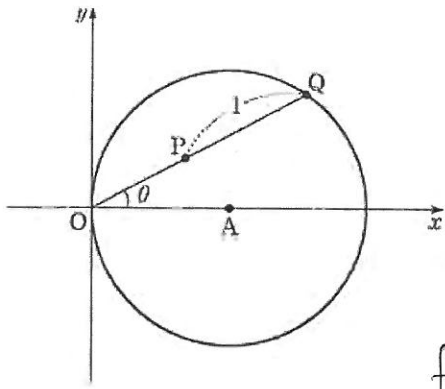


* 2018 학년도 평가원 6월 수학 가형 26번.



$$(0 < \theta < \frac{\pi}{3})$$

$$\overline{PQ} = 1, \quad \overline{OQ} = 2 \cos \theta, \quad \overline{OP} = 2 \cos \theta - 1$$

따라서 점 P의 y좌표를 $f(\theta)$ 라 하면

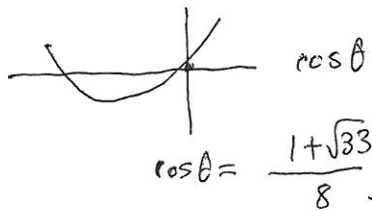
$$f(\theta) = (2 \cos \theta - 1) \times \sin \theta$$

$$f'(\theta) = -2 \sin \theta \cdot \sin \theta + (2 \cos \theta - 1) \cdot \cos \theta = -2 \sin^2 \theta + 2 \cos^2 \theta - \cos \theta$$

$$= 4 \cos^2 \theta - \cos \theta - 2$$

$$f'(\theta) = 0 \text{ 에서 } \cos \theta = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 4 \cdot (-2)}}{2 \times 4} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8} \text{ 에서 } \cos \theta = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$$

$$(\because 0 < \theta < \frac{\pi}{3})$$



$$\cos \theta \uparrow = \theta \downarrow$$

$$\therefore \theta \uparrow = \cos \theta \downarrow$$

$$(\text{여기서 } 0 < \theta < \frac{\pi}{3} \text{ 에서})$$

\therefore 변수 θ 를 기준으로
생각하면

$f'(\theta)$ 의 부호는

$$(+) \rightarrow (-)$$

\therefore 극대

따라서 $\cos \theta = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$ 일 때, $f(\theta)$ 가 최대가 된다.

$$\therefore a=1, b=33, \quad a+b=34 //$$

* 산술. 기하 평균 : $a > 0, b > 0$ 일 때 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ 가 성립한다.

(단, 등호는 a 와 b 가 독립적일 때는 $a=b$ 에서 성립하고, a 와 b 가 종속적일 때는

항이 일정하거나 곱이 일정할 때에 한해서 성립한다.)

ex) $a > 0$, $a^2 + \frac{2}{a}$ 의 최솟값은?

1) 코시-슈바르츠 부등식에 의해 $a^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a}} = 3$.

(이 때에도 결국 $a^2, \frac{1}{a}, \frac{1}{a}$ 가 같이 일정한 경우).

2) $f(a) = a^2 + \frac{2}{a}$ 라 하면 $f'(a) = 2a - \frac{2}{a^2} = \frac{2(a^3 - 1)}{a^2} = 0$ 에서

$a=1$ 일 때 최솟값 $f(1) = 1 + 2 = 3$.

3) 산술-기하 평균에 의하면 $a^2 + \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2a}$ 에서

$a^2 = \frac{2}{a}$, $a^3 = 2$, $a = \sqrt[3]{2}$ 일 때 최솟값 $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$ ($= 2\sqrt[3]{2}$). } 2포인트

$0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 에서 $(2\cos\theta - 1) \cdot \sin\theta$ 의 최댓값을 구할 때

$2\cos\theta - 1 > 0$, $\sin\theta > 0$ 이므로 $2\cos\theta - 1 = \sin\theta$ 일 때 값이 최대.

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 4\cos^2\theta - 4\cos\theta + 1 + \cos^2\theta = 5\cos^2\theta - 4\cos\theta + 1 = 1$

$\therefore \cos\theta = \frac{4}{5}$. 이런 형태로 산술-기하 평균을 쓸 수 없다.

$\therefore 2\cos\theta - 1$ 과 $\sin\theta$ 는 서로 독립적이지도 않고, 합과 곱이 일정하지도 않다.

→ 2018 학년도 평가원 6월 수학 가형 26번 같은 문제를 공부할 때,

산술-기하 평균 적용에 있어 간과하기 쉬운 부분도 짚고 넘어가야 한다.