

* 2020 학년도 평가원 9월 수학 나형 16번.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1 \Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 2 \Rightarrow f(-1) = 0, f'(-1) = 2.$$

$$\begin{array}{l} \therefore f(-1) = 0 \text{ 에서 } -1 + a - b + c = 0 \dots (1) \\ f'(-1) = 2 \text{ 에서 } 3 - 2a + b = 2 \dots (2) \\ f(1) \leq 12 \text{ 에서 } 1 + a + b + c \leq 12 \dots (3) \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \end{array}} \right\} \begin{array}{l} (1)(3) \text{ 에서 } a + c = b + 1, \\ \therefore 2b + 2 \leq 12 \\ \therefore b \leq 5. \end{array}$$

$$(2) \text{ 에서 } b = 2a - 1 \leq 5, \therefore a \leq 3.$$

$\therefore f(2) = 8 + 4a + 2b + c$ 의 최댓값은 c 의 최댓값으로 결정된다.

$$(1)(2) \text{ 에서 } 2 - a + c = 2, \therefore c = a, \therefore c \leq 3.$$

$$\therefore \text{따라서 } f(2) \text{ 의 최댓값은 } 8 + 12 + 10 + 3 = 33 //$$