

EBS 나형 최종 선별 191112 ver.

제작 : 김기대 T, 백승우 (파급효과)

<안내사항>

1. EBS는 최근 체감연계율이 매우 높아졌기 때문에, 전문항 1회독 후 선별문항 2회독 이상 하길 추천합니다. 정답은 맨 마지막 페이지에 있습니다.
2. 하지만 본 파일은 EBS를 한 번도 보지 않은 학생들을 기준으로 선별되었습니다. 따라서 EBS를 전문항 1회독을 한 학생들은 별표 (중요도) 가 2개 이상인 문제들만 보아도 좋습니다.

중요도 관련 안내

※ 중요도와 문항의 절대적 난이도는 상관관계가 없습니다.

3점짜리 쉬운 문제여도 신박한 표현이나 완성도 높은 문항은上等급,

4점짜리 매우 어려운 문제여도 수능스럽지 않은 문항은 下등급을 부여했습니다.

※ 선별 기준 및 별표 등급 안내

선별 기준: 타 교재에서 흔히 볼 수 있고 쉬운 문제는 선별에서 제외, 흔한 문제이나 중요한 유형문제는 선별.

☆등급)

수능 연계 가능성은 낮지만 안풀고 시험에서 마주했을 시 당황스러울 만한 문제거나 교훈적인 문제

★등급)

수능 연계 가능성이 약간 있는 문항

★★등급)

적절한 변형을 가하면 충분히 수능 연계 가능성이 보이는 문항

★★★등급)

자체적으로 완성형인 문제. 수능 연계 가능성이 매우 높은 문항

또한, ★뒤에 붙은 ☆은 같은 등급 내에서 더 중요한 문제입니다

3. 본 파일은 수작업한 파일이므로, 간단한 오타와 순서뒤틀림 등이 있을 수 있습니다. 정오사향을 말씀해주시면 신속히 공지하겠습니다. (문법적인 오타도 수정 중 발견되고 있지만, 앞으로의 선별해야 할 문제들이 너무 많아 적당한 건 넘어갔다. 맞춤법이 아쉬운 부분이 이썬도 바꾸도록 하자.)
4. 수학[김기대]와 파급효과가 각각 문과 반 이과 반씩 나눠 배포합니다. (모두 팔로우 해두면 되겠죠?)
5. 해설은 각 페이지의 문항코드를 활용하여 종이교재 혹은 EBS 홈페이지에서 볼 수 있습니다.
6. 문항을 제외한 *Comment*에 대한 인용은 저자 두 명 이외에 불허합니다.

문항 코드 : 9009-0046

중요도 : ★★★

5 이하의 서로 다른 네 자연수 a, b, c, d 에 대하여

$$a+6 \leq b+4 \leq c+2 \leq d$$

를 만족시키는 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?

- ① 480
- ② 485
- ③ 490
- ④ 495
- ⑤ 500

기대 Comment)

갓BS를 해야하는 이유. 나형 29번, 가형 19번에 나온 판박이 문제.

파급 Comment)

6평 때의 추억이 떠오르는가? 이게 바로 그 문제다. 무작정 기억난다고 중복조합을 쓰지 말고 왜 사용해도 되는지를 꼭 생각하자. 간단히 그 이유를 설명하면 a 가 자연수 일 때 $a+2 \leq b$ 로 인해 b 도 자연수임이 보장 되기 때문이다. 이런 보장이 없다면 함부로 중복 조합을 쓰면 안 된다. 이외에도 a 나 d 를 기준으로 삼아 \sum 식을 이용하여 경우의 수를 구하는 방법이 있는데 기출 파급러들을 chapter 3를 보길 바란다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0053

중요도 : ★★★

두 기차역 A와 B를 연결하는 철로 사이에 15개의 역이 있다. A역에서 출발한 기차가 B역에 도착할 때까지 다음 조건에 따라 운행한다고 한다.

(가) A역과 B역 사이의 15개의 역 중에서 3개의 역에 정차한다.

(나) 출발 후 첫 번째 정차한 역과 두 번째 정차한 역 사이에 적어도 한 개의 역이 있다.

(다) 출발 후 두 번째 정차한 역과 세 번째 정차한 역 사이에 적어도 두 개의 역이 있다.

A역에서 B역까지 열차가 운행하는 경우의 수는?

- ① 210
- ② 215
- ③ 220
- ④ 225
- ⑤ 230

기대 Comment)

사이에 있는 역들을 고정하고 할건지, 다른 방법으로 풀건지 수능장 들어가기 전에 미리 정해둘 것.

파급 Comment)

A 역과 첫 번째 정차역 사이 역 개수, 첫 번째 정차역과 두 번째 정차역 사이 역 개수, 두 번째 정차역과 세 번째 정차역 사이 역 개수, 세 번째 정차역과 B 역 사이 역 개수를 문자로 두고 식을 세워보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0094

중요도 : ★★★

서로 다른 4개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 하자. $M \times m < 20$ 일 확률은?

① $\frac{26}{27}$

② $\frac{77}{81}$

③ $\frac{76}{81}$

④ $\frac{25}{27}$

⑤ $\frac{74}{81}$

기대 Comment)

직접 할 건지, 여사건으로 할지 고민해보자. (판단기준이 애매하다. 직접 해봐야 판단을 내릴 수 있는 특이한 문제)

파급 Comment)

여사건이 아마 더 쉬울걸? $M \times m \geq 20$ 에 해당하는 경우의 수가 적다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0091

중요도 : ★★★

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 모든 일대일함수 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 선택한 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

$a \in A$ 에 대하여 $f(a) = a$ 인 a 의 개수는 3이다.

- ① $\frac{1}{72}$
- ② $\frac{1}{36}$
- ③ $\frac{1}{24}$
- ④ $\frac{1}{18}$
- ⑤ $\frac{5}{72}$

기대 Comment)

이 문제도 별표. 너모 좋다.

파급 Comment)

6평 25번이 기억나는가? 그 문제는 여기에 지역의 개수 조건도 붙여서 엄청난 오답률을 냈었다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0108

중요도 : ★★★

주머니에 흰 공 3개와 검은 공 6개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내 공의 색을 확인하고 다시 주머니에 넣는다. 이 시행을 6회 반복할 때, 3번째 시행에서 흰 공이 두 번째로 나오고 6번째 시행에서 검은 공이 두 번째로 나올 확률은?

① $\frac{2}{243}$

② $\frac{8}{729}$

③ $\frac{10}{729}$

④ $\frac{4}{243}$

⑤ $\frac{14}{729}$

기대 Comment)

별표. 연계가능성 매우 높음. 문제의 상황을 맞추도록 하는 케이스를 생각해보자.
나 같으면 색 하나 더 추가해서 냈을 것이다.

파급 Comment)

먼저 문제 조건에 맞는 공의 배치부터 생각하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0113

중요도 : ★★★

주머니에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내 공에 적힌 수를 확인하고 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣는다. 이 시행을 2번 했을 때, 확인한 4개의 수의 최댓값이 12일 확률은?

① $\frac{11}{36}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{13}{36}$

④ $\frac{7}{18}$

⑤ $\frac{5}{12}$

기대 Comment)

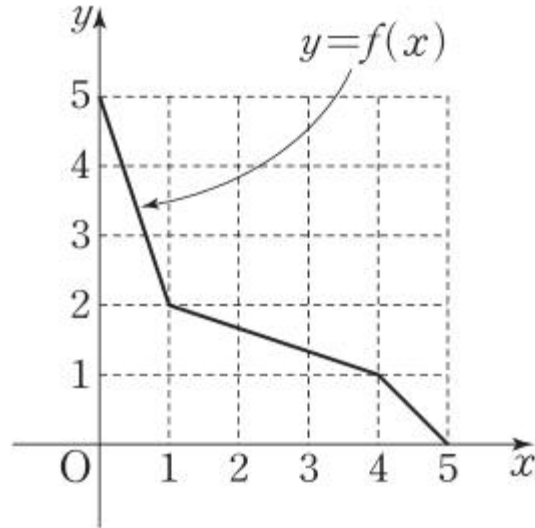
평가원은 극단적인 상황을 좋아한다. 최댓값이 12일 확률은, 전체에서 최댓값이 12가 아닐 확률을 빼 주면 된다. 이것도 연계가능성 매우 높음.

파급 Comment)

여사건을 이용하면 편하다. 최댓값이 12가 아니라면 12를 제외한 공을 자유롭게 뽑는 경우의 수만 고려하면 된다.

정리, 요약)

그림과 같이 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 5\}$ 에서 X 로의 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, 5), (1, 2), (4, 1), (5, 0)$ 을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



$f(x) - f^{-1}(x)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 실수 x 의 개수는?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

기대 Comment)

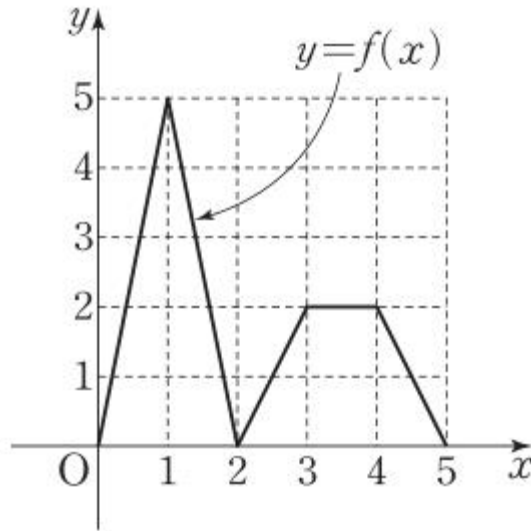
역함수를 그려놓고 생각해보자. 이 문제 느낌 쫄아.

파급 Comment)

보자마자 눈앞에 여러 문과 수2 기출이 스쳐 지나갔다. 별 개수를 확인해보니 역시 3개! $y = x$ 를 그리고 $y = f^{-1}(x)$ 를 그려보면 쉽게 풀린다.

정리, 요약)

그림과 같이 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$ 에서 X 로의 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, 0), (1, 5), (2, 0), (3, 2), (4, 2), (5, 0)$ 을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다. 방정식 $f(x) + (f \circ f)(x) = 5$ 의 서로 다른 모든 실근의 합을 구하시오.



기대 Comment)

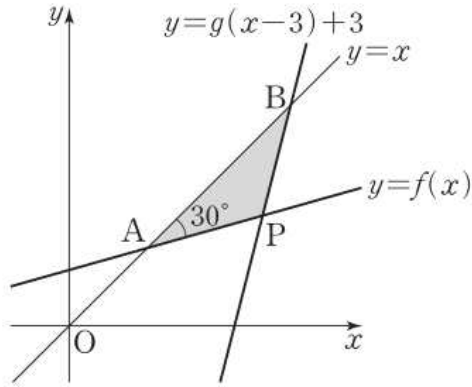
이 문제도, $f(x) = t$ 가즈아잇

파급 Comment)

$f(x) = t$ 로 치환하면 $t + f(t) = 5$ 이다. t 의 범위에 따라 $f(t)$ 의 식이 변화하는 걸 고려하여 서로 다른 모든 실근을 구해주자.

정리, 요약)

그림과 같이 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 와 점 A에서 만나고 두 직선 $y=f(x)$, $y=x$ 가 이루는 예각의 크기는 30° 이다. 함수 f 의 역함수를 g 라 할 때, 함수 $y=g(x-3)+3$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 와 점 B에서 만난다. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x-3)+3$ 의 그래프의 교점을 P라 할 때, 삼각형 APB의 넓이는?



- ① $\sqrt{3}$
- ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $3\sqrt{3}$

기대 Comment)

$f(x)$ 로부터 $g(x-3)+3$ 을 그려낼 수 있는지에 대한 문제.
 $g(x-3)+3$ 가 $g(x)$ 를 ‘하필’ (3, 3)만큼 움직인게 무슨 의미가 있는지 생각해볼만한 좋은 문제이다.

파급 Comment)

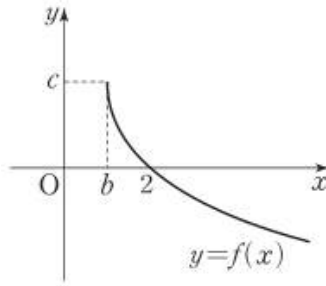
$f(x), g(x)$ 는 점 A에서 만난다. $f(x), g(x-3)+3$ 는 점 B에서 만난다. 그렇다면 점 A, 점 B 사이 거리는? 그렇다. $3\sqrt{2}$ 이다. $g(x-3)+3$ 가 $g(x)$ 를 (3, 3)만큼 평행이동 시킨 것이기 때문이다. $y=x$ 와 x 축이 이루는 각이 45° 임을 꼭 기억하자.

정리, 요약)

함수 $f(x) = a\sqrt{x-b} + c$ 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같이 두 점 (b, c) , $(2, 0)$ 을 지나고,

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 + b(x \leq 2)$$

이다. 함수 $g(x) = -\frac{bx-c}{x-a}$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 상수, $a \neq 0, b < 2$)



< 보 기 >

- ㄱ. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 모든 사분면을 지난다.
- ㄴ. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = -x - 3$ 에 대하여 대칭이다.
- ㄷ. 점 $(-2, -1)$ 에서 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 한 점에서 만나는 직선을 그을 수 있다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

자, 내가 앞 문제에서 언급했던 부분이다. $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 + b(x \leq 2)$ 의 역함수를 구할 때, 구간의 변동까지 신경써야 b 를 수월하게 구할 수 있는 문제.

(물론, 눈치밥으로 b 값 바로 찾아낼 수 있는 방법을 알고 있으나, 공간이 부족하여 Comment를 마무리 한다. -페르대 (=페르머=페르마))

파급 Comment)

역함수가 나왔으니 $y = x$ 그리고 역함수 그래프 개형을 먼저 그린 후에 식 세우길 권장한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9007-0077

중요도 : ★★★

함수 $y = x^2 + 1 (x \geq 0)$ 의 그래프에 접하는 직선 l_1 과 함수 $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프에 접하는 직선 l_2 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 직선 l_1, l_2 는 점 $(2, 2)$ 를 지난다.

(나) 두 직선 l_1, l_2 의 기울기는 모두 1보다 크다.

두 직선 l_1, l_2 의 기울기의 곱이 $a + b\sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)

기대 Comment)

하- EBS의 평가를 바꾸게 한 문제이기도 하다. 별!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!표!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
정말 좋아요.

파급 Comment)

$y = x^2 + 1 (x \geq 0)$, $y = \sqrt{x-1}$ 는 서로 역함수 관계이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9007-0191

중요도 : ★★★

자연수 n 에 대하여

$$0 < a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2n-1} < a_{2n} < 6n + 6$$

을 만족시키는 $2n$ 개의 홀수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n-1}, a_{2n}$ 의 총합의 최솟값을 m_n , 최댓값을 M_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M_n}{m_n}$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

기대 Comment)

이 문제는 최댓값을 구할 때 ‘등차수열을 거꾸로 더하기’가 주요한 문제.

파급 Comment)

1부터 $6n + 6$ 까지 자연수 중 가장 작은 홀수는 1이고 가장 큰 홀수는 $6n + 5$ 이다. $\sum_{k=1}^n 2k - 1 = n^2$ 을 꼭 알고 있자.

정리, 요약)

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(b_n + 1) = 2019$ 일 때, 보기 에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, 모든 자연수 n 에 대하여 $b_n \neq -1$ 이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = 2000$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 19$ 이다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n + 1) = 2019$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 1$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

급수에 대한 수렴문제가 있을 때, 수열의 종류를 항상 확인하자.
일반적인 수열일 경우 안풀리던 문제가 하필 ‘등비수열’이었어서 풀리는 경우가 많으니까.

파급 Comment)

이런 문제를 ‘정석대로’ 풀지 않는다면 모든 보기가 옳은 것처럼 보일 것이다. ‘수렴하는’ 수열끼리만 사칙연산이 가능하다. 수렴여부를 모를 때 함부로 수열을 쪼개 계산하면 ‘절대’ 안 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9007-0227

중요도 : ★★★

최고차항의 계수가 모두 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 0$, $g(2) = 0$

(나) 두 극한값 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-1)}{f(x)}$ 이 모두 존재한다.

(다) 극한값 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)}{f(x)}$ 는 존재하지 않는다.

$f(4) + g(4)$ 값을 구하시오.

기대 Comment)

$f(x)$ 와 $g(x)$ 서로가 서로에게 영향력을 끼치는 문제. 킬러의 일부분으로도 적용되기 좋으니 잘 연습 해둘 것.

파급 Comment)

딱 봐도 킬러의 source가 될만한 문제이다. 조건 (나)로부터 $f(x)$, $g(x)$ 가 각각 어떤 다항식을 인수로 가지는 지 많이 알 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9007-0238

중요도 : ★★★

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x)+x=0$ 은 오직 하나의 실근 α 를 갖는다.

$$f(0)=1, f(1)=4, f(2)=-1, f(3)=-4, f(4)=-5, f(5)=-8$$

일 때, 다음 중 실근 α 가 존재하는 구간은?

- ① (0, 1)
- ② (1, 2)
- ③ (2, 3)
- ④ (3, 4)
- ⑤ (4, 5)

기대 Comment)

문과에서 못낼 것만 같았던 사잇값과 평균값정리가 드디어 9월 21번에 나왔다. 이제 더 이상 수학 청정구역이 아니다. 대비할 것.

파급 Comment)

문과는 사잇값 정리, 평균값 정리가 이번에 처음 나온다니 믿기지 않는다. 이과에서 사잇값 정리, 평균값 정리는 잊을만하면 평가원에 등장하는 요소이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9007-0244

중요도 : ★★★

두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & (x < 0) \\ -x+4 & (x \geq 0) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} x+a+1 & (x < b) \\ x+a & (x \geq b) \end{cases}$$

가 있다. 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 두 상수 $a, b (b > 0)$ 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

기대 Comment)

불연속인 부분이 다를 경우 어케할래?
역시, 올해 평가원에 비슷한 문제가 있었음을 인지하자.

파급 Comment)

$f(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이고 $g(x)$ 가 $x=b$ 에서 불연속임에도 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체 집합에서 연속이라면, 다음과 같은 해석이 가능하다. (단, $a \neq b$)

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = p, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = q$ 라면 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 이고 $g(a) = 0$ 이다. (단, $p \neq q$)

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = r, f(a) = s$ 라면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ 이고 $g(a) = 0$ 이다. (단, $r \neq s$)

정리, 요약)

문항 코드 : 9007-0245

중요도 : ★★★

다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x_1 < x_2$ 인 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.
(나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 실근을 갖는다.

보기 에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

- ㄱ. 방정식 $f(2x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 오직 하나의 실근을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(1-x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 오직 하나의 실근을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $f(x^2) = 0$ 은 열린 구간 $(-1, 1)$ 에서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

사잇값 정리. ㄷ보기 특히 주의.

파급 Comment)

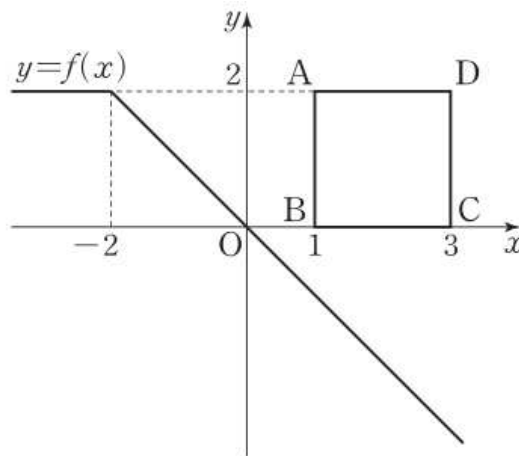
조건 (가)는 $f(x)$ 가 감소함수임을 알려준다. 보기 판단은 사잇값 정리를 이용하면 된다.

정리, 요약)

함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (x < -2) \\ -x & (x \geq -2) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 네 점 $A(1, 2)$, $B(1, 0)$, $C(3, 0)$, $D(3, 2)$ 가 있다. 점 $P(x, f(x))$ 와 사각형 $ABCD$ 의 변 위의 임의의 점 Q 에 대하여 \overline{PQ}^2 의 최댓값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 집합을 구하시오.



기대 Comment)

과거 기출 29번 중 비슷한 문제가 있었는데, 그 문제보다 난도는 어려운 것 같다. 잘 풀어보자.

파급 Comment)

진짜 좋은 문제이자 귀찮은 문제이다. x 구간을 잘 분리하여 $g(x)$ 식을 잘 세우자.

정리, 요약)

다항함수 $f(x)$ 가 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2} \{f(a) + f(b)\}$$

$$(나) \int_{-a}^a f(x)dx = 4a$$

$$(다) f(2) = 8$$

$f(4)$ 의 값은?

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

기대 Comment)

이 문제 별표. '임의의 두 실수' a, b 이기에 풀리는 문젠데, (나)를 잘 해석해보자.
(좀 과하다고 생각이 조금 들긴 함)

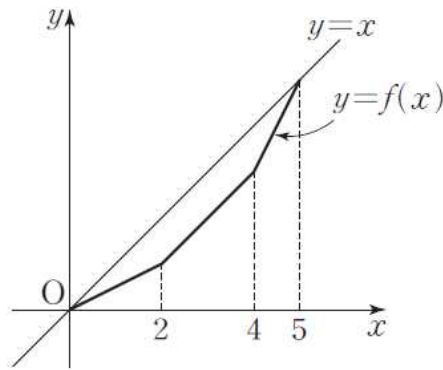
파급 Comment)

조건 (가)로부터 $y = f(x)$ 가 직선임을 알 수 있다. $\frac{b-a}{2} \{f(a) + f(b)\}$ 가 사다리꼴 넓이임을 알아 본다면 바로 판단이 가능할 거다. 조건 (나)로부터 $y = f(x)$ 의 상수항이 2임을 알 수 있다. 조건 (다)로부터 $f(x) = 3x + 2$ 임을 알 수 있다. 끝! 어찌다 보니 문제 해설을 적었네. 하지만 ebs 풀이는 실망스럽게도 엄청나게 복잡하게 풀었다. 한 번 비웃어 주고 오자.

정리, 요약)

집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (0 \leq x < 2) \\ x-1 & (2 \leq x < 4) \\ 2x-5 & (4 \leq x \leq 5) \end{cases}$ 의 그래프와

직선 $y = x$ 가 그림과 같다.



함수 f 의 역함수를 g 라 할 때, 등식 $\frac{f(k)+g(k)}{2} = k$ 를 만족시키는 5 이하의 모든 자연수 k 의 값의 합은?

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

기대 Comment)

정말 좋은 문제야. 2017년이었으면 이 문제는 무조건 21번에 반영됐을걸?
 (cf. 2017 6, 9, 수능 모두 21번이 수학2 함수에서 출제, 이후 수학2 함수와 미적분을 섞어 출제하면서 현재에는 거의 미적분이 2130을 먹는 트렌드로 바뀜)

파급 Comment)

$\frac{f(k)+g(k)}{2} = k$ 를 보는 순간 선별 문제 중에서도 급이 다르다는 걸 느꼈다. $y = g(x)$ 그래프를 그리거나 식을 직접 구한다면 풀린다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0062

중요도 : ★★★

함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + 1$ 에 대하여 $f(3) = 5$, $f^{-1}(5) = f(5)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

기대 Comment)

$f^{-1}(5) = f(5)$ 를 어떻게 해석하느냐가 관건이야.

$f(x)$ 가 증가함수인지 감소함수인지 확인해보려고 a 의 범위를 나눴다? 넌 이자식... '1등급이야..'

파급 Comment)

역함수가 나오면 이전 comment들로부터 강조하던 바를 따르자. 이를 따르면 $f^{-1}(5) = 3$ 인걸 바로 알아내고 $f(x)$ 가 감소함수 인걸 알 수 있을 것이다. $f^{-1}(5) = f(5) = 3$ 에서 볼 수 있다시피 $f(x)$ 가 감소함수이면 역함수와의 교점이 꼭 $y = x$ 위에 있는 것이 아니다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0070

중요도 : ★★★

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_1 + a_2 + a_3 = 38$ 일 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 값은? (단, $n \geq 3$)

(가) $a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 142$

(나) $S_n = 390$

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

기대 Comment)

이 문제는 암산으로도 되어야 해. 안되면 더 열심히 해야지 뭐... 파이팅.. (또 바꿔줬다.)

파급 Comment)

사실 난 계산 능력이 딸려 암산까지는 못하겠고 $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots$ 을 어떻게 이용할지 생각해 보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0084

중요도 : ★★★

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여 $3^{S_n} = \frac{n+2}{3}$ 를 만족시킬 때, $3^{a_1+a_4}$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{5}$
- ② $\frac{6}{5}$
- ③ $\frac{8}{5}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{12}{5}$

기대 Comment)

아, 이 문제 겁나 느낌있어. 출제 개 유력 진심. 문제가 어려워서가 아니고, 겉모양이 너무 이뻐. 출제하기 좋아보이는 모양이란거야.

파급 Comment)

$3^{S_n} = \frac{n+2}{3}$ 의 양변에 로그 씌우는 것보다 구하려는 것을 고려하면 $\frac{3^{S_n}}{3^{S_{n-1}}} = 3^{a_n}$ 을 이용하는 것이 훨씬 효율적이다. $S_1 = a_1$ 인 것도 잊지 말자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0226

중요도 : ★★★

두 함수 $f(x) = \int (x^3 + 2x + 1)dx$, $g(x) = \int (2x^3 - x + 1)dx$ 에 대하여 $f(0) = g(0)$ 일 때, $f(2) - g(2)$ 의 값을 구하시오.

기대 Comment)

이 문제는 그냥 풀어도 얼마 걸리지 않지만, 더 나은 실력향상을 위해서는

1. 함수치환 ($f(x) - g(x) = h(x)$), 2. 두 함수값의 차이는 정적분의 값이라고 생각할 수 있음.
을 얻어가면 돼.

파급 Comment)

$f(x) - g(x) = h(x)$ 로 바꿔푸는 걸 추천하다. 문과 기출에도 이를 이용해 푸는 킬러 기출이 몇몇 있을 것이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0378

중요도 : ★★★

다음 조건을 만족시키는 집합 $X = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A 의 개수는? (단, 집합 A 는 공집합이 아니고, $A = \{a\}$ 인 경우 모든 원소의 합과 곱은 각각 a 이다.)

(가) A 의 모든 원소의 합은 홀수이다.

(나) A 의 모든 원소의 곱은 8의 배수가 아니다.

- ① 112
- ② 128
- ③ 144
- ④ 160
- ⑤ 176

기대 Comment)

별표 세 개로 부족하니까 본인이 30개만 더 하도록 하자. 문제의 (괄호) 부분의 '새로운 곱의 정의' 만 빼고는 거의 완벽한 상황적 숫자조합을 이뤄낸 문제다. 풀어보면 안다. 정말 잘냈다.

그렇게 안느껴졌다면 본인이 이상한 방법으로 푼 거다.

파급 Comment)

1부터 10까지의 숫자를 홀수, 짝수로 먼저 나누어 생각하자. 짝수의 경우 인수로 2를 몇 개나 지니고 있는지를 확인하는 것도 중요하다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0481

중요도 : ★★★

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최댓값을 구하시오.

(가) $x < 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\{f(x)\}^2 \geq \{f(-1)\}^2$ 이다.

(나) $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\{f(x)\}^2 \geq \{f(3)\}^2$ 이다.

(다) 점 $(-1, f(-1))$ 을 지나고 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 모든 접선의 기울기는 항상 양수이다.

기대 Comment)

간만에 킬러다운 킬러를 EBS가 출제했다. 이 문제는 좋지만, 아직 유명 사설의 킬러를 따라오려면 먼 것 같다 π

파급 Comment)

나름 $\{f(x)\}^2$ 를 사용하여 조건에 생소함을 주려한 것 같다. 하지만 조건 해석이 쉽고 알맞은 그래프 개형을 그리면 끝난다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0301

중요도 : ★★★

주머니에 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 구슬이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 구슬을 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 넣는 시행을 4번 반복할 때, k 번째에 꺼낸 구슬에 적혀 있는 숫자를 a_k ($k = 1, 2, 3, 4$)라 하자.

$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$ 가 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

기대 Comment)

확인 후 다시 넣는지 안넣는지. 복원추출인지 비복원추출인지 잘 확인하도록 하자.
그리고 아직도 확률에 중복조합 쓰면 안된다고 우기는 흑우 없재?
심 지 어 같 포 순 도 써 도 된 다. 지 양 할 뿐 이 다.

파급 Comment)

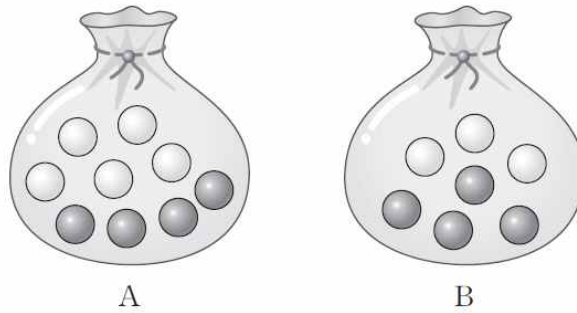
${}_5H_4$, ${}_4H_5$ 둘 중 어떤 걸 써야 하는지 헷갈리면 안된다. 이 문제에서는 '서로 다른 5개의 숫자를 중복 허용하여 4개 뽑으면 되는 상황'이기에 ${}_5H_4$ 이다. 무작정 암기보다는 '~개를 중복 허용하여 ~를 뽑는다'를 생각하자. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 3 참고해라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0322

중요도 : ★★★

주머니 A에는 흰색 탁구공 5개와 노란색 탁구공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰색 탁구공 3개와 노란색 탁구공 4개가 들어있다. 갑은 주머니 A에서 임의로 3개의 탁구공을 동시에 꺼내고 을은 주머니 B에서 임의로 2개의 탁구공을 동시에 꺼내어 갑은 주머니 B에, 을은 주머니 A에 넣었다. 갑과 을이 꺼낸 탁구공 중에 모두 노란색 탁구공이 포함되어 두 주머니 A, B에 들어 있는 흰색 탁구공과 노란색 탁구공이 각각 4개씩일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



기대 Comment)

이 문제도 연계되기 좋은 문항. 적절한 어려움과 적절한 발문이 조화를 잘 이룬다.

파급 Comment)

같은 색 공들이어도 확률 구하는 거니 다 다르게 취급 가능하다.

정리, 요약)

	정답		정답		정답		정답		정답
0046	4	0054	4	0052	3				
0053	3	0056	21	0062	28				
0094	3	0057	2	0070	3				
0091	2	0075	3	0084	2				
0108	2	0077	11	0226	2				
0113	1	0191	1	0378	2				
		0205	4	0481	18				
		0227	12	0301	139				
		0238	3	0322	202				
		0244	1						
		0245	5						
		0264	9						
		0311	4						

기대모의고사 가형/나형 Vol1, 2 링크		기출의 파급효과 시리즈 전자책 모음 링크	
<p>좋은 약은 입에 쓰다. 1~2등급은 모래주머니로, 3~4등급은 준킬러대비 N제로 사용하기 좋은 고퀄 and 고난도 모의고사!</p>		<p>안정적이고 쉽게 1등급 달성. 전자책 전용) 미적분2 & 확통 (문이과 공통)</p>	
김기대T 수능 후 논술 Final 개강 안내사항		기출의 파급효과 기하와 벡터 종이책 링크	
<p>수능 3연속 만점 출신이자 수리논술을 직접 다수 합격한 'Real 논술 Final' 한양, 경북, 세종, 광운, 아주, 인하대 확정. 다른 학교들은 15일 종일 특강 추천!</p>		<p>기백은 전자책과 종이책 모두 있습니다.</p>	

어떤 과목이든 문제 막히면 바로 넘어가라.

나중에 돌아와서 풀 때는 자기 풀이 보면서 끄끄거리지 말고 문제로 돌아가라.
문제에 안 써먹은 조건이 분명 있을 거다.

막히면 국어, 영어는 선지가 아닌 지문을 먼저 봐야 하고
수학은 자신의 풀이과정을 뜯어져라 보는 것이 아니라 먼저 문제를 봐야 한다.
사탐은 내가 안 해봐서 잘 모르겠다.

한 해동안 나도 수고 많았고 너희도 수고 많았다.
암튼 개정 전 마지막 수능 파이팅! 내가 응원한다.

-파급효과-