

제 2 교시

수학 영역(가형)

출수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (5, -1)$, $\vec{b} = (-2, 1)$ 에 대하여
 벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^{2x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

3. 좌표공간의 두 점 $A(1, 0, -1)$, $B(a, 5, -3)$ 에 대하여
 선분 AB를 1:3로 외분하는 점이 y 축 위에 있을 때,
 a 의 값은? [2점]

- ① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

4. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 함수 $y = \log_2(x+6)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭시킨 후,
 y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 점 $(2, a)$ 를 지난다.
 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 포물선 $y^2 - 4y - 8x + a = 0$ 의 준선이 직선 $x = 2$ 일 때,
 a 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

7. 곡선 $2x = y\sqrt{y+1}$ 위의 점 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ 에서의 접선의 방정식을
 $y = ax + b$ 라 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

8. 갑과 을이 주사위를 각각 한 번씩 던질 때, 나오는 눈의 수를 각각 a, b 라 하자. a, b 중 크지 않은 수를 확률변수 X 라 할 때, $E(36X+9)$ 의 값은? [3점]

- ① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

9. $0 \leq x < \frac{\pi}{8}$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $nx - \tan 4x \leq 0$ 를 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

10. 흰 공 3개, 검은 공 5개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공 중 적어도 한 개가 흰 공일 확률은? [3점]

- ① $\frac{17}{28}$ ② $\frac{19}{28}$ ③ $\frac{21}{28}$ ④ $\frac{23}{28}$ ⑤ $\frac{25}{28}$

11. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$x^3 f'(x) = \cos x - 3x^2 f(x), \quad f(\pi) = 0$$

을 만족시킬 때, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{-30}{\pi^4}$ ② $\frac{-36}{\pi^4}$ ③ $\frac{-42}{\pi^4}$
 ④ $\frac{-48}{\pi^4}$ ⑤ $\frac{-54}{\pi^4}$

12. 좌표공간에서 두 점 $A(2, 0, 1)$, $B(1, 1, a)$ 에서 직선 $l: x-1=2-y=z$ 에 내린 수선의 발이 서로 같을 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. x 에 대한 방정식

$$2\cos^2\pi x - 2\sin\pi x + 2a - 3 = 0 \quad (\text{단, } 0 \leq x < 2)$$

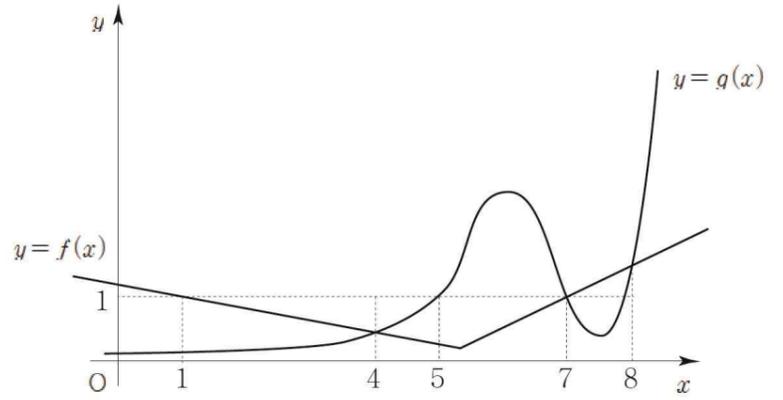
의 서로 다른 실근의 개수는 3이다. 서로 다른 세 실근의 합을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

14. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_{f(x)}g(x) \geq 1$$

을 만족시키는 8이하의 모든 자연수 x 의 값의 합은? [4점]



- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

15. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 실수 t 에 대하여 함수 $H(t)$ 를 $H(t) = P(t \leq X \leq t+4)$ 라 할 때, $H(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 t 에 대하여 $H(t) = H(36-t)$ 이다.
- (나) $P(0 \leq Z \leq 2) = H(16)$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

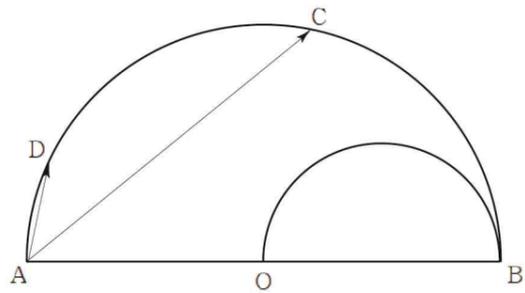
$P(18 \leq X \leq 23)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8664
- ④ 0.9104 ⑤ 0.9938

16. 그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{AO} = \overline{OB} = 5$ 인 점 O 에 대하여 두 선분 AB, OB 를 각각 지름으로 하는 두 반원이 있다. 호 AB 위의 서로 다른 두 점 C, D 와 호 OB 위의 점 E 가

$$\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AD}, \quad \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{EC}$$

를 만족시킨다. $k|\overrightarrow{EC}|^2$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]



- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

17. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = (2\ln x)^2$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 라 할 때, 함수 $f(t)$ 를 $f(t) = |x_1 - x_2|$ 라 하자. 미분가능한 함수 $f(t)$ 에 대하여 양수 a 가 $f(a) = \frac{e^2 - 1}{e}$ 을 만족시킨다. $f'(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ② $\frac{1}{6}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ③ $\frac{1}{4}\left(e + \frac{1}{e}\right)$
- ④ $\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ⑤ $\left(e + \frac{1}{e}\right)$

18. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 함수 f 가

$$f(1) - 2 < f(2) - 1 \leq f(3) < f(4) + 1 < f(5) + 2$$

를 만족시킬 확률을 구하는 과정이다.

X 에서 X 로 가는 함수 f 의 총 개수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

$f(1) - 2 < f(2) - 1 \leq f(3) < f(4) + 1 < f(5) + 2$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는

(i) $f(1) - 2 < f(2) - 1 < f(3) < f(4) + 1 < f(5) + 2$

(ii) $f(1) - 2 < f(2) - 1 = f(3) < f(4) + 1 < f(5) + 2$

로 나누어 구할 수 있다.

(i) $f(1) - 2 < f(2) - 1 < f(3) < f(4) + 1 < f(5) + 2$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는

$f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$ 를 만족시키는

함수 f 의 개수와 같으므로 $\boxed{\text{나}}$ 이다.

(ii) $f(1) - 2 < f(2) - 1 = f(3) < f(4) + 1 < f(5) + 2$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는 $f(3)$ 의 값에 따라

나누어 구할 수 있다. $f(3) = k(k = 1, 2, 3, 4)$ 일 때,

(ii)를 만족시키는 함수 f 의 개수를 $g(k)$ 라 하면

(ii)를 만족시키는 함수 f 의 총 개수는 $\sum_{k=1}^4 g(k)$ 와

같으므로 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

따라서 (i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

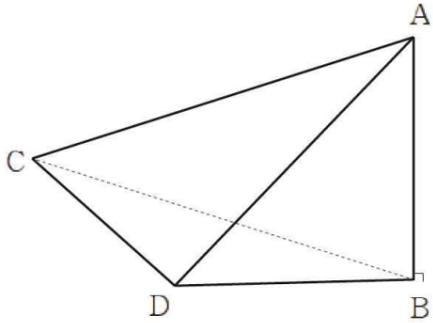
$$\frac{\boxed{\text{나}} + \boxed{\text{다}}}{\boxed{\text{가}}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때,

$\frac{p}{5} + q + r$ 의 값은? [4점]

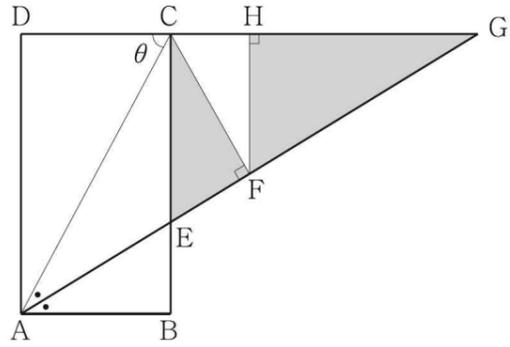
- ① 848 ② 850 ③ 852 ④ 854 ⑤ 856

19. $\angle D = 120^\circ$, $\overline{CD} = \overline{BD} = 2$ 인 삼각형 BCD를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발은 B이다. 선분 BC의 평면 ACD 위로의 정사영의 길이가 $\sqrt{10}$ 일 때, 사면체 ABCD의 부피는? [4점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

20. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직사각형 ABCD에서 $\angle BAC$ 를 이등분하는 직선과 두 직선 CB, CD의 교점을 각각 E, G라 하자. 점 C에서 선분 AG에 내린 수선의 발을 F, 점 F에서 선분 CG에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\angle ACD = \theta$ 일 때, 삼각형 CEF의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 FGH의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2 \times \{T(\theta) + \theta\}}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{20}$ ⑤ $\frac{1}{22}$

21. 양의 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \frac{t}{2} \sqrt{x^2 - 4} \quad (x \geq 2)$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 $f(x)$ 와 $a \leq k \leq b$ 인 실수 k 에 대하여 점 $(k, kf(k))$ 가 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

$x \geq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq \frac{f(x)+2}{x} \leq \sqrt{5}$ 일 때, t 의 최솟값은 a , 최댓값은 b 이다. (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

단답형

22. ${}_5C_2 + {}_4P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $(x + \sqrt[3]{3})^6$ 의 전개식에서 계수가 유리수인 모든 항의 계수의 합을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2t + \cos t, \quad y = 1 + \sin t$$

이다. 점 P의 속력의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos x \{\ln(\sin x)\} dx = k$ 일 때,
 e^{k+1} 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 공장에서 생산하는 노트북 한 개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 노트북 중에서 임의추출한 크기가 49인 표본을 조사하였더니 노트북 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 공장에서 생산하는 노트북 한 개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $2\bar{x} - 1.87 \leq m \leq 2\bar{x} - 1.73$ 이다. $100 \times \bar{x} \times \sigma$ 의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 kg이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

27. 두 초점이 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 인 쌍곡선 위의 제 3사분면에 있는 점 P 와 y 축 위의 점 $Q(0, 5)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{OP} = 5$
- (나) 사각형 $PFQF'$ 의 넓이는 49이다.

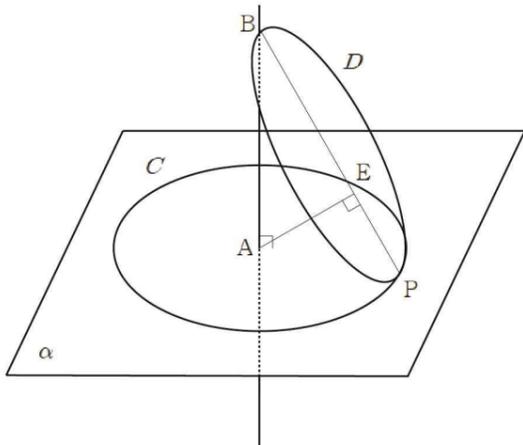
점 $(\sqrt{5}, k)$ 가 쌍곡선 위의 점일 때, k^2 의 값을 구하시오.
(단, 점 O 는 원점이다.) [4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 7 이하의 자연수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $(x-y)(y-z)(x-z) \neq 0$
- (나) $64x + 8y + z$ 는 7의 배수이다.

29. 그림과 같이 평면 α 위에 중심이 점 A이고 반지름의 길이가 5인 원 C가 있다. 점 A를 지나고 평면 α 에 수직인 직선 위의 점 B에 대하여 $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ 이다. 원 C 위의 점 P에 대하여 원 D가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 BP는 원 D의 지름이다.
- (나) 점 A에서 원 D를 포함하는 평면에 내린 수선의 발 E는 선분 BP 위에 있다.



평면 α 위에 $|\overline{PX}| = 5$, $\overline{PX} \cdot \overline{PA} = -20$ 인 점 X가 있다. 원 D 위의 점 Q에 대하여 $|\overline{XQ}|^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

30. 상수 $a (a > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} e + \frac{a}{x} & (x > 0) \\ -(x+2)^2 x e^{-x} & (x \leq 0) \end{cases}$$

이라 할 때, 실수 b 에 대하여 $f(b) = e + 5$ 이다. $b \leq t$ 인 실수 t 에 대하여 방정식 $f(x) = f(t)$ 를 만족시키는 실수 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 실수 k 에 대하여 방정식 $|g(t)| = k$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(k)$ 라 할 때, 함수 $h(k)$ 는 오직 $k = k_1, k = k_2$ 에서만 불연속이다. $a + h(k_1) + h(k_2)$ 의 값을 구하시오. (단, $k_1 \neq k_2$ 이다.) [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.