2015 개정 물리학 I

やはり俺の物理アプローチはまちがっている。

물리 개꿀잼

2019년 9월 20일

Definition 7: 장력

장력은 실이 팽팽한 상태에서만 나타나는 특수한 힘이다. 일반적으로 장력은 실의 질량을 고려한 모델에서 다루지만, 고교과정에서는 질량이 없는 이상적인 실의 장력만 다룬다.

$$\underbrace{\mathbf{F} = m\mathbf{a}}_{\text{질량 } m = 0\text{이다.}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F} = 0$$

실의 질량이 없는 이상적인 실에서는 어느 지점에서든지 알짜힘이 0이다.

그런 이유로, 실에 작용하는 장력은 어디에서나 항상 실을 당기는 힘 F의 크기와 같다.

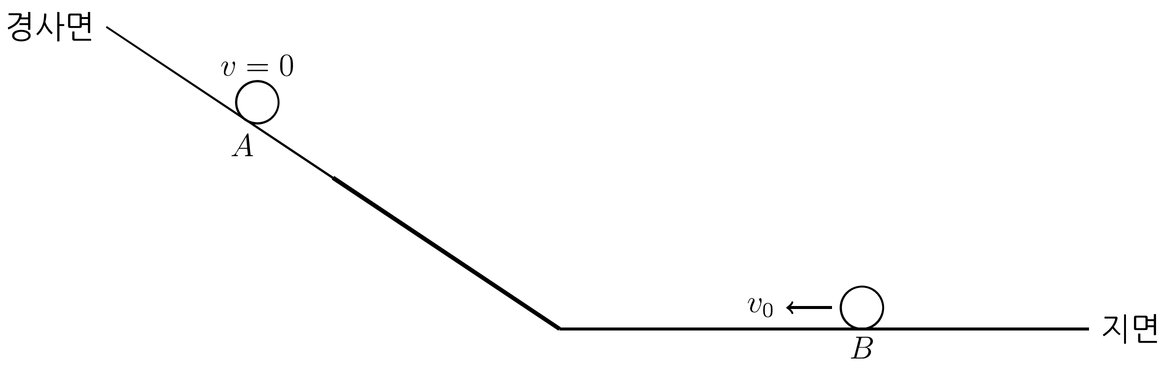
장력이 나타나기 위한 조건: 실이 충분히 팽팽한 상태이어야 한다.(적당한 팽팽함)

[1. 실이 너무 느슨한 경우]: 실에는 어떠한 힘도 작용하지 않는다.
[2. 실을 지나치게 세게 잡아당긴 경우]: 실이 버티지 못하고 끊어진다.

*장력이 나타나는 가장 근본적 원인은 실을 구성하는 원자들이 서로를 잡아당기는 전자기력이다.

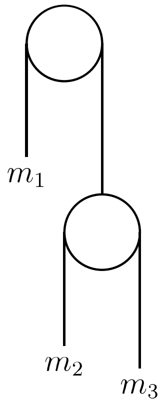
[やはり以下の問題はまちがっている。]

2-1. 다음 그림과 같이 경사면과 수평면에 각각 공 A와 공 B가 있다. 공 A는 정지 상태로부터 경사면을 따라 운동하여 속도 v_0로, 공 B는 초기속도 v_0로 운동하여 속도 v_0로 가속영역에 동시에 진입한다. 진입한 순간으로부터 두 공이 충돌하기까지 걸린 시간이 공 A가 정지 상태로부터 가속영역에 진입할 때 까지 걸린 시간의 두 배일 때, 가속영역에서 작용하는 힘의 크기는 경사면에서 경사방향의 중력 분력의 몇 배인가?(단, 충돌 순간의 공 B의 속도는 0이다.)



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

2-2. 다음 그림과 같이 이중 도르레에 물체 1, 2, 3이 매달려 운동한다.

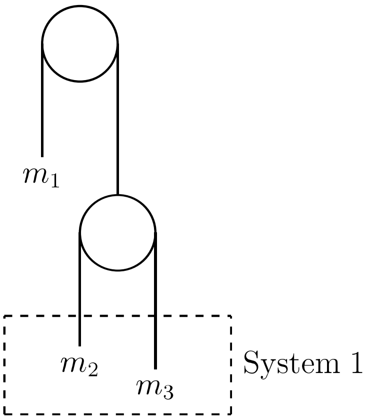


질량이 $m_1 = m_3 = m,\ m_2 = 2m$ 일때, m_1의 가속도는?

① $\frac{1}{11}g$ ② $\frac{3}{11}g$ ③ $\frac{5}{11}g$ ④ $\frac{7}{11}g$ ⑤ $\frac{9}{11}g$

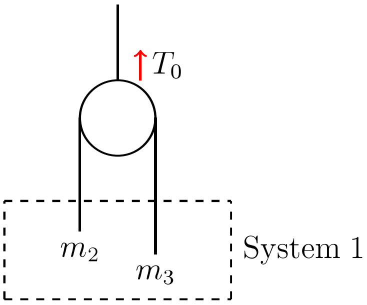
セミナ 1: 이중 애트우드 기계

아래 그림처럼 이중 도르래로 구성된 물체들의 운동을 분석해 보도록 하자.



첫 번째 생각: [물체 2와 물체 3을 하나의 계로 잡으면 어떨까?] ← 미친 짓이다.
이런 아이디어를 떠올렸다면 계(System)가 무엇인지 전혀 모른다는 소리다. 계(System)란, 동일한 관성계에서 일어나는 여러 운동을 하나의 운동으로 생각하기위한 장치, 즉, 기본적으로 계에 있는 구성요소의 가속도는 동일해야 한다는 것이 원칙이다.

두 번째 생각: [System 1과 동일한 효과를 만드는 등가질량 m_{eq}로 바꾸는 것은 어떨가?]
가능하다. 일단 이런 방법으로 m_1의 가속도를 구할 수 있게 되고, 그 가속도를 이용하여 나머지 부분들의 가속도를 도출해 낼 수 있다.



그렇다면, 이 계의 등가질량을 어떻게 찾을까? 도르래에 매달린 두 질량이 다르므로, 이 계는 도르래의 운동에 따른 충격량을 받는다. (두 물체의 무게중심이 바꾸기 때문)

$$y_{\text{CM}} = \frac{m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_2 + m_3}, \qquad \text{질량이 같은 경우: } y_{\text{CM}} = \frac{m(y_2 + y_3)}{2m} = y_2 + y_3 = (\text{일정})$$

등가질량을 구할 때, 이 점도 고려하여야 한다. 따라서 두 물체의 운동방정식을 구하자.

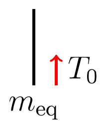
$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$T - m_3 g = m_3 a$$

이 방정식들을 연립하면 결과적으로 장력 T에 대한 관계를 얻을 수 있다.

$$T = \frac{2m_2 m_3}{m_2 + m_3} g$$

만약, 도르래의 질량을 무시한다면 간단하게 이 계를 지탱하는 실의 장력 T_0를 구할 수 있다. 이 장력은 이 계의 두 물체 m_2, m_3의 운동에 따라 계에 작용하는 충격량이 모두 고려된 것이다. 이 사실로부터, 우리는 이 계 전체를 질량 m_{eq}으로 구성된 등가계로 바꿀 수 있을 것이다.



System 1이 단순히 천장에 매달려 있는 상황을 생각한다면 장력 T_0의 값을 이용하여 구하고자 하는 등가질량을 얻을 수 있다.

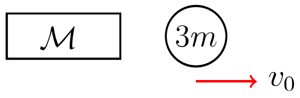
$$T_0 = 2T = m_{\text{eq}} g \qquad \Rightarrow \qquad m_{\text{eq}} = \frac{4m_2 m_3}{m_2 + m_3}$$

이제 m_1의 가속도를 구하려면 System 1을 이 등가질량으로 바꾸어 하나의 도르래 문제처럼 풀 수 있다.

セミナ 2: 로켓과 운동량 보존

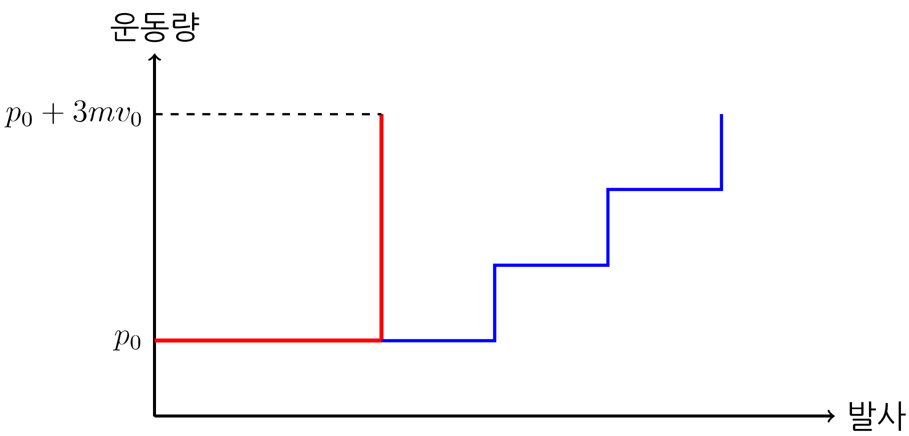
로켓이 모든 연료를 한 번에 모두 발사하는 경우와 여러번에 나누어 발사하는 것이 큰 차이를 일으킬 것인가?

이 문제에 답하기 위해서 [로켓이 연료를 한 번에 모두 발사하는 경우]와 [로켓이 연료를 3번에 나누어 발사하는 경우] 두 가지를 생각해보자.

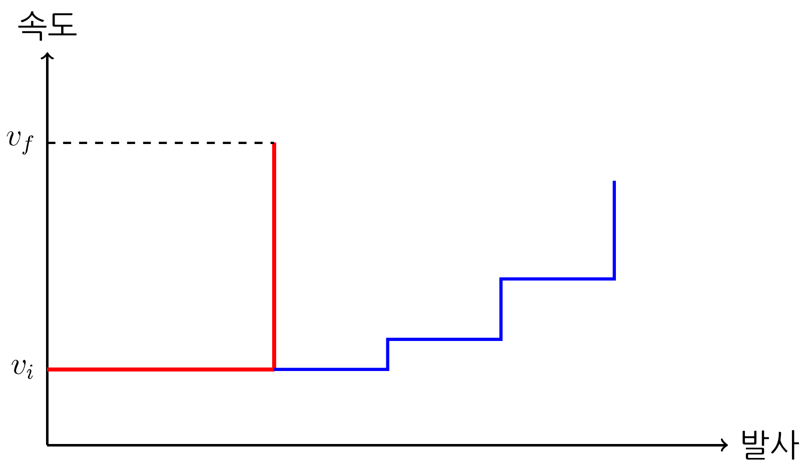


보존되는 것은 무엇인가? 로켓-연료 전체의 운동량
그렇다면, 로켓의 운동량을 변화시키는(가속) 결정적인 요인은 무엇인가?

바로, 질량의 손실이다. ← 발사한 연료의 양만큼 질량이 줄어든다!



이러한 관점에서 본다면 두 경우 모두, 알짜 운동량 증가는 동일하다. 첫 번째 경우는, 한번의 연료분출로 $3mv_0$의 운동량을 증가시켰고, 두 번째 경우는, 3단계에 걸쳐서 mv_0만큼씩 증가시켰다. ← 여기서 연료는 항상 상도속도 v_0로 분출된다.



그렇다면 두 경우의 속도 변화량도 같을까? 절대 아니다!

[1. 연료를 한 번에 모두 분출한 경우] 질량감소의 효과가 단 한번 일어난다.

$$\Delta p = 3mv_0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta v = \frac{3m}{\mathcal{M}} v_0$$

[2. 연료를 3단계로 나누어 분출한 경우] 질량감소의 효과가 세 단계에 걸쳐 일어난다.

[제 1 단계]

$$\Delta p = mv_0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta v = \frac{m}{\underbrace{\mathcal{M} + 2m}_{m\text{ 만큼 줄어듦}}} v_0$$

[제 2 단계]

$$\Delta p = mv_0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta v = \frac{m}{\underbrace{\mathcal{M} + m}_{2m\text{ 만큼 줄어듦}}} v_0$$

[제 3 단계]

$$\Delta p = mv_0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta v = \frac{m}{\underbrace{\mathcal{M}}_{3m\text{ 만큼 줄어듦}}} v_0$$

*여기서 운동량 변화 Δp는 분출된 연료를 무시한 '순수한 로켓만의 운동량 변화'이다.

따라서 속도의 총 변화량은 다음과 같이 주어진다.

$$m\left(\frac{1}{\mathcal{M}} + \frac{1}{\mathcal{M} + m} + \frac{1}{\mathcal{M} + 2m}\right) v_0 \tag{2.4}$$

$\boxed{\text{결론}}$: 한 번에 모든 연료를 분사하는 경우가 여러 번에 나누어 분사하는 것보다 많이 가속한다.

1. 한번에 연료를 모두 분사한 경우: 폭발적 가속. 최대한 많이 가속하기 위한 목적이다.(노빠꾸)
2. 여러번에 걸쳐 연료를 모두 분사한 경우: 점진적 가속. 오랫동안 가속하기 위한 목적이다.