

27. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 6번 반복할 때, $k(1 \leq k \leq 6)$ 번째 꺼낸 공에 적힌 수를 a_k 라 하자. 두 자연수 m, n 을

$$m = a_1 \times 100 + a_2 \times 10 + a_3,$$

$$n = a_4 \times 100 + a_5 \times 10 + a_6$$

이라 할 때, $m > n$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



27번 확률 문제에 대한 여사건 풀이

<여사건의 풀이에 대한 설명>

여사건의 풀이는 사건에 대한 상황분류이해가 정확할 경우에만 사용합니다.

예를 들어 어떤 상황에 대하여

a_1, a_2, \dots, a_{10} 의 상황으로 분류되어 질 때,

구하고자하는 사건이 a_3, \dots, a_{10} 일 경우 모든 상황을 계산하지 않고 a_1, a_2 상황에 대하여 구한 후 전체에서 빼는 연산

을 통해 원하는 사건에 대해 쉽게 구할 수 있는 계산의 편리성, 사고의 편리성이 있습니다.

여사건의 사고를 27번 문제에 적용하면 다음과 같습니다.

구하고자 하는 사건의 확률은 3가지로 분류됩니다.

① $m > n$

② $m < n$

③ $m = n$

이때, ①, ②의 상황은 동일합니다.

ex)

①의 상황 중 $m = 321, n = 312 (m > n)$ 의 경우에 대해서 ②의 상황을 구하는 방법은 $n = 321, m = 312 (m < n)$ 으로 문자의 위치만 바꾸는 경우로 생각되어지므로 두 상황의 경우의 수는 같습니다.

이를 이용하면, ③사건의 확률을 구하여 여사건 처리한 후 그의 절반인 확률이 문제에서 구해지는 확률과 같다.

<③상황의 확률계산>

숫자 6개의 공을 모두 달리 본 후 전체사건을 계산하면 $= 6!$

이때, $m = n$ 인 사건은 같은 숫자의 패턴의 개수에서 $1_a, 1_b$ 와 같이 달리 본 수의 공을 배열하는 경우의 수와 같다.

$312, 321, \dots$ 등의 수의 패턴의 경우의 수는 1,2,3을 순열배치하는 것과 같으므로 $3!$

이에 정해진 패턴에 서로 다른 수를 배열하는 경우는 $2 \times 2 \times 2 = 8$

구하고자하는 ③의 경우의 수는 $\times 8 = 48$

그러므로 ③이 일어날 확률은 $\frac{48}{6!} = \frac{1}{15}$

여사건을 처리한 후 그 절반의 확률을 계산하면

$$1 - \left(\frac{1}{15}\right)^2 = \frac{7}{15}$$