2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 문제 및 정답

• 매교시 종료 후 탑재됩니다.(중증시각장애 수험생 시험시간 기준)
• 모든 문제 및 정답은 PDF파일로 되어 있습니다.(단, 듣기 파일은 MP3파일)
• 탑재된 파일은 수험생에게 제공된 문제지와 다르게 보일 수도 있습니다.

KICE

100

제 2 교시

수학 영역(나 형)

5지선다형

1. $5^0 \times 25^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$1\times(5^2)^{\frac{1}{2}} = 1\times 5 = 5$

2. $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{9n^2+4n+1}}{2n+5}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+\sim}{2n+5} = \frac{3}{2}$

3. 두 집합

$$A = \{2,\ a\},\quad B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$$

2 9

에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 실수 a의 값은? [2점]

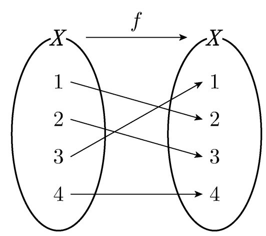
① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

1 2 3 5 7

2 a

1 2 3 5 7 9

4. 그림은 함수 $f : X \to X$를 나타낸 것이다.



1 → 2

2 → 3

3 → 1

4 → 4

2 2

$f(1)+f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$f^{-1}(3)=k$

$f(k)=3$.

$f^{-1}(3)=k$

$f(k)=3$.

5. 실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p : |x-4| = 2,$

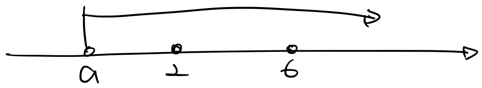
$q : x \geq a$

p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a의 최댓값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$x-4=\pm 2$ ∴ $x=4\pm 2$

∴ $x=6$ or $x=2$.



6. 두 사건 A, B에 대하여

B−A

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \frac{3}{4},\ \mathrm{P}(A^C \cap B) = \frac{2}{3}$$

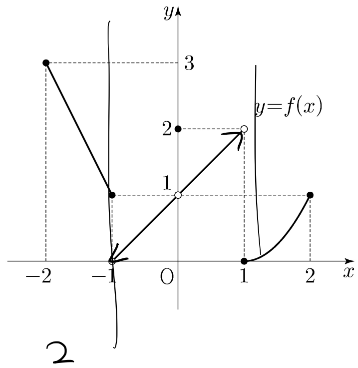
일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

$P(A\cup B)=\frac{3}{4}$ $P(B-A)=\frac{2}{3}$

∴ $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9-8}{12}=\frac{1}{12}$,

7. 닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



0 2

$\lim_{x\to -1+} f(x) + \lim_{x\to 1-} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$일 때, $\log_5 12$를 a, b로 옳게 나타낸 것은? [3점]

① $\frac{1}{a}+b$ ② $\frac{2}{a}+b$ ③ $\frac{1}{a}+2b$ ④ $a+\frac{1}{b}$ ⑤ $2a+\frac{1}{b}$

$\log_5 2 = \frac{1}{a}$ $\therefore \frac{2}{a}+b$

$\frac{\log 5}{\log 2} = a$

$\frac{\log 2}{\log 5} = a$

$\log_5$

9. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} + (-1)^n \times a_n = 2^n$$

을 만족시킨다. a_5의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$a_2 - a_1 = 2^1$ $3 - 1 = 2^1$

$a_3 + a_2 = 2^2$ $1 + 3 = 2^2$

$a_4 - a_3 = 2^3$ $2^3 + 1 - 1 =$

$a_5 + a_4 = 2^4$ $2^3 - 1$

$\underbrace{1, 3}_{2}, \underbrace{3, 1}_{4}, \underbrace{1, 9}_{8}, \underbrace{9, 7}_{16}$

10. 검은 공 3개, 흰 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공 중에서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은? [3점]

① $\frac{19}{35}$ ② $\frac{22}{35}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{31}{35}$

B BB WWWW

$1 - \frac{4}{35} = \frac{31}{35}$

11. 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-3)=2$를 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty} a_n = r$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{r^{n+2}-1}{r^n+1}$의 값은? [3점]

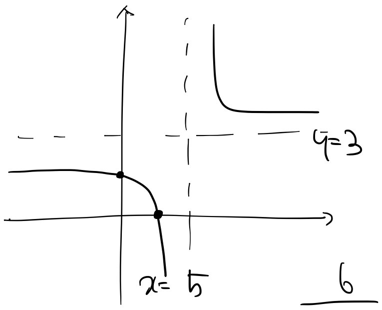
① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{3}{2}$ $\therefore r=\frac{3}{2}$

$\therefore \frac{9}{4}$

12. 두 곡선 $y=\frac{6}{x-5}+3$, $y=\sqrt{x-k}$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 최댓값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



$\frac{6}{x-5}+3=0$

$6+3(x-5)=0$

$3x-9=0$

$\therefore x=3$

$\frac{6}{x-5}+3$

$-5+3$

13. 자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

11 28

이 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta\,(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 $1, \alpha, \beta$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

$n=11$

$x^2-11x+4(11-4)$

4×7

$1, 4, 7$

$\alpha+\beta=n \quad \alpha\beta=4(n-4)$

$2\alpha=1+\beta$

$3\alpha-1=n \quad \alpha=\frac{n+1}{3}$

$\beta=\frac{2n-1}{3}$

$\frac{(n+1)(2n-1)}{9}=4(n-4)$

$2n^2+n-1=36(n-4)$

$\frac{13}{11}$

$2n^2-35n+143=0$

$1 \quad -11$

$2 \quad -13$

$\therefore n=11$

14. $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서 x^3의 계수가 7일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$x^2\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^4-\frac{1}{x}\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^4$

3 1 4 0

$\alpha+\beta=4 \qquad \alpha+\beta=4$

$\alpha-2\beta=1 \qquad \alpha-2\beta=4$

$\therefore \alpha=3 \quad \beta=1 \qquad \therefore \alpha=4,\ \beta=0$

${}_4C_3\,a-{}_4C_4=7 \qquad \therefore a=2$

$x^2\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^4-\frac{1}{x}\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^4$

3 1 4 0

$4\times 2-1$

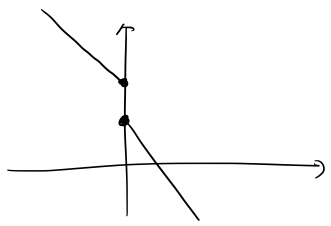
15. 두 함수

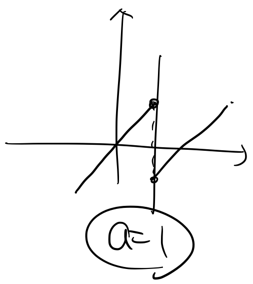
$$f(x)=\begin{cases}-2x+3 & (x<0)\\ -2x+2 & (x\geq 0)\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases}2x & (x<a)\\ 2x-1 & (x\geq a)\end{cases}$$

가 있다. 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [4점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2





fg

$-2x+3$	$-2x+2$	$-2x+2$
$2x$	$2x$	$2x-1$

16. 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d라 하자. 네 수 a, b, c, d의 곱 $a\times b\times c\times d$가 12일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{36}$　② $\frac{5}{72}$　③ $\frac{1}{9}$　④ $\frac{11}{72}$　⑤ $\frac{7}{36}$

$a\times b\times c\times d=12.$

~~12. 1. 1. 1~~

6. 2. 1. 1.

3. 2. 2. 1.

4. 3. 1. 1

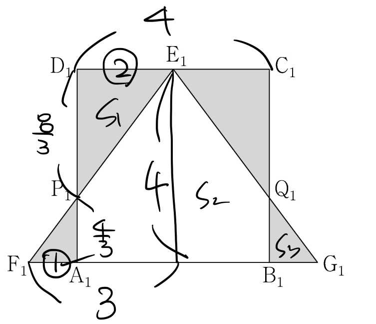
$2^2\times 3$

$\frac{36}{6^4}=\frac{6}{6^3}=\frac{1}{6^2}.$

7!

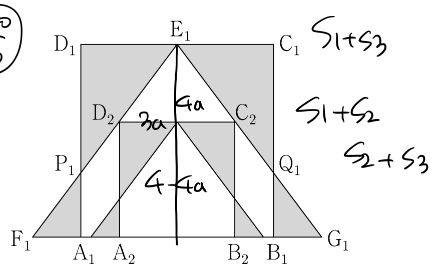
17. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 C_1D_1의 중점을 E_1이라 하고, 직선 A_1B_1 위에 두 점 F_1, G_1을 $\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$, $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5:6$이 되도록 잡고 이등변삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다. 선분 D_1A_1과 선분 E_1F_1의 교점을 P_1, 선분 B_1C_1과 선분 G_1E_1의 교점을 Q_1이라 할 때, 네 삼각형 $E_1D_1P_1$, $P_1F_1A_1$, $Q_1B_1G_1$, $E_1Q_1C_1$로 만들어진 ◸◹ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 선분 F_1G_1 위의 두 점 A_2, B_2와 선분 G_1E_1 위의 점 C_2, 선분 E_1F_1 위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 ◸◹ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1



$\left(\frac{8}{3}+\frac{2}{3}\right)\times 2 = \frac{20}{3}$

R_2



⋮ ⋮

① $\frac{61}{6}$ ② $\frac{125}{12}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{131}{12}$ ⑤ $\frac{67}{6}$

$S_1 = \frac{20}{3}$

$4-4a=6a$

$a = \frac{4}{10}$ $\therefore a = \frac{2}{5}$

$\frac{12}{5}$

$\frac{25}{16} \times \frac{20}{3}$

$4 : \frac{12}{5}$

$\frac{25}{16} \times \frac{}{25}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x \ge 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

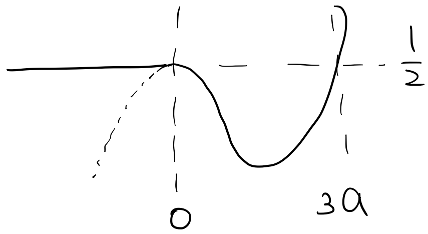
<보 기>

ㄱ. $g(0)+g'(0) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1) < \frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2) = \frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x<0) \\ x^2(x-3a)+\frac{1}{2} & (x \ge 0) \end{cases}$

$\therefore 2$

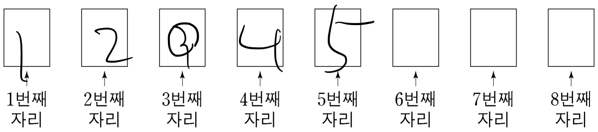
$4a^2(2a-3a)+\frac{1}{2}$

$-4a^3+\frac{1}{2}=0$ $\therefore a = \frac{1}{2}$

$\therefore x^2(x-\frac{3}{2})+\frac{1}{2}$

$\therefore 4\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = 2+\frac{1}{2}$

19. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k라 하자.



다음은 두 자연수 $m, n\,(1 \le m < n \le 8)$에 대하여 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하는 과정이다.

> A_k는 k번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_k) = \boxed{(가)}$ $\frac{k}{8}$
>
> 이다.
>
> $A_m \cap A_n\,(m<n)$은 m번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m번째와 n번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \boxed{(나)}$ $\frac{m}{8} \times \frac{n-1}{7}$
>
> 이다.
>
> 한편, 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이기 위해서는
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \mathrm{P}(A_m)\mathrm{P}(A_n)$
>
> 을 만족시켜야 한다.
>
> 따라서 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$를 대입한 값을 p, (나)에 알맞은 식에 $m=3, n=5$를 대입한 값을 q, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $p \times q \times r$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

$p = \frac{1}{2}$ $q = \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{3}{14}$

$\therefore \frac{3}{28} \times 7$

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

> $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{f(x) - 4x^3 + 3x^2}{x^{n+1}+1} = 6, \ \lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^n} = 4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

$f(x) = kx^{n+1} + 4x^n$

i) $n=3$

$f(x) = kx^4 + 4x^3$ $\therefore k=6$

$\lim \frac{kx^4 - 4x}{x^4+1}$

$\therefore f(x) = 6x^4 + 4x^3$

10.

ii) $n=2$

$f(x) = kx^3 + 4x^2$

$(k-4)x^3$ $\therefore f(x) = 10x^3 + 4x^2$

$\frac{m}{8} \times \frac{n}{8} = \frac{m}{8} \times \frac{n-1}{7}$

$7mn = 8m(n-1)$

$7n = 8(n-1)$

$\therefore n = 8.$

$m = 1 \sim 7$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=\begin{cases} 2 & (0 \le x < 2) \\ -2x+6 & (2 \le x < 3) \\ 0 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$

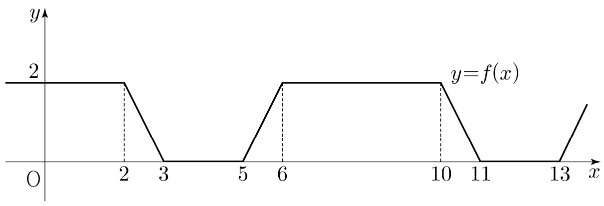
(나) 모든 실수 x에 대하여
$f(-x)=f(x)$이고 $f(x)=f(x-8)$이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x}+n & (x \neq 0) \\ n & (x=0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



$4\times 7+2$.

$$g(x)=\begin{cases} n+1 & (x>0) \\ n & (x=0) \\ n-1 & (x<0) \end{cases}$$

단답형

22. ${}_9C_7$의 값을 구하시오. [3점]

${}_9C_2 = \dfrac{9\cdot 8}{2\cdot 1} = 36$

23. 함수 $y=\dfrac{2}{x}$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(2,\ a)$를 지난다. a의 값을 구하시오. [3점]

$y=\dfrac{2}{x}+4$ $a=6$.

24. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = 2,\ \frac{a_5}{a_3} = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{4} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

80

$a_1 = 2$ $r^2 = 9$

2, 6, 18, 54

8+72 =

$\frac{2(3^4-1)}{3-1} = 3^4 - 1 = 80$

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 - 5t^2 + 6t$$

이다. $t=3$에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

$x' = 3t^2 - 10t + 6$

$x'' = 6t - 10$ $\therefore 18 - 10 = 8$

$3t^2 - 10t$

$t^3 - 5t^2$

26. 자연수 전체의 집합 U의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\},\ B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

에 대하여

$$n(X) = 2,\ X - (A - B) = \varnothing$$

을 만족시키는 U의 모든 부분집합 X의 개수를 구하시오. [4점]

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

$B = \{1, 3\}$

6개

$X - \{2, 4, 8, 16\} = \varnothing$

27. 두 함수

$f(x)=x^3+3x^2-k,\ g(x)=2x^2+3x-10$

에 대하여 부등식

$f(x) \geq 3g(x)$

가 닫힌 구간 $[-1, 4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

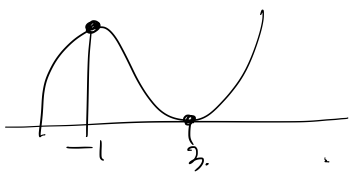
3

$f(x)-3g(x)=x^3+3x^2-k-(6x^2+9x-30)$

$=x^3-3x^2-9x \geq k-30$

$3x^2-6x-9$

$3(x-3)(x+1)$

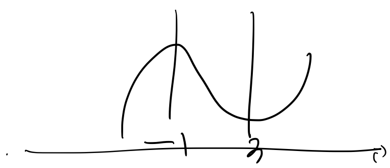


$\therefore f(3)=0$

$x^3+3x^2-k-3(2x^2+3x-10)$

$x^3-3x^2-9x+30-k \geq 0$

$3x^2-6x-9$



28. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오. [4점]

(가) $4 < a_2+a_3 \leq 12$	162
(나) $\sum_{k=1}^{m} a_k = 122$	

$2 < r(r+2) \leq 6$

-6	-4
-5	-3
-4	-2
-3	-1
-2	0
-1	-1
0	2
1	3
2	4
3	5

$\therefore r=-3$

$\dfrac{2\{(-3)^n-1\}}{-3-1}=122$

-2

$\therefore -244=(-3)^n-1$

$\therefore n=5$

$\therefore a_n=2\times(-3)^{n-1}$

$=2\times 81$

2, -6, 18, -54, 162

-4, -36, 162

40

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수를 구하시오. [4점]

84

(가) $n=1, 2$일 때, $x_{n+1}-x_n \geq 2$이다.
(나) $x_3 \leq 10$

$x_2 - x_1 \geq 2$

$x_3 - x_2 \geq 2$

$x_3 \geq 10$

$x_1 + 2 \leq x_2$

$x_2 + 2 \leq x_3 \leq 10.$

$4 \leq x_1 + 4 \leq x_2 + 2 \leq x_3 \leq 10$

4 5 6 7 8 9 10

a b c

${}_7H_3 = {}_9C_3 = \dfrac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 84$

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

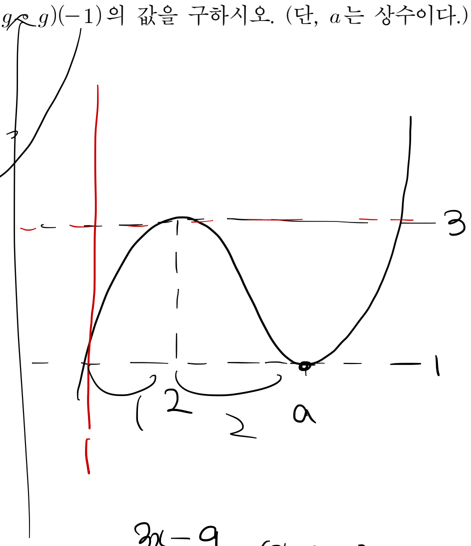
$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t \geq 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

19



$g(x) = \begin{cases} \dfrac{3x-9}{x-1} & (x<-1) \\ (x-1)^2(x-4)^2 - 1 \end{cases}$

$\therefore g(-1) = \dfrac{-3-9}{-1-1} = 6$

$\therefore 5 \times 2^2 - 1$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가

수학 영역 정답표

(나형)과목

문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점
1	⑤	2	9	④	3	17	②	4	25	8	3
2	③	2	10	⑤	3	18	⑤	4	26	6	4
3	⑤	2	11	③	3	19	④	4	27	3	4
4	②	3	12	①	3	20	③	4	28	162	4
5	②	3	13	③	3	21	①	4	29	84	4
6	①	3	14	②	4	22	36	3	30	19	4
7	②	3	15	④	4	23	5	3			
8	②	3	16	①	4	24	80	3			