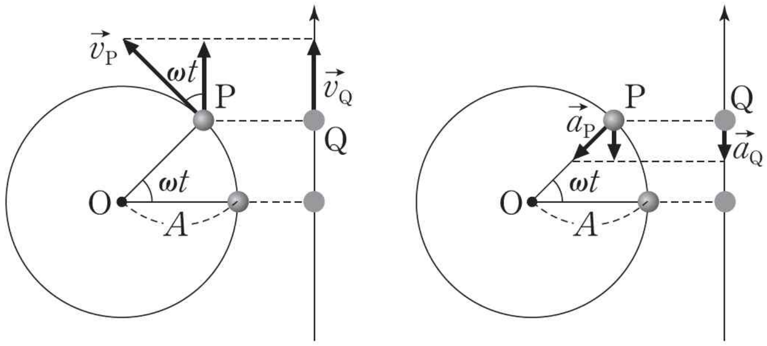
물론, 용수철에 의한 매달린 물체에 가해지는 힘과 변위의 관계는 훅의 법칙을 따릅니다.

$$F = -kx$$

(−는 변위의 반대방향을 의미합니다.)

위와 같이 용수철에 연결된 물체에서는, 용수철이 물체에 작용하는 힘이 물체의 변위에 비례하고 변위의 방향에 반대방향으로 작용하므로 복원력이 됩니다.

그렇다면 왜 원운동의 투영이 단진동일까요?



차근차근 봅시다.

$\theta=\omega t$를 기억하면서

그림자 Q는 원운동하는 P의 투영이므로 위치 x는

$$x=A\sin\omega t$$

Q의 속도는 P의 속도의 y축 성분이므로

$$v_q=v_p\cos\omega t=A\omega\cos\omega t$$

Q의 가속도는 P의 가속도의 y축 성분이므로

$$a_q=a_p\sin\omega t=-A\omega^2\sin\omega t=-\omega^2 x$$

$F=ma$에서

$$F=-m\omega^2 x$$

$m\omega^2$은 상수이므로 k라 하면[1)]

$$F=-kx$$

즉 원운동의 투영은 변위에 비례하는 힘을 반대 방향으로 받습니다.

따라서 원운동의 투영은 단진동입니다.

마치 $m\omega^2$에 의해 k가 결정되는 것처럼 표현했지만, 사실 k에 의해 ω가 결정됩니다.

ω에 대해 정리해보면

1) 여기에서 k는 용수철 상수를 의미하는 것은 아닙니다. 단지 상수의 의미만을 가집니다.

$\omega^2 = \frac{k}{m}$, 단진동의 주기를 T라고 하면 $T = \frac{2\pi}{\omega}$이므로

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

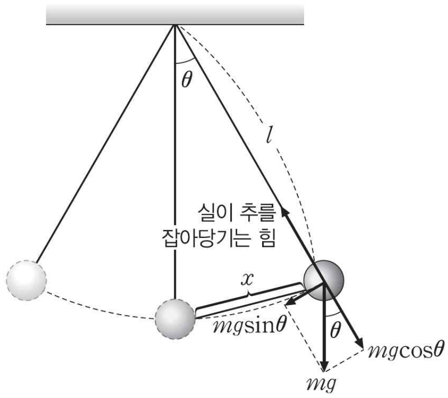
교과 과정 바깥이지만, 다음과 같이 생각할 수도 있습니다.

위치 x에서 물체가 받는 힘이 $-kx$이므로 물체의 운동방정식은 다음과 같습니다.

$$ma = m\ddot{x} = -kx$$

$t=0$일 때, 물체의 위치 $x=0$이면 초기조건으로부터 $x = A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$를 얻습니다.

sin함수의 주기로부터 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 임을 알 수 있습니다.



실이 추를 잡아당기는 힘을 T라고 하면, 실이 줄어들거나 늘어나지 않으므로

$$mg\cos\theta = T$$

$mg\sin\theta$는 최저점으로부터 수평 방향 변위에 대하여 반대 방향으로 작용하며 복원력 역할을 합니다.

복원력이기 위해서는 반대 방향도 중요하지만, 변위의 크기와 복원력의 크기가 비례해야 합니다.

θ가 작을 때 $\sin\theta \fallingdotseq \theta$이므로 단진동에서 x에 대해 $F = -kx$ 였던 것처럼

$F = -mg\sin\theta \fallingdotseq -mg\theta \fallingdotseq -mg\frac{x}{l}$가 성립하여 $(x \fallingdotseq l\theta)$

근사적으로 변위 x에 대한 단진동으로 해석할 수 있습니다.

$k = \frac{mg}{l}$이고

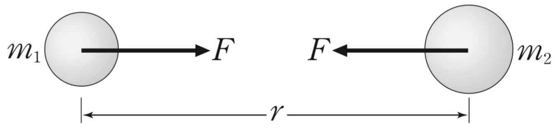
따라서 단진자의 주기 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 이 성립합니다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

특히 주기가 질량에 관계없다는 점이 중요하며 이를 진자의 등시성 이라고 합니다.

04 Theme. 원운동과 단진자

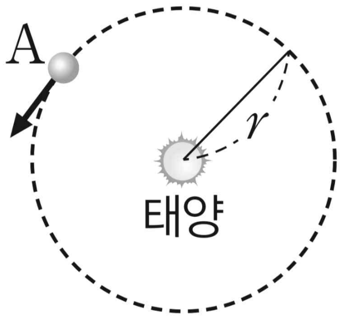
[수능편]



뉴턴의 중력 법칙에 따르면 두 물체 사이에 작용하는 중력 F는

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

이를 뉴턴 중력 법칙이라고 합니다.



태양의 질량을 M, 태양 주위를 도는 물체 A의 질량을 m이라 합시다.

태양의 중력이 구심력으로 작용하므로 $G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$이므로 A의 속력 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

이제 A의 공전 주기 T는 $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

따라서 $T^2 \propto r^3$

탈출 속도에 대해서도 알아봅시다.

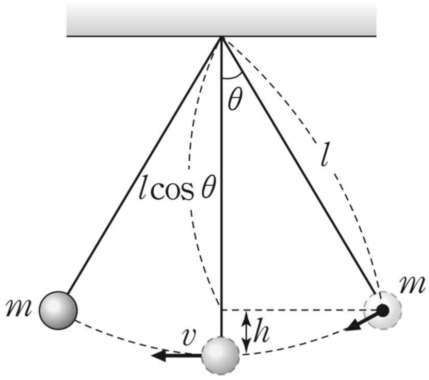
태양으로부터 무한히 멀리 떨어진 곳의 퍼텐셜 에너지를 0으로 두면,

태양으로부터 거리가 r인 점에서의 A의 중력 퍼텐셜 에너지 E_P는

A를 무한 원점까지 옮기는데 필요한 일 W와 같으므로

$$E_P = W = \int_r^{\infty} -G\frac{Mm}{r^2}dr = -\frac{GMm}{r}$$

따라서 탈출 조건 $\frac{1}{2}mv_e - \frac{GMm}{r} \geq 0$으로부터 탈출 속도 $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$



단진자 운동하는 질량이 m인 물체를 생각해봅시다.

물체는 최하점에서 속력이 최대가 되는데, 최대 속력을 $v_{\max}$라 합시다.

역학적 에너지 보존으로부터

$$mgh = mgl(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv_{\max}{}^2$$

따라서 최하점에서 실의 장력 T는

$$T - mg = \frac{mv_{\max}^2}{l}$$

$$T = m\left(g + \frac{v_{\max}{}^2}{l}\right) = m\left(g + \frac{2gl(1-\cos\theta)}{l}\right) = mg(3-2\cos\theta)$$

개정 이후 첫 해인 만큼 문제편에 단진동 문제가 많습니다. 1번과 3번만 풀어보셔도 됩니다.

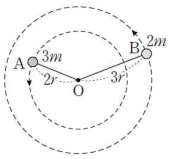
수능에 단진동 문항이 나올 가능성이 적다고 생각하지만, 그래도 넣어두는게 낫다고 생각해서 넣어둔 것일 뿐 꼭 알아야 해서 넣어둔 것이 아닙니다. 풀고 싶은 분들만 풀어주시면 감사하겠습니다.

04 Theme. 원운동과 단진자

[문제편]

01 18학년도 9월 10번

10. 그림과 같이 두 물체 A, B가 동일 평면에서 점 O를 중심으로 각각 등속 원운동을 하고 있다. A, B의 원운동 주기는 같다. A, B의 질량은 각각 $3m$, $2m$이고, 반지름은 각각 $2r$, $3r$이다.



A, B의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

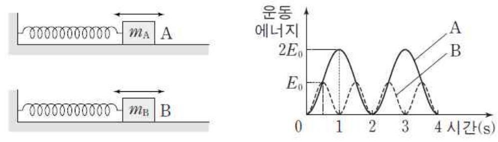
〈보 기〉

ㄱ. 각속도는 A와 B가 같다.
ㄴ. 운동 에너지는 A가 B의 $\sqrt{2}$ 배이다.
ㄷ. 구심력의 크기는 A와 B가 같다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02 16학년도 수능 2번

2. 그림 (가)는 질량이 각각 m_A, m_B인 물체 A, B가 용수철 상수가 같은 용수철에 연결되어 각각 단진동하는 것을 나타낸 것이고, (나)는 A, B의 운동 에너지를 시간에 따라 나타낸 것이다.



(가) (나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. A의 가속도의 크기는 1초일 때 최대이다.
ㄴ. $m_A = 4m_B$이다.
ㄷ. 단진동의 진폭은 A가 B의 2배이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

01 Solution 18학년도 9월 10번

ㄱ. $T=\frac{2\pi}{\omega}$에서 주기가 같으므로 각속도도 같습니다.

ㄴ. $K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(r\omega)^2$에서 A는 $12\cdot\frac{1}{2}m(r\omega)^2$

B는 $18\cdot\frac{1}{2}m(r\omega)^2$ 이므로 $\frac{2}{3}$배입니다.

ㄷ. $F=mr\omega^2$에서 A와 B 모두 $6\cdot mr\omega^2$로 같습니다.

따라서 답은 4번입니다.

주어진 것을 바로바로 이용할 수 있는 공식을 떠올려야 합니다.

02 Solution 18학년도 수능 2번

ㄱ. 단진동 가속도의 크기는 원운동에 대응시킬 때, 원운동에서의 가속도의 단진동 방향과 평행할 때 최대가 됩니다. 이 때 운동에너지는 최소이므로 0, 2, ... $2n$ (초)일 때 최대가 됩니다.

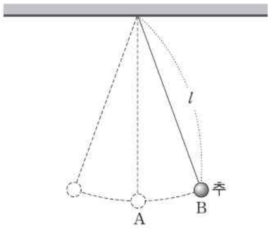
ㄴ. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 에서 $m_A=4m_B$입니다.

ㄷ. 에너지 보존 법칙에 의해 운동에너지의 최댓값이 A가 B의 2배 이므로 $U_s=\frac{1}{2}kx^2$에서 진폭은 $\sqrt{2}$배입니다.

따라서 답은 2번입니다.

03 17학년도 9월 4번

4. 그림은 길이가 l인 실에 매달려 점 A를 중심으로 단진동하는 추가 최고점 B에 도달한 순간의 모습을 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g이고, 실의 질량과 추의 크기는 무시한다.) [3점]

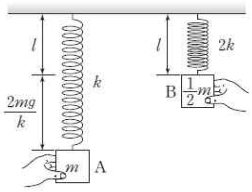
〈보 기〉

ㄱ. 추의 속력은 A에서 최대이다.
ㄴ. B에서 추에 작용하는 알짜힘은 0이다.
ㄷ. B에서 A까지 이동하는 데 걸린 시간은 $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

04 18학년도 9월 13번

13. 그림과 같이 질량이 각각 m, $\frac{1}{2}m$인 물체 A, B를 용수철 상수가 각각 k, $2k$이고 원래 길이가 l인 용수철에 매달아 잡고 있다. A, B가 매달린 용수철이 늘어난 길이는 각각 $\frac{2mg}{k}$, 0이다. $t=0$일 때, A, B를 동시에 가만히 놓으면 A, B는 각각 연직 방향으로 단진동을 한다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g이고, 용수철의 질량은 무시한다.) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. A, B의 진폭은 같다.
ㄴ. $t=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$일 때, 처음으로 A, B가 동시에 최고점에 도달한다.
ㄷ. A의 운동 에너지가 최대일 때, B의 운동 에너지는 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03 Solution 17학년도 9월 4번

ㄱ. 추의 속력은 역학적 에너지 보존 법칙에 의해 최저점에서 최대가 됩니다.

ㄴ. B에서 알짜힘이 0이라면 추는 등속직선운동하게 됩니다. B에서는 $mg\sin\theta$만큼의 힘이 복원력으로 작용합니다.

ㄷ. B에서 A까지는 $\frac{1}{4}$주기이므로 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$에서 걸린 시간은 $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$입니다.

따라서 답은 1번입니다.

04 Solution 18학년도 9월 13번

ㄱ. $mg=kx$에서 A의 평형점은 $x=\frac{mg}{k}$만큼 늘어난 지점

B의 평형점은 $x=\frac{mg}{4k}$만큼 늘어난 지점입니다.

따라서 A의 진폭은 $\frac{mg}{k}$, B의 진폭은 $\frac{mg}{4k}$입니다.

ㄴ. $T_A=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, $T_B=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$에서 $t=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$일 때, A는 반 주기만큼, B는 한 주기만큼 움직여 동시에 최고점에 도달하게 됩니다.

ㄷ. 평형점에서 운동에너지가 최대이므로 A가 평형점일 때,

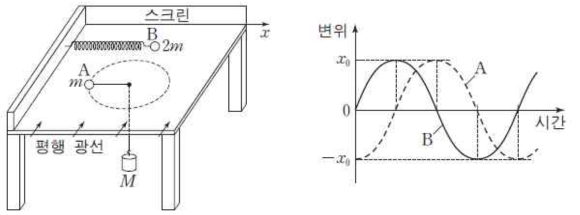
$t=(2n-1)\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}=(2n-1)\frac{T_B}{2}$이므로

B의 운동에너지는 0입니다.

따라서 답은 4번입니다.

05 17학년도 6월 7번

7. 그림 (가)는 책상 위에서 질량 M인 추에 실로 연결되어 등속 원운동을 하는 물체 A와, 용수철에 매달려 x축 방향으로 단진동을 하는 물체 B에 x축과 수직인 평행 광선을 비추는 것을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 스크린에 나타난 A, B 그림자의 변위를 시간에 따라 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 m, $2m$이다.



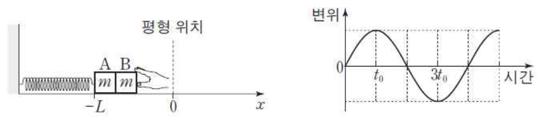
(가) (나)

용수철 상수와 B의 가속도 크기의 최댓값은? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기, 실의 질량, 마찰은 무시한다.)

	용수철 상수	B의 가속도 크기의 최댓값
①	$\frac{Mg}{x_0}$	$\frac{M}{m}g$
②	$\frac{Mg}{x_0}$	$\frac{m}{M}g$
③	$\frac{2Mg}{x_0}$	$\frac{M}{m}g$
④	$\frac{2Mg}{x_0}$	$\frac{m}{M}g$
⑤	$\frac{2Mg}{x_0}$	$\frac{2M}{m}g$

06 17학년도 수능 16번

16. 그림 (가)는 마찰이 없는 수평면에서 용수철에 연결된 물체 A에 물체 B를 접촉시켜 평형 위치에서 L만큼 압축시킨 모습을 나타낸 것이다. 물체를 가만히 놓았더니 A와 B가 함께 운동하다가 평형 위치에서 분리되어 A는 단진동을 하였다. 그림 (나)는 A와 B가 분리된 순간부터 A의 변위를 시간에 따라 나타낸 것이다. A와 B의 질량은 같다.



(가) (나)

t_0일 때, A와 B 사이의 거리는? (단, A와 B는 x축 상에서 운동하고, 크기는 무시한다.) [3점]

① $\frac{L}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\right)$ ② $\frac{L}{\sqrt{2}}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ③ $\frac{L}{2}(\pi-2)$

④ $\frac{L}{2\sqrt{2}}(\pi-1)$ ⑤ $L(\pi-1)$

05 Solution 17학년도 9월 4번

단진동과 원운동의 대응관계를 대놓고 물어보는 문제네요.

주기가 같으므로

A, B에 대응되는 원운동의 각속도를 ω라 하면

$F_A = Mg = mx_0\omega^2$에서

$\omega^2 = \dfrac{Mg}{mx_0}$

용수철 상수를 k라 하면

$F = -kx_0 = -2m\omega^2 x_0$에서

$\omega^2 = \dfrac{k}{2m}$

연립하면

$k = \dfrac{2Mg}{x_0}$

B의 가속도 크기의 최댓값 a는

B에 대응대는 원운동에서

$a = x_0\omega^2 = \dfrac{M}{m}g$

따라서 답은 4번입니다

답이 3번이네요.. 신종낚시인가.. ㅎㅎ

06 Solution 18학년도 9월 13번

평형 위치를 지난 후 A는 $-x$방향으로 가속도를 받아 B와 분리됩니다.

이후 A는 혼자서 단진동, B는 등속 직선 운동을 합니다.

상황파악이 됐으니 문제를 풀어보죠

$t = t_0$일 때 A는 최대 변위를 가지며

에너지는 $\dfrac{1}{2}kL^2$의 절반, $\dfrac{1}{2}k(\sqrt{\dfrac{1}{2}}L)^2$

따라서 A는 평형위치에서 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}L$만큼 멀어지며

나머지 절반은 B가 운동에너지로 가져가며

$\dfrac{1}{4}kL^2 = \dfrac{1}{2}mv^2$에서 B의 속력은 $v = \sqrt{\dfrac{k}{2m}}L$

$t_0 = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$에서 B는 평형 위치에서

$vt_0 = \dfrac{\pi L}{2\sqrt{2}}$만큼 멀어지게 됩니다.

따라서 A와 B사이의 거리는

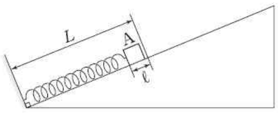
(당연히 B가 더 멀리 떨어지므로)

$\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\pi L - \dfrac{1}{\sqrt{2}}L = \dfrac{L}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{\pi}{2} - 1\right)$

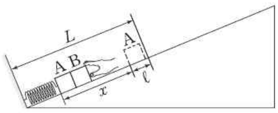
따라서 답은 2번입니다.

07 18학년도 수능 20번

20. 그림 (가)는 마찰이 없는 경사면에서 원래 길이가 L인 용수철에 연결된 물체 A에 의해 용수철이 ℓ만큼 압축되어 정지한 모습을, (나)는 (가)에서 물체 B를 A에 접촉시켜 용수철을 x만큼 더 압축시킨 모습을 나타낸 것이다. (나)에서 B를 가만히 놓았더니, A와 B가 함께 운동하다가 분리되어 A는 주기가 T인 단진동을, B는 등가속도 직선 운동을 하였다. A와 B가 분리된 순간부터 처음으로 다시 만날 때까지 걸린 시간은 T이고, A와 B의 질량은 같다.



(가)



(나)

B를 놓은 순간부터 A와 B가 처음으로 다시 만날 때까지, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

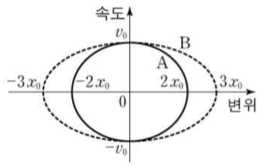
〈보 기〉

ㄱ. A와 B가 분리되는 순간 용수철의 길이는 L이다.
ㄴ. A와 B가 분리된 이후 A의 단진동의 진폭은 x이다.
ㄷ. $x = \ell + \ell\sqrt{2\pi^2+4}$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

08 19학년도 6월 15번

15. 그림은 물체 A가 용수철 상수 k인 용수철에, 물체 B는 용수철 상수 $2k$인 용수철에 연결되어 각각 수평면에서 단진동을 할 때, A, B의 속도와 변위의 관계를 나타낸 것이다. 시간 $t=0$일 때 A와 B의 속도는 v_0으로 같다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 물체의 질량은 A가 B의 $\frac{4}{9}$ 배이다.
ㄴ. 진동 주기는 A가 B의 $\frac{2}{3}$ 배이다.
ㄷ. $t=0$ 후에 A와 B의 속도가 동시에 v_0이 되는 최소 시간은 $t=12\pi\frac{x_0}{v_0}$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

07 Solution 17학년도 9월 4번

ㄱ. 빗면을 x축으로 두면 A는 L을 지난 이후부터 $-x$방향으로 가속도를 받으므로 용수철의 길이가 L인 순간 분리됩니다.

ㄴ. A와 B가 분리되기 전 단진동 진폭이 $x-l$인데 A의 단진동의 진폭이 x일 수 없습니다.

ㄷ. x꼴을 보니 이차방정식의 근 마냥 생겼습니다. 우선 A의 질량을 m이라고 하면, A의 주기는 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 입니다. T시간이 지난 후 처음으로 다시 만나므로 분리된 위치에서 다시 만나게 됩니다.

B가 합쳐져 있으니 평형점이 $L-2l$입니다.

이 문제가 171116과 다른점이 있다면 바로 이 부분입니다. 용수철 길이 $L-2l$을 지난 뒤로 분리되는 지점 L까지 한 물체이므로 중력을 같이 받아 함께 움직이므로 원운동에 대응시켜 속력을 생각할 때 단진동의 위상을 생각해야 합니다.

평형점 $L-2l$에서 $x-l$만큼 압축시켰으므로 A와 B의 운동에너지는 $\frac{1}{2}k(x-l)^2$이 됩니다. 평형점에서의 속력 (최대속력) $v=\sqrt{\frac{k}{2m}}(x-l)$인데 최대변위 $x-l$에서 $2l$만큼 떨어진 지점에서 분리되므로 이 지점에서의 속력은 원운동에 서의 $v\sin\theta$에서 $v\frac{\sqrt{x^2-2xl-3l^2}}{x-l}=\sqrt{\frac{k}{2m}}\sqrt{x^2-2xl-3l^2}$

빗면의 수직항력 + 중력 = kl이고,

가속도는 $\frac{kl}{m}$이고 따라서 $aT=2v_B$에서

$$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\frac{kl}{m}=2\sqrt{\frac{k}{2m}}\sqrt{x^2-2x-3l^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2\pi^2l^2}=\sqrt{x^2-2x-3l^2}$$

$$\Rightarrow x^2-2lx-(3+2\pi^2)l^2=0$$

$$x=l\pm l\sqrt{1+(3+2\pi^2)}$$

$x>0$이므로 $x=l+l\sqrt{2\pi^2+4}$

따라서 답은 4번입니다.

08 Solution 18학년도 9월 13번

ㄱ. A, B의 질량과 운동에너지를 각각

m_A, m_B, E_A, E_B라 하면

에너지 보존에서

$$E_A=\frac{1}{2}k(2x_0)^2=\frac{1}{2}m_Av_0^2$$

$$E_B=\frac{1}{2}2k(3x_0)^2=\frac{1}{2}m_Bv_0^2$$

따라서 질량은 A가 B의 $\frac{2}{9}$배입니다.

ㄴ. 단진동 주기 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 이므로

A가 B의 $\frac{2}{3}$배입니다.

ㄷ. 속도가 다시 v_0가 되는데 걸리는 시간은 T입니다.

A의 주기와 B의 주기의 비가 $2:3$이므로

A오 B이 속도가 동시에 v_0가 되는 최소 시간은

2와 3의최소 공배수인 6 즉, A의 주기의 3배입니다.

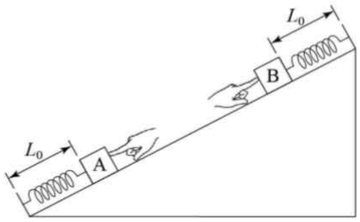
선속도가 v_0이고 반지름이 $2x_0$인 원운동에 대응시키면

$$3T_A=3\left(\frac{2\pi\times 2x_0}{v_0}\right)=12\pi\frac{x_0}{v_0}$$

따라서 답은 4번입니다.

09 19학년도 7월 5번

5. 그림은 고정된 경사면에서 질량이 같은 물체 A, B를 동일한 용수철에 연결하여 용수철의 길이가 L_0이 되도록 손으로 물체를 밀어 압축시킨 모습을 나타낸 것이다. A와 B를 밀고 있던 손을 치우면 A, B는 각각 단진동을 한다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 용수철의 질량과 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

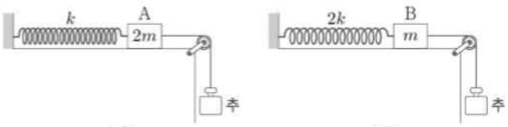
<보 기>

ㄱ. 주기는 A와 B가 같다.
ㄴ. 진폭은 A가 B보다 크다.
ㄷ. 최대 속력은 A와 B가 같다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

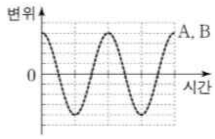
10 19학년도 9월 6번

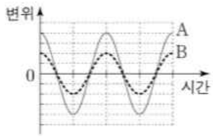
6. 그림 (가), (나)와 같이 용수철에 연결된 물체 A, B가 추에 실로 연결되어 정지해 있다. (가), (나)에서 실을 동시에 끊었더니, A, B가 수평 방향으로 단진동하였다. A, B의 질량은 각각 $2m$, m이다. (가), (나)에서 추의 질량은 같고 용수철 상수는 각각 k, $2k$이다.

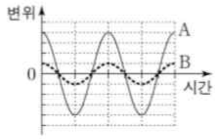


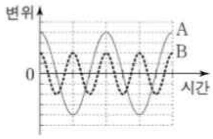
(가) (나)

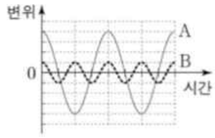
A, B의 단진동 중심을 기준으로 한 변위를 시간에 따라 나타낸 것으로 가장 적절한 것은? (단, 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

①


②


③


④


⑤


09 Solution 17학년도 9월 4번

ㄱ. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 이고 용수철상수, A와 B의 질량이 같으므로 주기도 같습니다.

ㄴ. 평형점으로부터 누가 더 많이 압축되었는지 생각해보면 B이므로 진폭(평형점으로부터 떨어진 거리와 같음)은 B가 더 큽니다.

ㄷ. 평형점으로부터 용수철이 압축된 길이를 x라 하면 최대 속력은 $\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}mv^2$에서 x에 비례하므로 최대 속력은 B가 더 큽니다.

따라서 답은 1번입니다.

10 Solution 18학년도 9월 13번

실을 끊기 전 용수철이 늘어난 길이는 A가 B의 두 배이므로 변위 역시 A가 B의 두 배입니다.

또한 주기는 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 에서 A가 B이 두 배이므로 가장 적절한 것은 4번입니다.