

안녕하세요 오르비 클래스최종필입니다.

어떤 일요일을보내시고 계시나요?

한 주간힘 없이달려와, 휴식을 취하는 하루일 수도 있고,

하지 못한공부를 보충하는 날일 수도 있고,

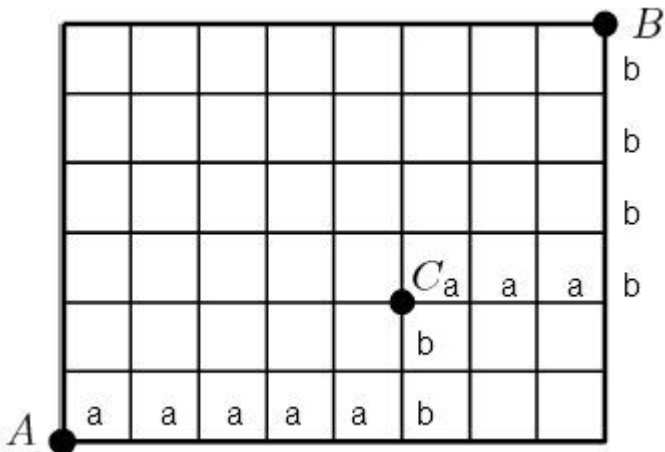
그냥 평일과똑같은일상일 수도 있겠죠. ㅎㅎ

어찌 되었던, 학생 여러분들께 의미 있는 오늘이 되었으면 좋겠습니다. :)

오늘 기출문제 분석의 방향성을 제시해 드리고 싶어서 글을 쓰게 되었습니다.

01. 간단한 문제 하나만 풀어볼게요.

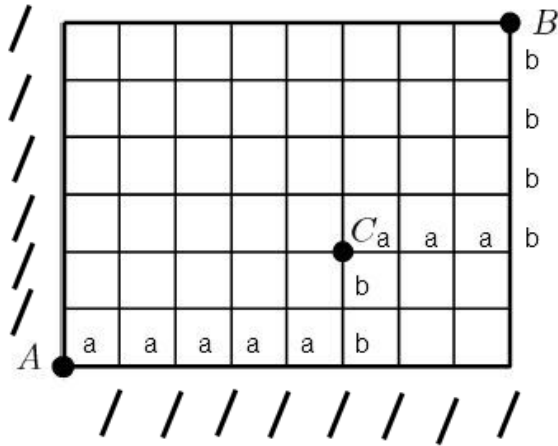
A에서 B까지 최단거리 방법의 경우의 수를 구하시오.



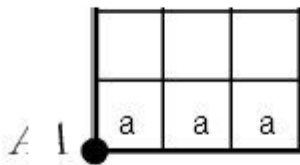
간단한 문제지만 이 문제의 여러분들의 처음 경험은 어떠셨나요??

두 학생을 소개할게요

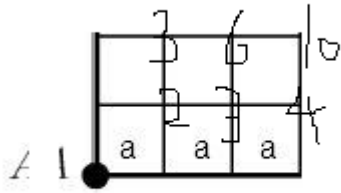
'가'라는 학생은 선생님께, 이렇게 배웁니다.



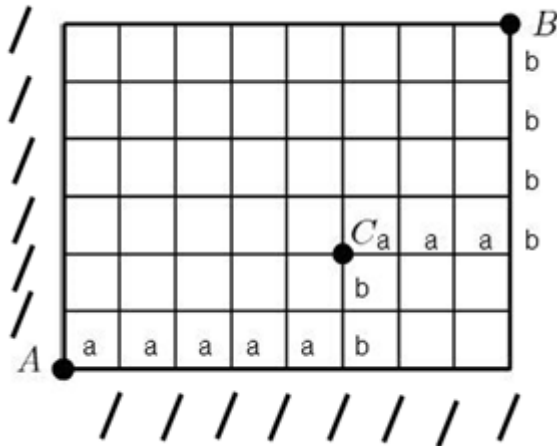
자 이걸 이렇게 푸는 거야
 고민할 시간도 없이 문제풀이 과정이 주입되었습니다.
 그리고 변형 문제를 몇 개 풀면서, '이 유형'을 학습합니다.
 하지만, '나'라는 학생은 이렇게 학습합니다.
 자 그냥 한번 풀어봐
 처음에 당연히 못 풀니다.
 문제 풀이의 발상도 안 떠오르고 접근조차 못합니다.
 그럼 이제 선생님께서 문제를 수정해 줍니다.



앞에 문제는 경우의 수가 너무 많아, 직접 셀 용기가 안 났지만,
 이 문제는 그래도 될 것 같습니다.
 그래서 직접 셉니다.



이 과정에서 학생은 '합의 법칙'을 떠올리게 되고,
 아!!
 사고가 확장되어 문제를 풀게 됩니다.



02. 또 다른 문제를 풀어볼게요.

19. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[3점]

이 문제도 교과서 문제입니다.

이 문제를 처음 학습하셨을 때 어떻게 하셨나요??

이런 문제가 나오면 '미분하고 x 에 1을 대입'

결과론적으론 맞는 풀이 과정입니다.

다른 문제를 풀어볼까요?

19. 다음 식을 만족하는 다항식 $f(x)$ 의 계수들의 합은? [3점]

$$f(f(x)) = \int_0^x f(t) dt - x^2 + 3x + 3$$

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

겉모습은 거의 비슷하지만, 아예다른 문제입니다.

만약, 앞 문제 풀이 과정을 외운 학생들이면,
역시 이 문제를 보자마자 미분을 하셨을 겁니다.

겉모습은 거의 똑같기 때문입니다.

하지만, 문제풀이 과정은 완전히 다르며, 미분을 하셨다면 문제를 틀리게 됩니다.

'나' 학생도 처음에는 당황합니다.

처음에는 문제 풀이의 발상이 떠오르지 않기 때문입니다.

하지만, 앞에서 문제의 상황을 축소한 생각으로 발상을 떠올린 기억이 있어,
이 문제도 똑같이 접근합니다.

$f(x)=ax$ 라고 가정해보자, 뭔지 모르니까,

물론, 모범답안은 $f(x)=ax^n+\dots$

입니다. 하지만, 그런 발상이 안 떠오르면 예를 들어 하나 해보는 겁니다.

그럼, $a^2x=a/2x^2-x^2\dots$

항등식이니까 a 가 나오고... 답이 나오는데,

$f(x)=ax^2$ 인 경우를 해보고,

아!!

차수가 1차이구나!라고 발견적으로 알 수 있습니다.

그리고 문제를 해결합니다.

그럼 킬러 문제는 다를까요??

03. 올해 6평 나형 21번 문제입니다.

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = \begin{cases} 2 & (0 \leq x < 2) \\ -2x+6 & (2 \leq x < 3) \\ 0 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$

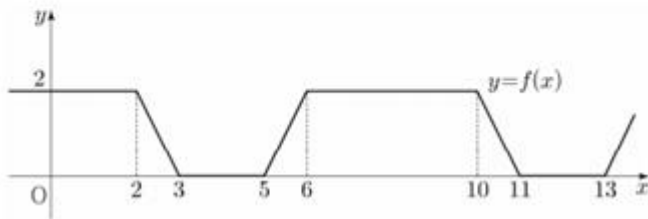
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이고 $f(x) = f(x-8)$ 이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} + n & (x \neq 0) \\ n & (x = 0) \end{cases}$$

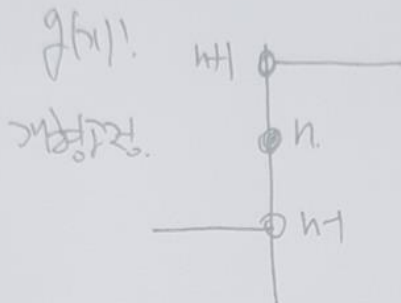
에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



$f(g(x))$ 가 상수함수가 되도록.. 의 조건을 해석해야 합니다.

$f(x)$: 개항점.



$f(x)$: 개항점.

↓ 대입.

$$f(n+1) \quad (x > 0)$$

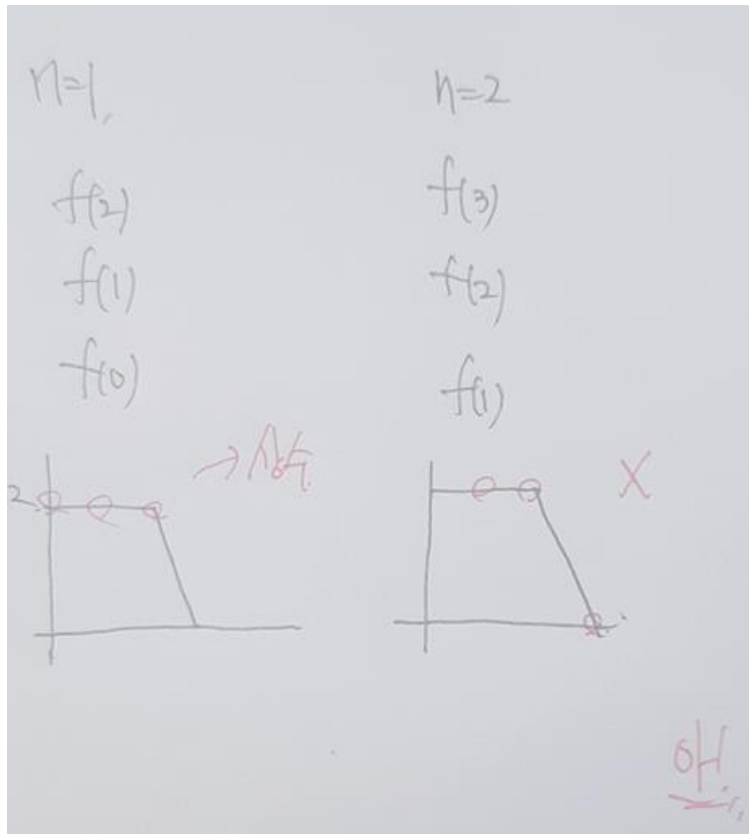
$$f(n) \quad (x = 0)$$

$$f(n-1) \quad (x < 0)$$

이렇게 푸는 것이 맞지만,

만약 잘 모르겠다고 합니다.

그럼? $n=1$ 관찰 해보자!!



아!!

이제 문제를 분할을 통해서 해결하시면 됩니다.

이런 과정을 평가원 '발견적 추론'이라고 말하고, 행동영역중 추론영역에 속해있습니다.

학습 방법

- 수학 문제해결의 기본 수단인 기본적인 계산 능력과 전형적인 문제해결 절차인 알고리즘 구사 능력을 기른다.
- 문제 상황에서 수학적으로 해석하고 분석하는 능력을 함양하기 위해 수학의 기본 개념·원리·법칙의 이해 능력을 기른다.
- 수학적 개념·원리·법칙을 이용하여 문제를 해결하기 위하여 '일반적인 성질로부터 특수한 성질을 연역하기', '반례 찾기', '관찰 등을 통해 유사성을 유추하기', '상황을 단순화하거나 특수화하여 규칙성 찾아보기' 등의 수학적 추론 능력을 기른다.
- 여러 가지 수학적 개념·원리·법칙을 복합적으로 적용하는 문제, 다른 교과 상황을 소재로 한 수학 문제, 수학을 적용하는 다양한 실생활 문제 등을 해결하는 능력을 기른다.

맨 처음 길 찾기 문제는 상황을 *단순화하여*, 문제 해결의 실마리를 찾았으며, 적분 문제는 상황을 *특수화하여* 규칙성을 찾았습니다.

마지막 문제도 마찬가지로 *n=1일 때부터* 관찰하여 문제를 해결하였습니다.

보통 수열 단원에서 '만' 쓰인다고 착각하는 경우가 있는데, 절대 아닙니다. 미적 수 2 기백 확통 단원 상관없이 *여러분들께서* 익숙하게 사용해야 하는 능력입니다.

이해되셨나요??

정리하자면, 기출문제 분석을 *하실 때*, *과정 중심으로* 학습하셔야 합니다.

조건을 해석해서 결론까지 가는 '과정'은 반복됩니다.

그렇게 쉬운 *길 찾기* 문제의 발상의 근거가

*킬러 문제*에도 반복되어 나오고 있습니다.

그냥 1을 쓰고 더해 가 아닌,

교과서로부터 어떻게 1을 쓸 생각까지 갈 수 있는지

를 중심으로 *학습하셔야* 합니다.

그 *과정 중에서* 시행착오는 당연한 겁니다.

그런 시행착오를 겪으면서 문제 해결의 실마리를 찾는 능력을 학습하셔야 합니다.

이 길을 가보고 *저 길을* 가보고 *예를 들어서* 유추해보고 어떤 상황에서

어떤 생각들이 계속 반복되는지를 아셔야

시험장에서 시행착오도 당황하지 않고, 바로 생각의 핸들을 틀 수가 있습니다.

짧은 글일 수 있는데, 3시간 넘게 걸렸네요.ㅎㅎ

만약 도움이 되셨다면, 좋아요 나 팔로우 해주시면 감사하겠습니다.

그럼 좋은 주말 보내시길 바라고

도움이 되셨으면 좋겠습니다.

혹시 *궁금한 점* 있으시면 언제든지 *질문* 주세요 :)

감사합니다.

최종필 올림.