

2020학년도 시대인재 서바이벌 모의고사 1회 문제지

# 수학 영역(가형)

성명	<input type="text"/>	수험번호	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----	----------------------	------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**만점으로 가는 지름길 컨텐츠**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

출수형

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (1, -2)$ ,  $\vec{b} = (-1, 4)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x}{\ln(1 + 3x)}$ 의 값은? [2점]
- ①  $\frac{7}{3}$       ② 2      ③  $\frac{5}{3}$       ④  $\frac{4}{3}$       ⑤ 1

3. 좌표공간의 두 점  $A(2, a, -2)$ ,  $B(5, -2, 1)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점이  $x$ 축 위에 있을 때,  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B^C$ 은 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

- 일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{7}{12}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

5. 함수  $y=2^x+2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼  
평행이동한 그래프가 함수  $y=\log_2 8x$ 의 그래프를  $x$ 축의  
방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선  $y=x$ 에 대하여  
대칭일 때, 상수  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 초점이 F인 포물선  $y^2=12x$  위의 점 P에 대하여  
 $\overline{PF}=9$ 일 때, 점 P의  $x$ 좌표는? [3점]

- ① 6      ②  $\frac{13}{2}$       ③ 7      ④  $\frac{15}{2}$       ⑤ 8

7. 곡선  $e^x - xe^y = y$  위의 점  $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?  
[3점]

- ①  $3-e$       ②  $2-e$       ③  $1-e$       ④  $-e$       ⑤  $-1-e$

8. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르고

$E(X^2) = V(X) + 25$ 를 만족시킬 때,  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

9. 함수  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,

$g'(f(-1))$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{(1+e)^2}$       ②  $\frac{e}{1+e}$       ③  $\left(\frac{1+e}{e}\right)^2$   
 ④  $\frac{e^2}{1+e}$       ⑤  $\frac{(1+e)^2}{e}$

10. 주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{8}{21}$       ②  $\frac{10}{21}$       ③  $\frac{4}{7}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{16}{21}$

11.  $0 \leq \theta < 2\pi$  일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

$$6x^2 + (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든  $\theta$ 의 값의 범위는  $\alpha < \theta < \beta$ 이다.  $3\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{6}\pi$     ②  $\pi$     ③  $\frac{7}{6}\pi$     ④  $\frac{4}{3}\pi$     ⑤  $\frac{3}{2}\pi$

12. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

- (가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.  
(나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

- ① 11    ② 13    ③ 15    ④ 17    ⑤ 19

13. 좌표공간에서 점  $(2, 0, 5)$ 를 지나고 직선

$$x-1=2-y=\frac{z+1}{2}$$

을 포함하는 평면이  $x$  축과 만나는 점의

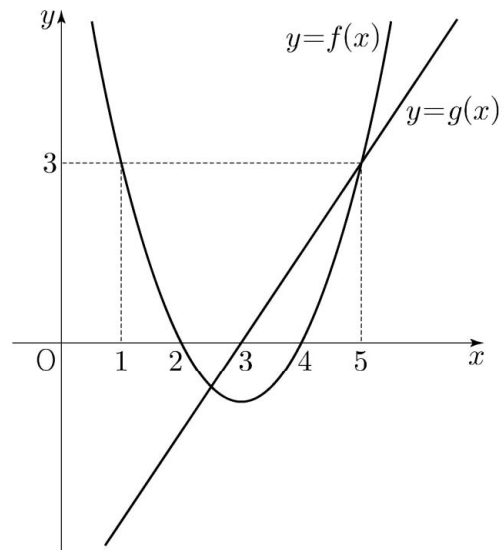
$x$  좌표는? [3점]

- ①  $\frac{9}{2}$     ② 4    ③  $\frac{7}{2}$     ④ 3    ⑤  $\frac{5}{2}$

14. 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수  $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은? [4점]



- ① 7    ② 9    ③ 11    ④ 13    ⑤ 15

15. 어느 회사 직원들의 어느 날의 출근 시간은 평균이 66.4분, 표준편차가 15분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 날 출근 시간이 73분 이상인 직원들 중에서 40%, 73분 미만인 직원들 중에서 20%가 지하철을 이용하였고, 나머지 직원들은 다른 교통수단을 이용하였다. 이 날 출근한 이 회사 직원들 중 임의로 선택한 1명이 지하철을 이용하였을 확률은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 0.44) = 0.17$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 0.306    ② 0.296    ③ 0.286    ④ 0.276    ⑤ 0.266

16.  $x > 0$ 에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 가 모든 양수  $x$ 에 대하여

$$2f(x) + \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때,  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$     ②  $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$     ③  $\frac{\ln 2}{3} + 1$   
 ④  $\frac{2\ln 2}{3} + 1$     ⑤  $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{3}{2}$

17. 다음은 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 과 함수  $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 합성함수  $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수가 5인 함수  $f$ 의 개수를 구하는 과정이다.

함수  $f$ 와 함수  $f \circ f$ 의 치역을 각각  $A$ 와  $B$ 라 하자.  
 $n(A) = 6$ 이면 함수  $f$ 는 일대일 대응이고, 함수  $f \circ f$ 도 일대일 대응이므로  $n(B) = 6$ 이다.  
 또한  $n(A) \leq 4$ 이면  $B \subset A$ 이므로  $n(B) \leq 4$ 이다.  
 그러므로  $n(A) = 5$ , 즉  $B = A$ 인 경우만 생각하면 된다.

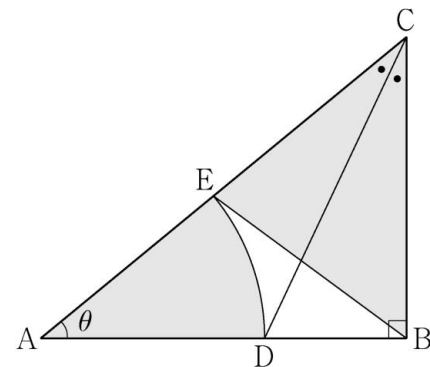
- (i)  $n(A) = 5$ 인  $X$ 의 부분집합  $A$ 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (ii) (i)에서 선택한 집합  $A$ 에 대하여,  $X$ 의 원소 중  $A$ 에 속하지 않는 원소를  $k$ 라 하자.  
 $n(A) = 5$ 이므로 집합  $A$ 에서  $f(k)$ 를 선택하는 경우의 수는 이다.
- (iii) (i)에서 선택한  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 와 (ii)에서 선택한  $f(k)$ 에 대하여,  $f(k) \in A$ 이며  $A = B$ 이므로  $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \dots (*)$ 이다. (\*)을 만족시키는 경우의 수는 집합  $A$ 에서 집합  $A$ 로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 이다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수  $f$ 의 개수는   $\times$    $\times$  이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 131      ② 136      ③ 141      ④ 146      ⑤ 151

18. 그림과 같이  $\overline{AB} = 1$ ,  $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형  $ABC$ 에서  $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분  $AB$ 의 교점을  $D$ , 중심이  $A$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{AD}$ 인 원과 선분  $AC$ 의 교점을  $E$ 라 하자.  $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴  $ADE$ 의 넓이를  $S(\theta)$ , 삼각형  $BCE$ 의 넓이를  $T(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]

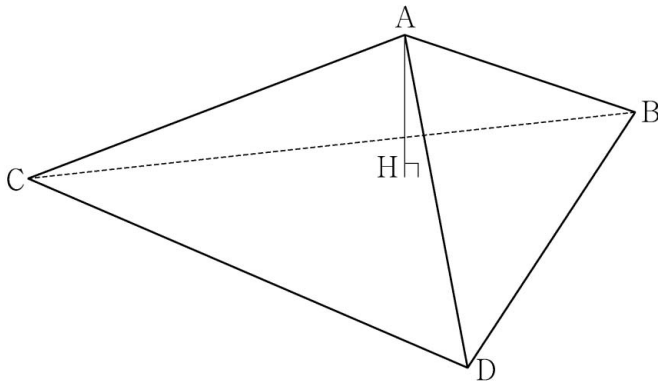


- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$



19. 한 변의 길이가 12인 정삼각형 BCD를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 삼각형 CDH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 3배, 삼각형 DBH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 2배이고  $\overline{AH}=3$ 이다. 선분 BD의 중점을 M, 점 A에서 선분 CM에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 선분 AQ의 길이는? [4점]

- ①  $\sqrt{11}$     ②  $2\sqrt{3}$     ③  $\sqrt{13}$     ④  $\sqrt{14}$     ⑤  $\sqrt{15}$



20. 점  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 에서 곡선  $y = \sin x (x > 0)$ 에 접선을 그어 접점의  $x$ 좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

$$\neg. \tan a_n = a_n + \frac{\pi}{2}$$

$$\sphericalangle. \tan a_{n+2} - \tan a_n > 2\pi$$

$$\sqsubset. a_{n+1} + a_{n+2} > a_n + a_{n+3}$$

- ①  $\neg$                                     ②  $\neg, \sphericalangle$                                     ③  $\neg, \sqsubset$   
 ④  $\sphericalangle, \sqsubset$                                     ⑤  $\neg, \sphericalangle, \sqsubset$

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(-1)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1)$ 이다.  
 (나)  $f\left(-\frac{1}{8}\right) = 1, f(6) = 2$

- ①  $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$     ②  $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$     ③  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$     ④  $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$     ⑤  $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

단답형

22.  ${}_6P_2 - {}_6C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\tan\theta = 5$ 일 때,  $\sec^2\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = 1 - \cos 4t, \quad y = \frac{1}{4} \sin 4t$$

이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

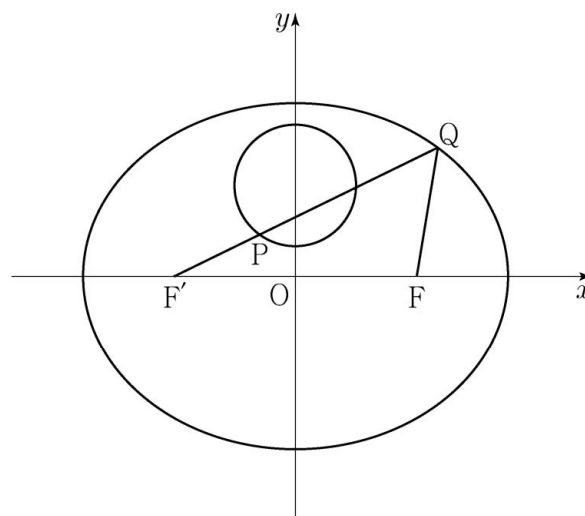
25.  $\int_0^{\pi} x \cos(\pi - x) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이  $m$ 분, 표준편차가  $\sigma$ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75분일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $a \leq m \leq b$ 이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77분일 때, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이  $c \leq m \leq d$ 이다.  $d - b = 3.86$ 을 만족시키는  $\sigma$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ ,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

27. 한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을  $A$ , 6 이하의 자연수  $m$ 에 대하여  $m$ 의 약수의 눈이 나오는 사건을  $B$ 라 하자. 두 사건  $A$ 와  $B$ 가 서로 독립이 되도록 하는 모든  $m$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 두 초점이  $F, F'$ 인 타원  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{33} = 1$ 이 있다.

원  $x^2 + (y-3)^2 = 4$  위의 점  $P$ 에 대하여 직선  $F'P$ 가 이 타원과 만나는 점 중  $y$ 좌표가 양수인 점을  $Q$ 라 하자.  $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



29. 좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{AX} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AR}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가  $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

30. 최고차항의 계수가  $6\pi$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

함수  $g(x) = \frac{1}{2 + \sin(f(x))}$ 이  $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소이고,

$\alpha \geq 0$ 인 모든  $\alpha$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $\alpha_1,$

$\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \dots$ 라 할 때,  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\alpha_1 = 0$ 이고  $g(\alpha_1) = \frac{2}{5}$ 이다.

(나)  $\frac{1}{g(\alpha_5)} = \frac{1}{g(\alpha_2)} + \frac{1}{2}$

$g'(-\frac{1}{2}) = a\pi$ 라 할 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < f(0) < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.