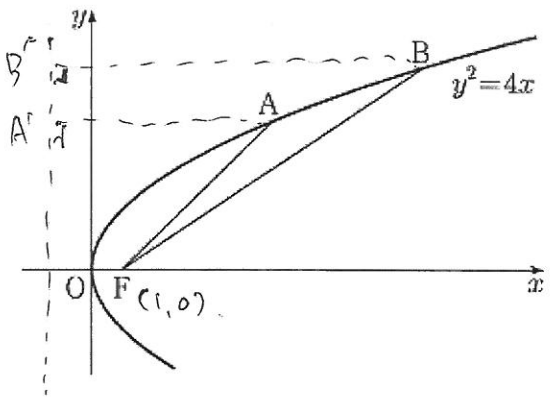
* 2020학년도 평가원 9월 수학 가형 27번.



F(1, 0)

A(a, $2\sqrt{a}$)

B(b, $2\sqrt{b}$)

a, b는 자연수. ($a \neq b$).

준선 l : $x=-1$.

$\overline{AF}=\overline{AA'}$, $\overline{BF}=\overline{BB'}$.

l: $x=-1$. $\therefore \overline{AF}\times\overline{BF}=\overline{AA'}\times\overline{BB'}=(a+1)(b+1)=ab+a+b+1$

또한 삼각형 AFB의 무게중심의 x좌표는 $\frac{1+a+b}{3}=6$. $\therefore a+b=17$.

$\therefore$ $ab+a+b+1$의 최댓값은 $ab+18$의 최댓값과 같다.

a, b는 자연수 (>0), $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ $\therefore ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}=\frac{17^2}{4}=\frac{340-51}{4}$

$=\frac{289}{4}=72.\text{xxx}$.

$\therefore$ $ab=72$일 때 최댓값 $72+18=90$을 갖는다.

그러나 산술 기하 평균에서의 계산은 a, b가 양수이고, $a=b=\sqrt{72}$ 일 때의 계산.

그러므로 $a+b=17$, $ab=72$를 만족시키는 자연수는 $t^2-17t+72=0$ 에서

$a=8$, $b=9$ 가 나온다. 즉, 최댓값은 90이다.

문제에서 그림이 주어지지 않았다면 $a=9$, $b=8$도 가능하지만,

그림 내용상 $a=9$, $b=8$은 불가능하다.