

EBS 가형 최종 선별 191112 ver.

제작 : 김기대 T, 백승우 (파급효과)

<안내사항>

1. EBS는 최근 체감연계율이 매우 높아졌기 때문에, 전문항 1회독 후 선별문항 2회독 이상 하길 추천합니다. 정답은 맨 마지막 페이지에 있습니다.
2. 하지만 본 파일은 EBS를 한 번도 보지 않은 학생들을 기준으로 선별되었습니다. 따라서 EBS를 전문항 1회독을 한 학생들은 별표 (중요도) 가 2개 이상인 문제들만 보아도 좋습니다.

중요도 관련 안내

※ 중요도와 문항의 절대적 난이도는 상관관계가 없습니다.

3점짜리 쉬운 문제여도 신박한 표현이나 완성도 높은 문항은上等급,

4점짜리 매우 어려운 문제여도 수능스럽지 않은 문항은 下등급을 부여했습니다.

※ 선별 기준 및 별표 등급 안내

선별 기준: 타 교재에서 흔히 볼 수 있고 쉬운 문제는 선별에서 제외, 흔한 문제이나 중요한 유형문제는 선별.

☆등급)

수능 연계 가능성은 낮지만 안풀고 시험에서 마주했을 시 당황스러울 만한 문제거나 교훈적인 문제

★등급)

수능 연계 가능성이 약간 있는 문항

★★등급)

적절한 변형을 가하면 충분히 수능 연계 가능성이 보이는 문항

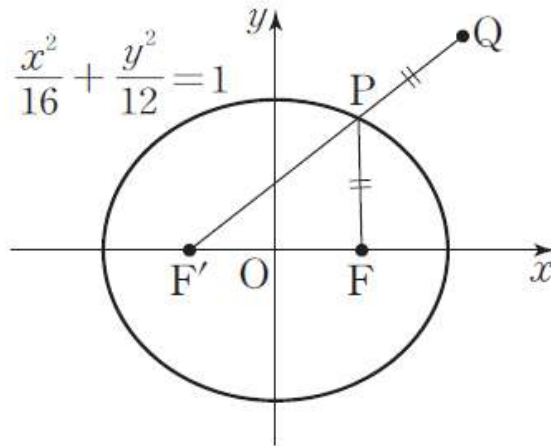
★★★등급)

자체적으로 완성형인 문제. 수능 연계 가능성이 매우 높은 문항

또한, ★뒤에 붙은 ☆은 같은 등급 내에서 더 중요한 문제입니다

3. 본 파일은 수작업한 파일이므로, 간단한 오타와 순서뒤틀림 등이 있을 수 있습니다. 정오사향을 말씀해주시면 신속히 공지하겠습니다. (문법적인 오타도 수정 중 발견되고 있지만, 앞으로의 선별해야 할 문제들이 너무 많아 적당한 건 넘어갔다. 맞춤법이 아쉬운 부분이 이썬도 바꾸도록 하자.)
4. 수학[김기대]와 파급효과가 각각 문과 반 이과 반씩 나눠 배포합니다. (모두 팔로우 해주면 되겠죠?)
5. 해설은 각 페이지의 문항코드를 활용하여 종이교재 혹은 EBS 홈페이지에서 볼 수 있습니다.
6. 문항을 제외한 *Comment*에 대한 인용은 저자 두 명 이외에 불허합니다.

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 에 대하여 직선 $F'P$ 위의 점 Q 가 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 를 만족시킬 때, 점 Q 가 나타내는 도형을 C 라 하자. 타원 위의 점 $A(-2, 3)$ 에서의 접선이 도형 C 와 만나는 두 점을 M, N 이라 할 때, 삼각형 $F'MN$ 의 넓이는? (단, 점 Q 는 타원의 외부에 있다.)



- ① $\frac{21\sqrt{71}}{10}$
- ② $\frac{11\sqrt{71}}{5}$
- ③ $\frac{23\sqrt{71}}{10}$
- ④ $\frac{12\sqrt{71}}{5}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{71}}{2}$

기대 Comment)

QF' 이 장축의 길이와 같음을 알면 쉽다.

파급 Comment)

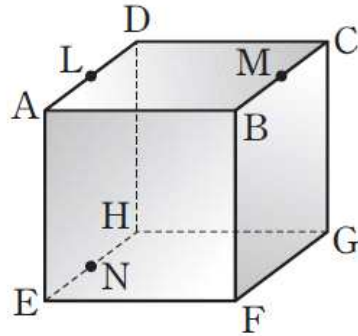
9평 21번 이후로 이차곡선 자취 관련 문제가 띄엄하고 있다. 이런 문제가 그런 류인데 잘 학습해두어라. 교과서도 관련 문제 있으니 잘 봐두고. 점 Q 의 자취는 싱겁게도 점 F' 을 중심으로 하고 반지름이 8인 원이다. 하지만 바로 떠오르긴 쉽지 않았을 것이다. 난 처음에 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 을 보고 점 Q 의 자취로 포물선도 생각했으나 점 P 역시 동점이기에 불가하다는 걸 깨달았다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0155

중요도 : ★★★

그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD-EFGH에서 세 선분 AD, BC, EH의 중점을 각각 L, M, N이라 하자. $\overrightarrow{PL} \cdot \overrightarrow{PM} = 0$ 을 만족시키는 점 P와 $\overrightarrow{QL} \cdot \overrightarrow{QN} = 0$ 을 만족시키는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{BG}$ 의 최댓값이 $m+n\sqrt{2}$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 유리수이다.)



- ① 22
- ② 24
- ③ 26
- ④ 28
- ⑤ 30

기대 Comment)

연계 주의보.

파급 Comment)

점 P와 점 Q의 자취는 구이다. $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{BG}$ 에서 점 P, 점 Q가 동점이어서 당황했을 것이다. 하지만 걱정 마라. 이런 경우에는 \overrightarrow{PQ} 를 점 P의 자취인 구의 중심과 점 Q의 자취인 구의 중심을 거쳐 쪼개면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0156

중요도 : ★★★

좌표공간에서 점 P는 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 위를 움직이고, 점 A(0, 4, 0)에 대하여 점 Q는 $|\overrightarrow{AQ}| = 2, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AQ} = 4$ 를 만족시키며 움직인다. z축 위의 점 B(0, 0, k)에 대하여 $\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{BP}$ 의 최댓값이 $6\sqrt{3}$ 일 때, 양수 k의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

기대 Comment)

쉬운 4점으로 좋을 듯 하다.

파급 Comment)

전형적인 벡터 회전 문제이다. 이번 10월 29번에도 나왔고 직접적으로는 1년도 수능 29번이 떠오르는 문제이다. k는 변수가 아닌 미지수이므로 점 B는 동정이 아닌 정점이다. 점 Q의 자취는 원뿔 벡터가 나올 것이다. $\overrightarrow{AQ} \cdot (\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OP})$ 로 쪼개 후 최댓값을 구하면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0174

중요도 : ★★☆

좌표공간에서 점 A를 꼭짓점, 원 C를 밑면으로 하는 원뿔이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 A와 원 C의 중심을 지나는 직선은 원뿔의 밑면에 수직이고 벡터 $(8, -4, 1)$ 에 평행하다.

(나) 원 C의 반지름의 길이는 3이다.

원 C의 중심을 지나고 z축에 수직인 평면이 원 C와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 APQ의 xy평면 위로의 정사영의 넓이가 $\sqrt{5}$ 일 때, 원뿔의 높이는?

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

기대 Comment)

연계주의보.

파급 Comment)

조건에 맞게 그림을 잘 그리고 점과 도형 사이의 위치를 파악한 후 문제 풀기 쉽도록 입체의 평면화를 잘 시키자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9008-0017

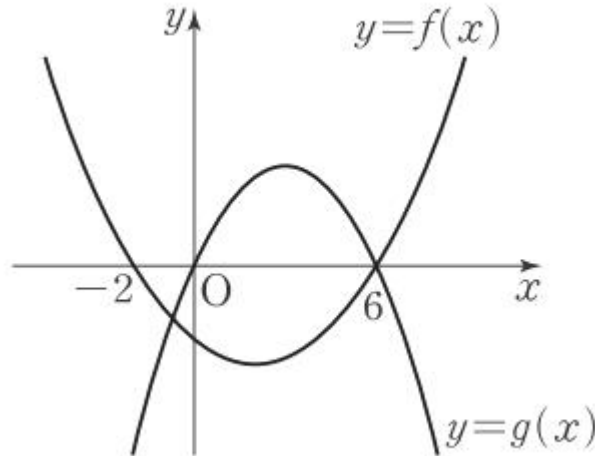
중요도 : ★★

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 집합 $X=\{-2, 0, 2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 를

$$A = \{x \mid 2^{f(x)} \leq 1 \leq 2^{g(2x)}, x \in X\}$$

$$B = \left\{x \mid \left(\frac{1}{3}\right)^{f(x)} < \left(\frac{1}{3}\right)^{g'(x)}, x \in X\right\}$$

라 하자. $n(A) - n(B)$ 의 값은? (단, $f(-2) = f(6) = g(0) = g(6) = 0$)



- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

기대 Comment)

부등식을 풀 땐 밑을 꼭 확인하자.

파급 Comment)

이차함수의 대칭축을 꼭 표시해보자. $g(2x)$ 가 실수하기 좋은 복병이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9008-0109

중요도 : ★★

정의역이 $\{x|x > 0\}$ 인 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.

(나) $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $3f(x) - xf'(x) = x(4\ln x + 1) \times \{f(x)\}^2$ 이다.

함수 $g(x) = \frac{x^3}{f(x)}$ 에 대하여 $g'(e^2)$ 의 값은?

- ① e^7
- ② $6e^6$
- ③ $3e^7$
- ④ $9e^6$
- ⑤ $12e^6$

기대 Comment)

(나) 모양이 재밌다. 수완이 기백 뿐만 아니라 적분 맞집이었던거 기억합니까?
수완, 수특에서 적분으로 불바다 만들고 있는데, 심상치 않다. 미분꼴을 '만들어'낼 수 있어야겠다.

파급 Comment)

문제는 그리 어렵지 않다. 다만, 이번 평가원 트렌드를 보면 $3f(x) - xf'(x) = x(4\ln x + 1) \times \{f(x)\}^2$ 의 양변에 x^2 을 곱하고 양변을 $\{f(x)\}^2$ 을 나누어 $\left(\frac{x^3}{f(x)}\right)' = \frac{3x^2f(x) - x^3f'(x)}{\{f(x)\}^2}$ 을 바로 알아보는 안목이 중요하다. 기출 파급러들은 Chapter 9을 보고 왔다면 스무스하게 알아볼 것이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9008-0133

중요도 : ★★★

함수 $f(x) = 12 - \frac{kx^2}{x^2 + 2x + 3}$ 에 대하여 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 12가 되도록

하는 모든 자연수 k 의 값의 합은?

- ① 100
- ② 102
- ③ 104
- ④ 106
- ⑤ 108

기대 Comment)

문제는 어렵지 않은데, 약간 귀찮은 문제이다. 확실히 연습해두고 들어갈 것.

파급 Comment)

$\frac{kx^2}{x^2 + 2x + 3}$ 은 가분수 꼴이다. 이려면 $k - \frac{2kx + 3k}{x^2 + 2x + 3}$ 처럼 대분수 꼴로 바꿔줘야지! $\frac{2kx + 3k}{x^2 + 2x + 3}$ 의

그래프 개형은 $\frac{\text{일차}}{\text{0이 되지 않는 이차식}}$ 꼴이니 $\frac{x}{x^2 + 1}$ 과 그래프 개형이 유사할 거다. 이렇게 미분 없

이 먼저 그래프 개형 그리고 시작하면 개이득! 기출 파급러라면 Chapter 3를 충분히 봤으면 바로 할 수 있을 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9008-0154

중요도 : ★★

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ 이다.

(나) $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x)dx = 15 + 16\ln 2$

$\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x^2} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{15 + 16 \ln 2}{4}$
- ② $\frac{15 + 16 \ln 2}{2}$
- ③ $15 + 16 \ln 2$
- ④ $2(15 + 16 \ln 2)$
- ⑤ $4(15 + 16 \ln 2)$

기대 Comment)

느낌 좋다. 작년 수능도 비슷하게 풀릴 뻔 했는데, 계수가 안맞아서 아쉬웠지만 암튼 빼있는 문제.

파급 Comment)

작년 수능 16번이 오마주 되는 문제이다. $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ 를 이용하여 $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$ 로 바꾸고 치환적분 하면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9008-0157

중요도 : ★★

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선을 y 축의 방향으로 $-f(t)$ 만큼 평행이동한 직선이 점 $(t+1, \frac{\pi}{2}f(t+1))$ 을 지난다.

$f(0)=0, f(1)=3$ 일 때, $\int_0^1 f(x)f(x+1)dx$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{\pi}$
- ② $\frac{6}{\pi}$
- ③ $\frac{9}{\pi}$
- ④ $\frac{12}{\pi}$
- ⑤ $\frac{15}{\pi}$

기대 Comment)

박스의 내용을 식으로 표현 후 치환적분하면 되겠다.
이거, 수완에서도 비슷한 식이 있었다. ㄱ나니?

파급 Comment)

박스 안 내용을 식으로 표현하면 매우 싱겁다. 14 수능 21번을 오마주한 문제이다. 기출 파급러라면 Chapter 9 봤으면 호다닥 풀었을 것이다. $f'(t) = \frac{\pi}{2}f(t+1)$ 이니 $\frac{2}{\pi} \int_0^1 f(x)f'(x)dx$ 로 바꾼 다음 치환적분 이용하면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9008-0158

중요도 : ★★

정의역이 $\{x|x > 0\}$ 인 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 증가한다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 모든 양의 실수 x 에 대하여 $\int_2^{f(x)} g(t)dt = \int_2^x 3dt$ 일 때, $f(4)$

의 값은?

- ① $2+\ln 2$
- ② $2+2 \ln 2$
- ③ $2+3 \ln 2$
- ④ $2+4 \ln 2$
- ⑤ $2+5 \ln 2$

기대 Comment)

역함수 적분은 $x = f(t)$ 치환이 기본. 또한, $f(2) = 2$ 인 이유를 꼬집어보라고 조언한 파급장에게도 1박 수 드립니다.

파급 Comment)

$f(2) = 2$ 일 것 같다는 강한 느낌이 들고 이렇게 답을 냈을 것이다. 하지만 이렇게 단순히 끝내지 말고 역함수가 존재할 조건까지 고려하여 왜 $f(2) = 2$ 일 수밖에 없는지 생각하자. 힌트를 주자면 모든 x 에 대하여 $g(x) > 0$ 임을 보이면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9008-0159

중요도 : ★★

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \leq x \leq 8$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$, $f'(x)f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{(x-1)(x^2-1)}}{2}$ 이다.

(나) $f(3) = 2$, $f(8) = 3$

$\int_1^3 \frac{f(x)}{f'(f^{-1}(x))} dx$ 의 값은?

① $\frac{2(28 - \sqrt{2})}{15}$

② $\frac{4(28 - \sqrt{2})}{15}$

③ $\frac{2(28 - \sqrt{2})}{5}$

④ $\frac{8(28 - \sqrt{2})}{15}$

⑤ $\frac{2(28 - \sqrt{2})}{3}$

기대 Comment)

이 문제는 정말 억지로 낸 문제 같다. 교과내용을 어거지로 녹였단 느낌.
근데, 요샌 이렇게 트렌드다. 특별한 의미를 담기 보다, 교과내용 잘 할 수 있니? 에 집중되었달까.

파급 Comment)

기출 파급러라면 $f^{-1}(x) = g(x)$ 로 바꾸고 $g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$ 임을 바로 알고 $\int_1^3 \frac{f(x)}{f'(f^{-1}(x))} dx$ 을 $\int_1^3 f(x)g'(x)dx$ 로 바꾸었겠지? 이후에는 $g'(x)$ 를 적분하기 쉬운 꼴로 두고 $f(x)$ 를 미분하기 쉬운 꼴로 둔 다음 부분적분 때리면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0046

중요도 : ★★★

5 이하의 서로 다른 네 자연수 a, b, c, d 에 대하여

$$a+6 \leq b+4 \leq c+2 \leq d$$

를 만족시키는 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?

- ① 480
- ② 485
- ③ 490
- ④ 495
- ⑤ 500

기대 Comment)

갓BS를 해야하는 이유. 나형 29번, 가형 19번에 나온 판박이 문제.

파급 Comment)

6평 때의 추억이 떠오르는가? 이게 바로 그 문제다. 무작정 기억난다고 중복조합을 쓰지 말고 왜 사용해도 되는지를 꼭 생각하자. 간단히 그 이유를 설명하면 a 가 자연수 일 때 $a+2 \leq b$ 로 인해 b 도 자연수임이 보장 되기 때문이다. 이런 보장이 없다면 함부로 중복 조합을 쓰면 안 된다. 이외에도 a 나 d 를 기준으로 삼아 \sum 식을 이용하여 경우의 수를 구하는 방법이 있는데 기출 파급러들을 chapter 3를 보길 바란다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0053

중요도 : ★★★

두 기차역 A와 B를 연결하는 철로 사이에 15개의 역이 있다. A역에서 출발한 기차가 B역에 도착할 때까지 다음 조건에 따라 운행한다고 한다.

(가) A역과 B역 사이의 15개의 역 중에서 3개의 역에 정차한다.

(나) 출발 후 첫 번째 정차한 역과 두 번째 정차한 역 사이에 적어도 한 개의 역이 있다.

(다) 출발 후 두 번째 정차한 역과 세 번째 정차한 역 사이에 적어도 두 개의 역이 있다.

A역에서 B역까지 열차가 운행하는 경우의 수는?

- ① 210
- ② 215
- ③ 220
- ④ 225
- ⑤ 230

기대 Comment)

사이에 있는 역들을 고정하고 할건지, 다른 방법으로 풀건지 수능장 들어가기 전에 미리 정해둘 것.

파급 Comment)

A 역과 첫 번째 정차역 사이 역 개수, 첫 번째 정차역과 두 번째 정차역 사이 역 개수, 두 번째 정차역과 세 번째 정차역 사이 역 개수, 세 번째 정차역과 B 역 사이 역 개수를 문자로 두고 식을 세워보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0094

중요도 : ★★★

서로 다른 4개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M \times m < 20$ 일 확률은?

① $\frac{26}{27}$

② $\frac{77}{81}$

③ $\frac{76}{81}$

④ $\frac{25}{27}$

⑤ $\frac{74}{81}$

기대 Comment)

직접 할 건지, 여사건으로 할지 고민해보자. (판단기준이 애매하다. 직접 해봐야 판단을 내릴 수 있는 특이한 문제)

파급 Comment)

여사건이 아마 더 쉬울걸? $M \times m \geq 20$ 에 해당하는 경우의 수가 적다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0091

중요도 : ★★★

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 모든 일대일함수 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 선택한 함수 f 가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

$a \in A$ 에 대하여 $f(a) = a$ 인 a 의 개수는 3이다.

- ① $\frac{1}{72}$
- ② $\frac{1}{36}$
- ③ $\frac{1}{24}$
- ④ $\frac{1}{18}$
- ⑤ $\frac{5}{72}$

기대 Comment)

이 문제도 별표. 너모 좋다.

파급 Comment)

6평 25번이 기억나는가? 그 문제는 여기에 지역의 개수 조건도 붙여서 엄청난 오답률을 냈었다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0108

중요도 : ★★★

주머니에 흰 공 3개와 검은 공 6개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내 공의 색을 확인하고 다시 주머니에 넣는다. 이 시행을 6회 반복할 때, 3번째 시행에서 흰 공이 두 번째로 나오고 6번째 시행에서 검은 공이 두 번째로 나올 확률은?

① $\frac{2}{243}$

② $\frac{8}{729}$

③ $\frac{10}{729}$

④ $\frac{4}{243}$

⑤ $\frac{14}{729}$

기대 Comment)

별표. 연계가능성 매우 높음. 문제의 상황을 맞추도록 하는 케이스를 생각해보자.
나 같으면 색 하나 더 추가해서 냈을 것이다.

파급 Comment)

먼저 문제 조건에 맞는 공의 배치부터 생각하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9009-0113

중요도 : ★★★

주머니에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내 공에 적힌 수를 확인하고 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣는다. 이 시행을 2번 했을 때, 확인한 4개의 수의 최댓값이 12일 확률은?

① $\frac{11}{36}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{13}{36}$

④ $\frac{7}{18}$

⑤ $\frac{5}{12}$

기대 Comment)

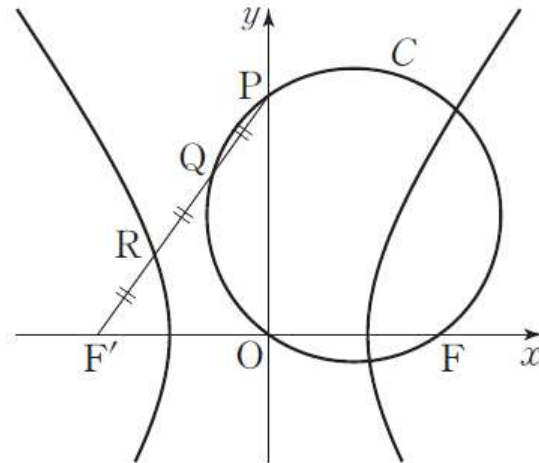
평가원은 극단적인 상황을 좋아한다. 최댓값이 12일 확률은, 전체에서 최댓값이 12가 아닐 확률을 빼 주면 된다. 이것도 연계가능성 매우 높음.

파급 Comment)

여사건을 이용하면 편하다. 최댓값이 12가 아니라면 12를 제외한 공을 자유롭게 뽑는 경우의 수만 고려하면 된다.

정리, 요약)

그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$ 이 있다. y 좌표가 c 보다 큰 y 축 위의 점 P 에 대하여 세 점 P, F, O 를 지나는 원을 C 라 하자. 선분 PF' 이 원 C 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q , 쌍곡선과 만나는 점을 R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RF'}$ 이다. 원 C 의 넓이는? (단, $a > 0$ 이고, O 는 원점이다.)



- ① 12π
- ② 14π
- ③ 16π
- ④ 18π
- ⑤ 20π

기대 Comment)

이런 좋은 문제가 왜 이제 나왔는지 의문이 될 정도다. 분명 어느 실모에서 있을 법 할 만큼 좋은 문제.

다른 말론, 내가 만들지 못해서 아까운 문제. 잘 봐두자. 역시 수완은 기백 맛집이다.

파급 Comment)

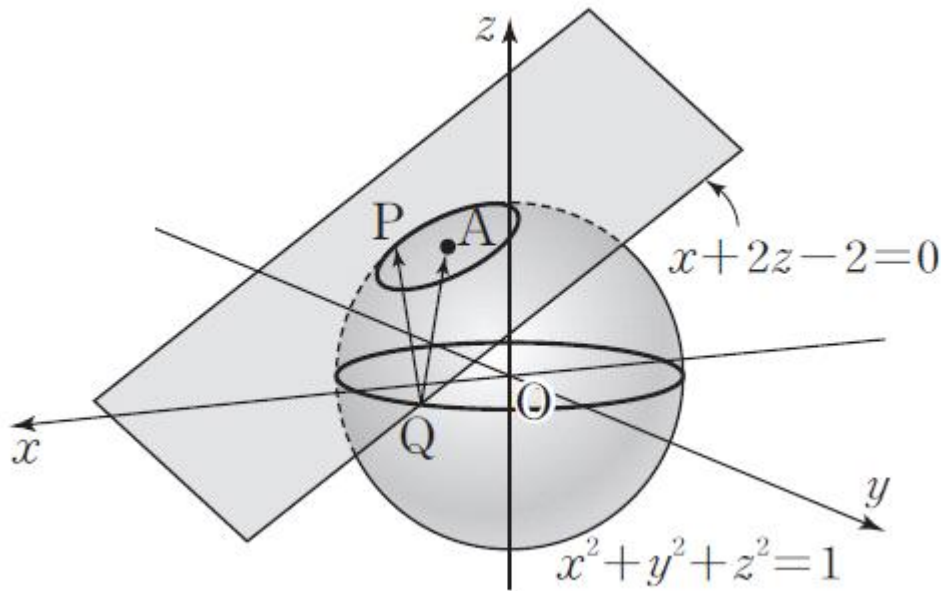
$\angle POF = \frac{\pi}{2}$ 이므로 선분 PF 는 원 C 의 지름인 것을 인지하고 $\overline{OF} = \overline{OF'}$ 에 의한 대칭성으로 $\overline{PF} = \overline{PF'}$ 을 알아차리는 것이 핵심이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0481

중요도 : ★★★

좌표공간에 구 $x^2+y^2+z^2=1$ 과 평면 $x+2z-2=0$ 이 만나서 생기는 원 위의 점 P 가 있다. 이 원의 중심을 A 라 하자. 구 $x^2+y^2+z^2=1$ 과 xy 평면이 만나서 생기는 원 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QP}$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $50m$ 의 값을 구하시오.



기대 Comment)

이것도 좋은 문제이다. 출제 가능성 유력하나, 역시나 고인물들에겐 평범한 문제.

파급 Comment)

아앗! 기출에 이런 상황은 드물었다! $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QP}$ 에서 점 P , 점 Q 가 모두 동점이라니!! 이러면 기출 파급러들 당황할거다. 매뉴얼에 없던 상황이다. 이럴 땐 구의 중심을 거쳐 쪼개 보자.(평면일 땐 원의 중심이겠지?) $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QP} = (\overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OP})$ 인데 $|\overrightarrow{QO}|^2$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 는 고정값을 지닌다. 이제 $\overrightarrow{QO} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP})$ 의 최솟값만 구하면 된다.

점 A , 점 P 의 중점을 점 M 으로 둔다면 $\overrightarrow{QO} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}) = 2 \times \overrightarrow{QO} \cdot \overrightarrow{OM}$ 의 최소를 구하면 끝!

기출 파급러는 점 P 가 동점인데 왜 점 M 을 두는지 의문일 것이다. 이유는 다음과 같다. 문제 상황이 특별하여 보통의 상황과 다르게 점 M 의 자취를 그리기가 쉽다!

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0172

중요도 : ★★★

3 이상의 자연수 n 에 대하여 1부터 n 까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 n 개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 수의 최댓값과 최솟값의 합이 n 일 확률이 $\frac{1}{5}$ 이 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은?

- ① 11
- ② 13
- ③ 15
- ④ 17
- ⑤ 19

기대 Comment)

녹아다뿌니닷.

파급 Comment)

모두를 경악케 했던 작년 6평 28번이 떠오르는 문제이다. 이건 그 문제의 심화 버전이다. n 이 짝수 $2k$ 일 때, n 이 홀수 $2k-1$ 일 때로 나누어 꺼낸 공에 적힌 수의 최댓값과 최솟값의 합이 n 일 확률을 \sum , k 를 이용해 적어보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0036

중요도 : ★★★

$0 \leq x \leq 2\pi$ 인 실수 x 와 실수 k 에 대하여 x 에 대한 방정식 $\left| \sin x - \frac{n}{6} \right| + \frac{n}{6} = k$ 의 실근의 개수를 $f(k)$ 라 할 때, 함수 $f(k)$ 의 치역이 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[정답/모범답안]

2

기대 Comment)

초기엔 내가 ebs 문제를 불평할 때 제일 대표적으로 끌고 왔던 문제다.

$\frac{n}{6}$ 왼쪽으로 넘기면, $k - \frac{n}{6}$ 자체가 임의의 실수가 돼서 저 뒤에 있는 $+\frac{n}{6}$ 이 사실 쓸모가 없어..

근데, 저게 있음으로써 체감난이도를 낮춰주더라.

무슨 뜻인지 몰라도 괜찮다. 알겠으면 박수 한 번 치고, 모르겠으면 넘어가자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0095

중요도 : ★★★

$x > -\frac{1}{2}$ 인 모든 실수 x 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f'(x) = \frac{a - \ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = 1$$

$a+f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

① $\frac{\ln 3}{6}$

② $\frac{\ln 3}{3}$

③ $\frac{\ln 3}{2}$

④ $\frac{2}{3} \ln 3$

⑤ $\frac{5}{6} \ln 3$

[정답/모범답안]

1

기대 Comment)

적분 안되서 당황하신분~

먼저 (나) 조건 이용해서 $f(0), f'(0)$ 찾고 그거 이용해서 a 결정 후 적분 잘 해주자.

이 적분 잘 알아둘 것. 논술에서도 자주 나옴.

파급 Comment)

$a=1$ 임을 구한 후 $f'(x) = \frac{1 - \ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$ 를 적분하려고 할 때 치환적분을 이용해도 좋다. 하지만 몫

의 미분 꼴 안 보이냐? 딱 $\left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ 이 꼴이다. 이를 알아 차렸다면 $f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{2(2x+1)} + C$.

나처럼 치환, 부분적분 고이고 싶다고? 늦지 않았어. <https://orbi.kr/00024775463/>

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0097

중요도 : ★★★

양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > e^x$ 이고,

$$\int \{x^2 f'(x) - x f(x)\} dx = (x^2 - 3x + 3)e^x, f(1) = e + 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① $e^2 + 1$
- ② $e^2 + 2$
- ③ $e^2 + 3$
- ④ $e^2 + 4$
- ⑤ $e^2 + 5$

[정답/모범답안]

2

기대 Comment)

겁나 많은 풀이를 갖고 있다.

해설지와 다른 방법을 소개하면, 양변을 미분한 후 x^3 으로 나눠보면 몫의 미분법이 보일꺼다. 신기하지? 근데 우변도 몫의 미분법이다. 어떤 함수를 미분해서 나온 모양일지 알아보자

파급 Comment)

EBS 풀이 마음에 안들고 기대 쌤 풀이가 곧 내 풀이다. 어떻게 푸는지 알고 싶다면 <https://orbi.kr/00024775463/> 를 봐라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0098

중요도 : ★★★

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $F(x)$ 를 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분이다. 두 함수 $f(x), F(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $F(0)=0$

(나) $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$

(다) $\int \{f(x)\}^2 dx = e^{2x} - e^x - \int f'(x)F(x) dx$

$F(2)+f(2)$ 의 값은?

① $2e^2 - 1$

② $2e^2 - 2$

③ $2e^2 - 3$

④ $2e^2 - 4$

⑤ $2e^2 - 5$

[정답/모범답안]

1

기대 Comment)

3점이기도 애매하고 4점이기도 애매한 그런 부분적분 문제다.

파급 Comment)

치환, 부분적분이 어느 때보다 강조되고 있다. 아직도 학습이 잘 안 되어 있다면

<https://orbi.kr/00024164657/> 자료 확인해라. 마지막 희망이다. 제발

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0101

중요도 : ★★★

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_0^4 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = 3$$

$$(나) \int_0^3 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx = 1$$

$\int_0^1 f(x)dx \times \int_2^4 f(x)dx$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

[정답/모범답안]

2

기대 Comment)

정적분을 자유롭게 짓는 연습을 하는 문제이다.
정적분 짤 때, 위끝 아래끝의 대소가 상관없음에 유의하자.

파급 Comment)

기대 썸 코멘트에 동의한다. 처음 보면 당황할 만하고 작년 수능 21번의 변형의 변형 같은 문제 같아 넣었다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0106

중요도 : ★★★

실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 있다. 세 함수 $f(x), f'(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x^2 - x$ 이다.

(나) $\int_0^1 \{g(x)\}^2 f'(x) dx = 14 - \frac{38}{e}$

$\int_0^1 (2x-1)g(x)dx = p - \frac{q}{e}$ 일 때, 두 자연수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오.

[정답/모범답안]

26

기대 Comment)

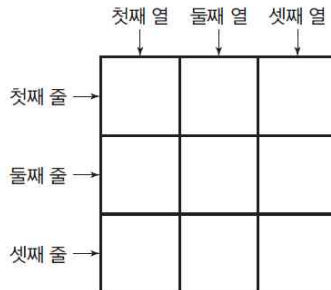
ㅋㅋㅋ 9평 연계 문제였다.

파급 Comment)

9평 연계 문제이다. 치환, 부분적분이 어느 때보다 강조되고 있다. 아직도 학습이 잘 안 되어 있다면 <https://orbi.kr/00024164657/> 자료 확인해라. 마지막 희망이다. 제발

정리, 요약)

그림과 같이 넓이가 1인 9개의 정사각형으로 이루어진 넓이가 9인 정사각형이 있다. 넓이가 1인 9개의 정사각형에 숫자 1, 2, 3을 중복을 허락하여 하나씩 적으려고 한다. 다음은 같은 줄에 적힌 세 수의 합이 모두 홀수가 되고, 같은 열에 적힌 세 수의 합이 모두 홀수가 되도록 숫자를 적는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, 정사각형은 회전하지 않는다.)



같은 줄에 적힌 세 수의 합이 모두 홀수가 되려면 각 줄의 세 수 중에서 홀수의 개수는 1 또는 3이어야 한다. 열도 마찬가지이므로 적힌 9개의 수 중 짝수는 없거나 (가) 개 또는 6개이다.

(i) 적힌 9개의 수 중 짝수가 없는 경우
9개의 수가 모두 홀수이므로 경우의 수는 512이다.

(ii) 적힌 9개의 수 중 짝수가 (가)개인 경우
3개의 열 중에서 짝수를 적는 정사각형이 있는 열을 고르고, 3개의 줄 중에서 짝수를 적는 정사각형이 있는 줄을 고르면 짝수를 적을 정사각형이 정해지므로 경우의 수는 (나)이다.

(iii) 적힌 9개의 수 중 짝수가 6개인 경우
적힌 9개의 수 중 홀수가 3개이고, 각 줄과 각 열에 모두 하나씩 홀수가 있도록 적을 수 있으므로 경우의 수는 (다)이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 경우의 수는
 $512 + (나) + (다)$
이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은?

- ① 332
- ② 340
- ③ 348
- ④ 356
- ⑤ 364

[정답/모범답안]

2

기대 Comment)

맘에 안들어서 넣어놓았다. 박스처럼 푸는게 최선이 아니고, 박스 설명도 이상하다. 이걸 연계해버리면 현장에서 당황할까봐 넣어놓은 케이스다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0161

중요도 : ★★★

전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

(가) $A \cap B = \emptyset$

(나) $A \cup B = U$

- ① 8
- ② 16
- ③ 32
- ④ 64
- ⑤ 128

[정답/모범답안]

5

기대 Comment)

밴다이어그램으로 그려볼 것.

파급 Comment)

밴다이어그램 그린 후 함수꼴을 생각해내면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0171

중요도 : ★★★

집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 중에서 임의로 택한 한 개의 함수 f 가 $f(1) \leq f(2) < f(3) \leq f(4)$ 를 만족시킬 확률은?

① $\frac{15}{256}$

② $\frac{1}{16}$

③ $\frac{17}{256}$

④ $\frac{9}{128}$

⑤ $\frac{19}{256}$

[정답/모범답안]

1

기대 Comment)

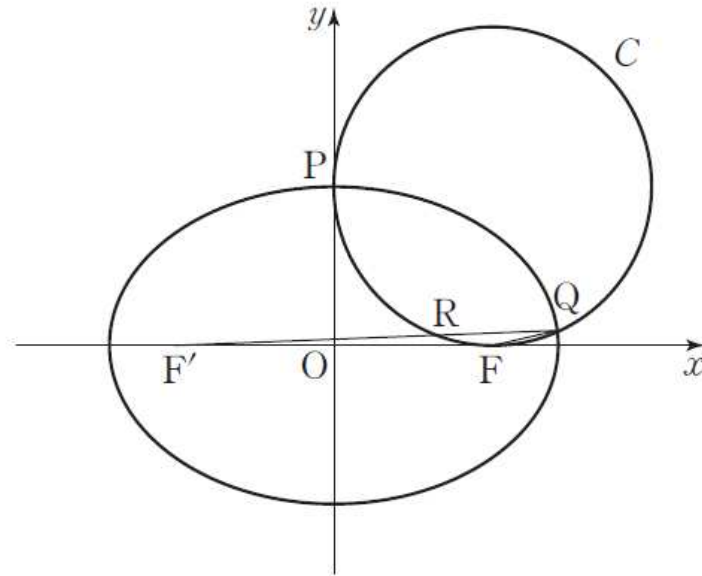
$f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ 경우에서 $f(1) \leq f(2) = f(3) \leq f(4)$ 빼주면 달달하게 구할 수 있다.

파급 Comment)

기대 썸 코멘트에 완전 동의. $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$, $f(1) \leq f(2) = f(3) \leq f(4)$ 를 각각 구할 땐 중복조합 쓰면 된다.

정리, 요약)

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 원 C 가 점 F 에서 x 축에 접하고, 점 $P(0, b)$ 에서 y 축에 접할 때, 원 C 와 타원이 만나는 점 중에서 P 가 아닌 점을 Q 라 하고, 선분 $F'Q$ 가 원 C 와 만나는 점 중에서 Q 가 아닌 점을 R 라 하자. $\overline{F'R} \times \overline{F'Q} = 8$ 일 때, 삼각형 $QF'F$ 의 둘레의 길이는? (단, a, b 는 상수이다.)



- ① $2 + \sqrt{2}$
- ② $2 + 2\sqrt{2}$
- ③ $2 + 4\sqrt{2}$
- ④ $4 + \sqrt{2}$
- ⑤ $4 + 2\sqrt{2}$

[정답/모범답안]

5

기대 Comment)

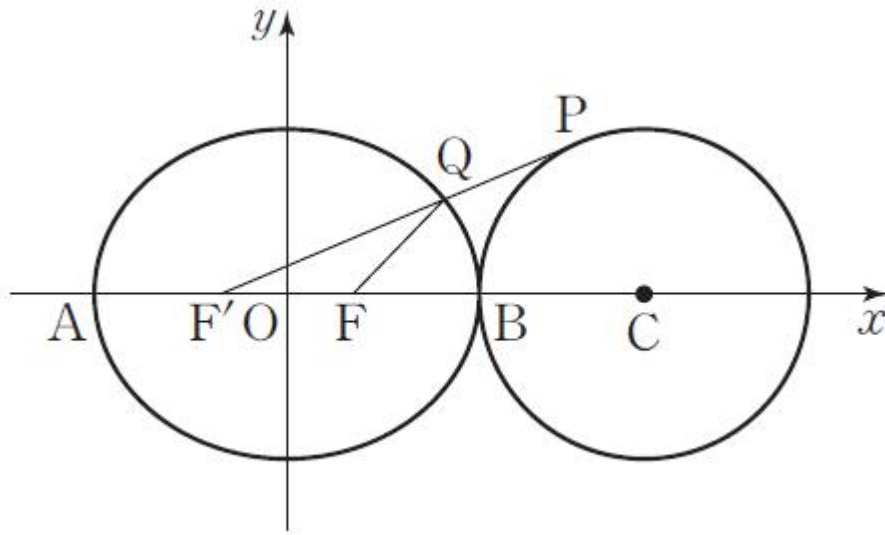
두유노 지성팍? 두유노 비티에스? 두유노 여나킴? 다 아니다.
 이과라면, 두유노 할선정리?
 작년 수능에 이등분선 정리가 나왔기 때문에, 이젠 할선정리 무시 못한다.

파급 Comment)

할선정리가 나오다니 ㄷㄷ! 수능 가서 당황하지 마라고 넣어 둬.

정리, 요약)

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점을 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$, 타원이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 음수인 점을 A, 양수인 점을 B라 하자. 점 F' 에서 x 축 위의 점 C 를 중심으로 하고 점 B 를 지나는 원에 접선을 그을 때 접점을 P, 선분 PF' 이 타원과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{AF} = 8, \overline{FC} = 9, \overline{QF} = \overline{QP}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0, b > 0$ 이고, 점 C 의 x 좌표는 점 B 의 x 좌표보다 크다.)



[정답/모범답안]

68

기대 Comment)

$\overline{QF} = \overline{QP}$ 크으~ 이거 보고 딱 PF'이 주축 길이랑 같구나 알면 쉽게 풀린다~ 좋은 문제. 푼 자와 안푼 자의 체감난이도 차이가 클 것으로, 고3과 N수생들의 체감난이도 차이가 클 것으로 예상되는 문제.

파급 Comment)

$\overline{QF} = \overline{QP}$ 크으~ 이거 보고 딱 PF'이 주축 길이랑 같다. 원의 중심과 접점은 항상 이어줘야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0342

중요도 : ★★★

좌표공간에서 점 $A(1, 1, 1)$ 과 선분 OA 위의 점 P , xy 평면 위의 점 $Q(a, b, c)$ ($a > b$)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{OA}$

(나) $\angle POQ = \frac{\pi}{3}$

(다) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = |\overrightarrow{OP}|$

$a-b+c$ 의 값은? (단, O 는 원점이고 점 P 는 점 O 가 아니다.)

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\sqrt{5}$

[정답/모범답안]

5

기대 Comment)

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = |\overrightarrow{OP}|$ 는 OQ 를 OP 로 내린 정사영의 길이가 1이라는 것으로 해석했다면 best

파급 Comment)

기대 쌤 코멘트에 동의.

정리, 요약)

문항 코드 : 9050-0343

중요도 : ★★★

좌표공간에서 점 $A(0, 0, 2)$ 와 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad |\overrightarrow{OP}| \leq 13, \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 24$$

$$(나) \quad |\overrightarrow{OQ}| = 5, \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OA} = -8$$

선분 PQ 가 그리는 도형의 부피가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[정답/모범답안]

733

기대 Comment)

내적은 정사영으로 해석. 딱이다.

근데 이 문제는 PQ 가 그리는 도형의 부피를 떠올리기가 좀 힘들다. 해설지도 왜 그렇게 되는지 설명을 빈약하게 해뒀서, 그냥 '그렇게 되는구나.' 라고 알아두면 될 것 같다.

파급 Comment)

파급러들이라면 많이 학습했을 것이다. 점 P , 점 Q 의 자취로 원뿔 2개가 가볍게 그려지는데 주의할 점이 있다. $|\overrightarrow{OP}| \leq 13$ (부등호)여서 점 P 는 원뿔의 옆면이 자취이고 $|\overrightarrow{OQ}| = 5$ (등호)여서 점 Q 는 원뿔의 밑면의 테두리가 자취이다.

정리, 요약)

	정답		정답		정답		정답		정답
0040	4	0017	2	0046	4	0253	4		
0155	2	0109	4	0053	3	0481	30		
0156	2	0133	5	0094	3	0172	1		
0174	2	0154	3	0091	2	0036	2		
		0157	3	0108	2	0095	1		
		0158	3	0113	1	0097	2		
		0159	4			0098	1		
						0101	2		
						0106	26		
						0144	2		
						0161	5		
						0171	1		
						0244	5		
						0246	68		
						0342	5		
						0343	733		

기대모의고사 가형/나형 Vol1, 2 링크		기출의 파급효과 시리즈 전자책 모음 링크	
<p>좋은 약은 입에 쓰다. 1~2등급은 모래주머니로, 3~4등급은 준킬러대비 N제로 사용하기 좋은 고퀄 and 고난도 모의고사!</p>		<p>안정적이고 쉽게 1등급 달성. 전자책 전용) 미적분2 & 확통 (문이과 공통)</p>	
김기대T 수능 후 논술 Final 개강 안내사항		기출의 파급효과 기하와 벡터 종이책 링크	
<p>수능 3연속 만점 출신이자 수리논술을 직접 다수 합격한 'Real 논술 Final' 한양, 경북, 세종, 광운, 아주, 인하대 확정. 다른 학교들은 15일 종일 특강 추천!</p>		<p>기백은 전자책과 종이책 모두 있습니다.</p>	

어떤 과목이든 문제 막히면 바로 넘어가라.

나중에 돌아와서 풀 때는 자기 풀이 보면서 끄끄거리지 말고 문제로 돌아가라.
문제에 안 써먹은 조건이 분명 있을 거다.

막히면 국어, 영어는 선지가 아닌 지문을 먼저 봐야 하고
수학, 과탐은 자신의 풀이과정을 뚫어져라 보는 것이 아니라 먼저 문제를 봐야 한다.
사탐은 내가 안 해봐서 잘 모르겠다.

한 해동안 나도 수고 많았고 너희도 수고 많았다.
암튼 개정 전 마지막 수능 파이팅! 내가 응원한다.

-파급효과-