WEEKLY EBS

수능특강
미적분2

수능특강에서 꼭 봐야하는 문항과
그 문항의 의미, 그리고 유사기출까지
당신의 공부에 필요한 것들을 담았습니다.

UPHIGH 예감 (김성민T)
전범위 (2020학년도 수능대비 미적분2 수능특강 전범위)

INTRO 01

선별된 문제의 출처

문제 선별의 의의는 가장 우수한 문항이 담고있는
그 문제의 의미와 또 기출과의 연관성을 알아보기 위함입니다.
절대로 이 문제만 풀면 다 끝난다라는 얕은 생각 하시지마시고
꼭 계산 연습용이든, 문제풀이용이든 EBS 전체교재를 살펴보실것을 권합니다.

1주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

01. 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프
03. 삼각함수의 뜻과 그래프

김성민T 수능특강 미적분2 선별&유사기출 자료 1주차

문제NO	선별 단원	EBS 원제 페이지
1	01. 지수함수와 로그함수 뜻과 그래프	Page13. Level2, 4번문항
2	01. 지수함수와 로그함수 뜻과 그래프	Page14, Level3, 2번문항
3	01. 지수함수와 로그함수 뜻과 그래프	Page14, Level3, 3번문항
4	03. 삼각함수의 뜻과 그래프	Page39, Level2, 4번문항
5	03. 삼각함수의 뜻과 그래프	Page40, Level3, 1번문항
6	03. 삼각함수의 뜻과 그래프	Page40, Level3, 2번문항
7	03. 삼각함수의 뜻과 그래프	Page40, Level3, 3번문항
8	03. 삼각함수의 뜻과 그래프	Page40, Level3, 4번문항

ANALYSIS 02

선별된 문제의 분석

우수한 2020학년도 수능특강 EBS 문항에서
꼭 알고 있어야할 수학적 내용을 정리해보고,
이와 유사한 기출문제가 있을 경우 같이 정리해봅시다.

001

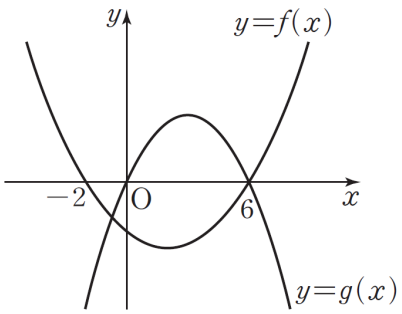
[수능특강 Ch01. Level2 4번]

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 집합 $X=\{-2,0,2,4,6,8\}$에 대하여 두 집합 A, B 를

$$A=\{x\,|\,2^{f(x)}\le 1\le 2^{g(2x)},\ x\in X\}$$

$$B=\left\{x\,|\,\left(\frac{1}{3}\right)^{f'(x)}<\left(\frac{1}{3}\right)^{g'(x)},\ x\in X\right\}$$

라 하자. $n(A)-n(B)$ 의 값은? (단, $f(-2)=f(6)=g(0)=g(6)=0$)



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

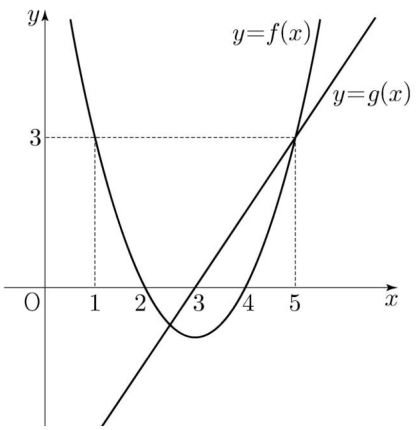
[Comment] '부등식의 해를 그래프를 이용해 구한다.' 논리적인 풀이를 위해 함수의 식을 작성해야 할 때도 있지만, 수식을 이해하여 기하적인 해석을 통해 문제를 접근한다. 주로 식의 작성에는 교점, 정점을 파악해 인수정리를 쓰고, 기하적인 해석에는 함숫값의 대소를 비교하는 풀이 방법이 쓰인다.

유사기출문항 | [2019학년도 수능 14번]

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)}\ge\left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은?



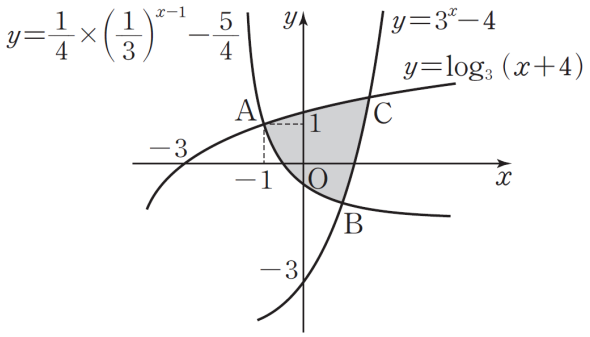
① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

002

[수능특강 Ch01. Level3 2번]

그림과 같이 곡선 $y=\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-\frac{5}{4}$ 가 두 곡선 $y=\log_3(x+4), y=3^x-4$ 와 만나는 점을 각각 $\mathrm{A}(-1,1), \mathrm{B}$라 하고, 두 곡선 $y=\log_3(x+4), y=3^x-4$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 C라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, O는 원점이다.)



<보 기>

ㄱ. 두 점 A, B를 지나는 직선과 두 점 O, C를 지나는 직선은 서로 수직이다.

ㄴ. 세 곡선 $y=\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}-\frac{5}{4}$, $y=\log_3(x+4), y=3^x-4$ 로 둘러싸인 도형의 경계 및 내부의 점 중 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수는 6이다.

ㄷ. 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면 $3<\mathrm{S}<4$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[Comment] '역함수, 그리고 격자점' - 함수의 식을 통해 역함수 관계임을 알고, 직선 $y=x$ 위의 점을 기준으로 점의 대칭성을 이용해 격자점을 counting한다. 한편, 함숫값을 이용해 도형의 넓이의 범위를 구할수 있고, 특수한 상황에서 함수를 결정할수 있다.

유사기출문항 | [2018학년도 4월 교육청 29번]

좌표평면에서 2 이상의 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=3^x-n$, $y=\log_3(x+n)$으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 개수가 4가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오.

003

[수능특강 Ch01. Level3 3번]

좌표평면의 점을 원소로 갖는 두 집합

$$A=\{(x,y)\,|\,x\le y\le \log_4 x+14,\ x,y\text{는 자연수}\}$$

$$B=\{(x,y)\,|\,2^{x-12}\le y<x,\ x,y\text{는 자연수}\}$$

에 대하여 $n(A)-n(B)$의 값을 구하시오.

[Comment['두 함수가 역함수 관계가 아니라면?'

부등식을 그래프 위에 표현하여 영역을 해석해보자. 역함수 관계가 아닌 경우, 한 함수의 역함수를 생각해 격자점을 counting 한다. 이때, x좌표 혹은 y좌표 중 하나를 기준으로 counting 하면 편리하다.

유사기출문항 | [2013학년도 수능 30번]

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\{(x,\ y)\,|\,2^x-n\le y\le \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

> (가) x좌표와 y좌표는 서로 같다.
> (나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어 $a_1=2,\ a_2=4$이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오.

004

[수능특강 Ch03. Level2 4번]

자연수 n에 대하여 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 $\mathrm{P_n}$이 점 $\mathrm{A}(1,0)$을 출발하여 시곗바늘이 도는 방향의 반대로 움직이고 있다. $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이고 $\sin\theta=\frac{12}{13}$인 θ에 대하여 점 $\mathrm{P_n}$이 움직인 거리가 $\frac{n\pi}{2}+\theta$일 때, 점 $\mathrm{P_n}$의 x좌표를 a_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은?

① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{8}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{8}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

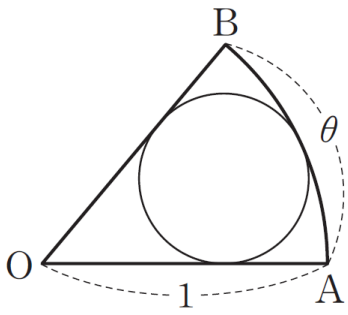
[Comment] '삼각함수 = 단위원 위의 점 + 대칭성'

원 위의 점이 움직인 거리는 호의 길이로 해석할 수 있다. 이때, 호의 길이는 반지름의 길이와 각으로 표현할 수 있으므로 삼각함수의 값으로 표현하자. 그리고 삼각함수의 정의를 떠올려 <삼각함수 사이의 관계>와 <삼각함수의 변형>을 통해 식을 간단히 하자.

005

[수능특강 Ch03. Level3 1번]

그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1, 호 AB의 길이가 θ인 부채꼴 OAB가 있다. 중심이 부채꼴 OAB의 내부에 있고 선분 OA, OB에 접하며 호 AB와 한 점에서 만나는 원의 반지름의 길이는? $\left(\text{단}, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$



① $\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{2+\sin\frac{\theta}{2}}$ ② $\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{1+\sin\frac{\theta}{2}}$ ③ $\frac{2\sin\frac{\theta}{2}}{1+\sin\frac{\theta}{2}}$

④ $\frac{\sin\theta}{2+\sin\theta}$ ⑤ $\frac{\sin\theta}{1+\sin\theta}$

[Comment] "반지름 = 중심과 원 위의 점 사이의 거리"

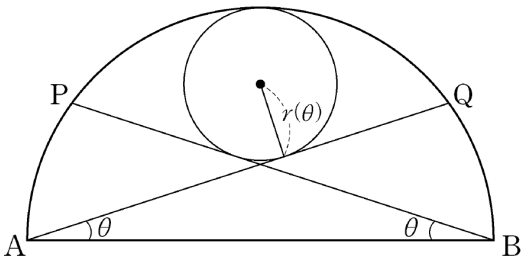
원, 반원, 사분원, 부채꼴에서는 중심, 반지름을 적극 이용해야 한다. 또한, 직각삼각형을 발견하여 닮음비, 삼각비를 써서 식의 형태를 **(문제에서 주어진 길이) = (변수가 포함된 관계식)** 으로 작성할 때가 많다.

+TIP. '부분의 합 = 전체' 수직선 위의 점 A, B, C가 차례대로 존재할 때, $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$임을 꼭 기억하고 이용하자 !!

(사실 당연한 거죠. ㅎㅎ)

유사기출문항 | [2013학년도 06월 평가원 29번]

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle ABP = \angle BAQ = \theta$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$가 되도록 잡는다.



두 선분 AQ, BP와 호 PQ에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{4}-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta} = p\sqrt{2}+q$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 유리수이다.)

006

[수능특강 Ch03. Level3 2번]

좌표평면에서 중심이 원점 O인 원 $x^2+y^2=4$ 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{A}(2,0), \mathrm{P}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 선분 OA, OP에 의하여 나누어진 두 부채꼴의 넓이 중 작은 것은 $\frac{5}{3}\pi$이다.
>
> (나) 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta < \sec\theta\csc\theta$이다.

$\sin\theta - \csc\theta$의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

[Comment] '삼각함수 = 단위원 위의 점 + 해석'

조건을 해석하여 각의 범위를 파악한 후, 단위원 위에 점을 찍어보자. 삼각함수 문제는 정의를 생각하면 편한 경우가 종종 있다. 그리고 (나) 조건의 부등식과 같이, 삼각부등식은 양변에 같은 값을 '곱, 나눗셈'하기보다는 '이항'하여 통분 후 해석하는 편이 낫다.

유사기출문항 | [2009학년도 09월 평가원 나형 28번]

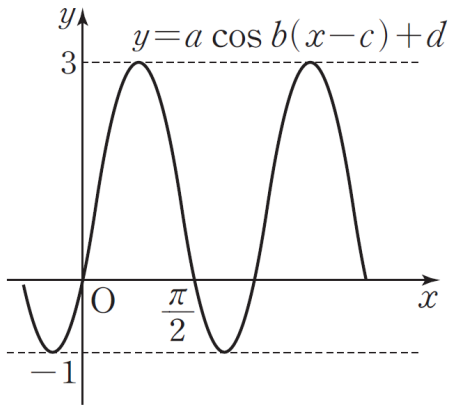
수열 $\{a_n\}$에서 $a_n=3+(-1)^n$일 때, 좌표평면 위의 점 P_n을 $\mathrm{P}_n\left(a_n\cos\frac{2n\pi}{3},\ a_n\sin\frac{2n\pi}{3}\right)$라 하자. 점 P_{2009}와 같은 점은?

① P_1 ② P_2 ③ P_3 ④ P_4 ⑤ P_5

007

[수능특강 Ch03. Level3 3번]

모두 양수인 네 상수 a, b, c, d $(2 < b < 5, 0 < c < \pi)$에 대하여 함수 $f(x) = a\cos b(x-c) + d$가 있다. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, $abcd$의 값은? $\left(\text{단}, f(0) = f(\frac{\pi}{2}) = 0\right)$

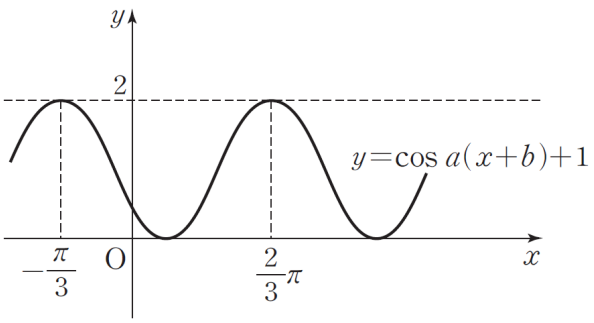


① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2\pi}{3}$ ③ π ④ $\frac{4\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{3}$

[Comment] 함수의 그래프에서 주기, 치역, 대칭성, 평행이동, 특이한 점을 파악하여 식을 작성하는 연습을 하자. 이 단원이 익숙하지 않은 경우, 단원별 문제집을 통해 충분히 개념을 다져야 한다.

유사기출문항 [2015학년도 3월 교육청 고2]

그림은 함수 $y = \cos a(x+b) + 1$의 그래프이다. 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? (단, $a > 0, 0 < b < \pi$이고, O는 원점이다.)



① $\frac{2\pi}{3}$ ② π ③ $\frac{4\pi}{3}$ ④ $\frac{5\pi}{3}$ ⑤ 2π

008

[수능특강 Ch03. Level3 4번]

$0 < \theta < 2\pi$일 때, 좌표평면에서 각 θ를 나타내는 동경이 $x^2 + y^2 = 1$과 만나는 점을 P라 하자. 점 P에서 이 원에 접하는 접선과 점 $\mathrm{A}(2, 0)$ 사이의 거리가 2보다 크게 되도록 하는 θ의 범위는 $\alpha < \theta < \beta$이다. $\alpha\beta = \frac{q}{p}\pi^2$일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[Comment] '$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$'

두 개 이상의 삼각함수가 포함된 방정식 또는 부등식은 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$과 같은 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 하나의 삼각함수로 변형하여 풀자. 특히 부등식을 풀 때, 자주 쓰이는 삼각함수의 치역을 기억하자. $-1 \le \sin\theta, \cos\theta \le 1$

유사기출문항 [2019학년도 수능 11번]

$0 \le \theta < 2\pi$ 일 때, x에 대한 이차방정식

$$6x^2 + (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $\alpha < \theta < \beta$이다. $3\alpha + \beta$의 값은?

① $\frac{5\pi}{6}$ ② π ③ $\frac{7\pi}{6}$ ④ $\frac{4\pi}{3}$ ⑤ $\frac{3\pi}{2}$

ANSWER 03

정답

1주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

01. 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프
03. 삼각함수의 뜻과 그래프

01	②	01 유사기출문제	④
02	⑤	02 유사기출문제	16
03	24	03 유사기출문제	573
04	①	04 유사기출문제	X
05	②	05 유사기출문제	8
06	⑤	06 유사기출문제	⑤
07	④	07 유사기출문제	①
08	17	08 유사기출문제	④

INTRO 01

선별된 문제의 출처

문제 선별의 의의는 가장 우수한 문항이 담고있는
그 문제의 의미와 또 기출과의 연관성을 알아보기 위함입니다.
절대로 이 문제만 풀면 다 끝난다라는 얕은 생각 하시지마시고
꼭 계산 연습용이든, 문제풀이용이든 EBS 전체교재를 살펴보실것을 권합니다.

2주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

02. 지수함수와 로그함수의 도함수
04. 삼각함수의 미분

김성민T 수능특강 미적분2 선별&유사기출 자료 2주차

문제NO	선별 단원	EBS 원제 페이지
1	02. 지수함수와 로그함수의 도함수	Page19. 유제3
2	02. 지수함수와 로그함수의 도함수	Page25, Level2, 4번문항
3	02. 지수함수와 로그함수의 도함수	Page26, Level3, 1번문항
4	02. 지수함수와 로그함수의 도함수	Page26, Level3, 4번문항
5	04. 삼각함수의 미분	Page51, Level2, 3번문항
6	04. 삼각함수의 미분	Page52, Level3, 1번문항
7	04. 삼각함수의 미분	Page52, Level3, 2번문항
8	04. 삼각함수의 미분	Page52, Level3, 4번문항

ANALYSIS 02

선별된 문제의 분석

우수한 2020학년도 수능특강 EBS 문항에서
꼭 알고 있어야할 수학적 내용을 정리해보고,
이와 유사한 기출문제가 있을 경우 같이 정리해봅시다.

001

[수능특강 Ch02. 유제 3번]

$\lim_{x\to\infty}\dfrac{\left(2+\dfrac{2}{x}\right)^{2x}}{4^{x-1}+2^{x}}$ 의 값은?

① e^2 ② $4e$ ③ $2e^2$ ④ $8e$ ⑤ $4e^2$

[Comment] '극한은 '오직 그 꼴'로 해석한다.'

초월함수의 극한은 식의 형태를 보고, [미분계수의 정의] 혹은 [초월함수의 기본형 극한]으로 접근한다. 그리고 노파심에서 드리는 말씀인데, 우리는 교육과정 내에서 제시한 출제 의도에 맞는 풀이를 숙지한 뒤 '로피탈의 정리' 같은 것을 이용해야 합니다. (제발 부탁입니다...)

유사기출문항 [2010학년도 6월 평가원]

$\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{1-\sin x}-e^{1-\tan x}}{\tan x-\sin x}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{e}$ ② $\dfrac{2}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ $2e$

유사기출문항 [2011학년도 6월 평가원]

세 양수 a, b, c에 대하여 $\lim_{x\to\infty}x^{a}\ln\left(b+\dfrac{c}{x^2}\right)=2$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

002

[수능특강 Ch02. Level2 4번]

일차함수 $f(x)=ax+b$가 $x>0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$\ln x+a+1 \le f(x) \le e^{x-1}+a$$

를 만족시킬 때, $f'(1)+f'(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[Comment] '$g(x) \le f(x) \le h(x)$ 부등식의 해석은 기계적으로'

위와 같은 부등식은 정의된 구간 내에 있는 특수한 점 $x=k$에서 [함숫값] 확인과 [미분계수] 발견에 초점을 두고 해석한다. 주로 문제에서 요구하는 것을 보면, 특수한 점 k에 대한 힌트가 있다. 한편, 미분계수를 알아내기 위해서는 미적분 I 에서 배운 '샌드위치 정리'가 쓰인다.

유사기출문항 | [2013학년도 6월 평가원]

함수 $f(x)$가 $x>-1$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $\ln(1+x) \le f(x) \le \frac{1}{2}(e^{2x}-1)$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 0}\frac{f(3x)}{x}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유사기출문항 | [2015학년도 9월 평가원]

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

003

[수능특강 Ch02. Level3 1번]

집합 $A=\{1,2,3,4,5\}$의 두 원소 a,b에 대하여

$$\lim_{x\to\infty}\frac{15\times(3a)^x+15\times(5b)^x}{(3a)^{x+1}+(5b)^{x+1}}$$

의 값이 자연수가 되도록 하는 a,b의 모든 순서쌍 (a,b)의 개수를 구하시오.

[Comment] '지금까지 이런 문제는 없었다. 이것은 미적인가 확통인가'

미적분 I 에서 배운 x^n이 포함된 극한을 접근하는 법을 떠올려보자. 그리고 가장 먼저 해야 할 것은 식을 관찰한 후, Case를 분류하는 것이다. 그 기준은 각 항에 있는 함수의 힘의 세기를 비교하는 것에 있다. 이후, 힘이 가장 센 것으로 분자, 분모를 각각 나누어 극한 계산을 하면 된다.

한편, 이와 같이 평가원에서는 다양한 단원이 융합된 형태의 문제가 자주 출제된다. 최근 출제된 대표적인 융합형 문제를 예로 들자면, 2019학년도 6월 평가원 18번(삼각함수+확률) / 9월 평가원 21번(경우의 수+연속함수의 그래프) 문제가 있다. 문제의 난이도에 '표현의 낯섦 정도'가 반영되기 때문에 위와 같은 문제를 절대 거르지 말고 연습해야 한다.

유사기출문항 [2015학년도 수능]

자연수 k에 대하여 $a_k=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n+1}$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}ka_k$의 값을 구하시오.

유사기출문항 | [2009학년도 9월 평가원]

$a>0,\ b>0,\ a\neq 1,\ b\neq 1$일 때, 함수 $f(x)=\dfrac{b^x+\log_a x}{a^x+\log_b x}$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $1<a<b$이면 $x>1$인 모든 x에 대하여 $f(x)>1$이다.

ㄴ. $b<a<1$이면 $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$이다.

ㄷ. $\lim_{x\to 0+} f(x)=\log_a b$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

004

[수능특강 Ch02. Level3 4번]

함수 $f(x)=kx^2\ln x$에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(2)-f(2)$의 값을 구하시오. (단, k는 0이 아닌 상수이다.)

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=\lim_{x\to -1}\dfrac{x^{2n+1}+1}{f(x+2)}$이다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n=1$이다.

[Comment] 복잡한 식의 극한은 함수를 설정하고, 미분계수로 해석하자.

(가) 조건을 접근하는 방식에 따라 문제 풀이 시간에 큰 차이를 보인다. 분자를 인수분해할 수도 있지만, 이와 같은 복잡한 식의 극한은 [미분계수의 정의]로 해석하기 위해 적당한 함수를 설정한다. 이는 미적분 I '미분계수와 도함수' 단원의 '치환을 이용한 극한값의 계산'과 같은 유형이다.

(미적분 I 열심히 공부했죠!?)

005

[수능특강 Ch04. Level2 3번]

다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은?

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^4+3x^2}=2$

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{(\sin x+\tan x)(1-\cos x)}=3$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[Comment] 간단한 계산문제다. $x\to\infty$ 극한 / $x\to a$ 극한을 접근하는 방법이 체화되지 않았다면, 지금도 늦지 않았으니 양치기 합시다. 일반적으로 $x\to\infty$ 극한과 다항함수가 만나면 차수를 결정할 수 있다. 그리고 $x\to a$ 극한은 $\frac{0}{0}$ 꼴이 되는 경우가 많은데, [미분계수의 정의] 혹은 [초월함수의 기본형 극한]을 떠올리면 된다. (자주 나오죠? 그만큼 중요하다는 거예요!)

유사기출문항 | [2008학년도 06월 평가원]

다항함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)=e^{-x}\sin x+g(x)$가 $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1$, $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=1$을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $g(0)=0$

ㄴ. $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^2}=1$

ㄷ. $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유사기출문항 | [2009학년도 수능]

다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1$, $\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=b$, $\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $m \geq n$

ㄴ. $ab \geq 9$

ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am=bn$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유사기출문항 | [2019학년도 사관학교]

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)\sin x$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^2}=0$

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{g'(x)}{x}=6$

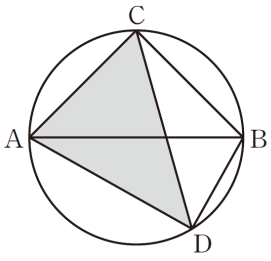
이때, $f(4)$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

006

[수능특강 Ch04. Level3 1번]

그림과 같이 길이가 5인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위에 $\overline{CA}=\overline{CB}$, $\overline{AD}=4$인 두 점 C, D가 있다. 삼각형 CAD의 넓이는? (단, 선분 AB와 선분 CD는 한 점에서 만난다.)



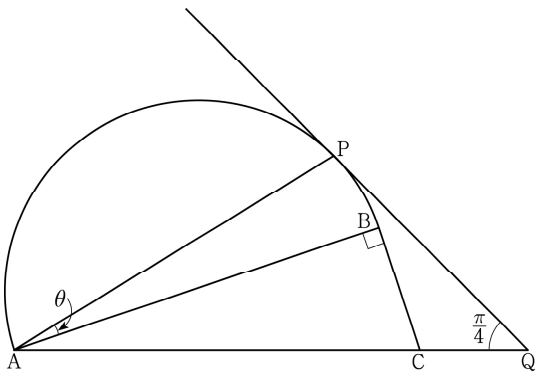
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[Comment] '무작정 덤비지 말고, 뭘 묻는지 봐야 한다.'

문제에서 구하고자 하는 삼각형 CAD의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AD}\times\sin(\angle CAD)$이다. 선분의 길이는 문제 조건에 있기 때문에 결국 이 문제는 $\sin(\angle CAD)$만 구하면 되는 것이다. 전체에 대한 값이 보이지 않는다면 부분으로 나눠서 생각하면 된다. 각을 나눠서 생각해보자.
(복습. 전체 = 부분의 합)

유사기출문항 [2013학년도 10월 교육청]

다음 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=1$이고 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에서의 접선과 AC의 연장선이 만나는 점을 Q라 하자.

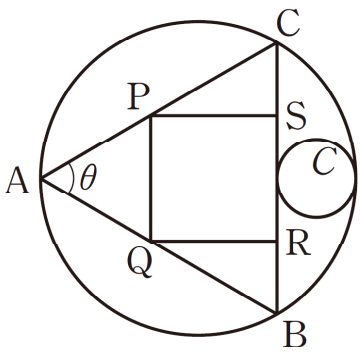


$\angle PQA=\frac{\pi}{4}$이고 $\angle PAB=\theta$라 할 때, $60\tan 2\theta$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$)

007

[수능특강 Ch04. Level3 2번]

그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. 두 변 AC, AB 위에 각각 두 점 P, Q와 변 BC 위에 두 점 R, S를 사각형 PQRS가 정사각형이 되도록 잡는다. 또, 변 BC에 접하고 호BC와 한 점에서 만나는 원 중에서 넓이가 가장 큰 원을 C라 하자. $\angle CAB=\theta$라 할 때, 정사각형 PQRS의 넓이를 $f(\theta)$, 원 C의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{g(\theta)}{\theta^2\times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이고, 원 C의 중심은 삼각형 ABC의 외부에 있다.)



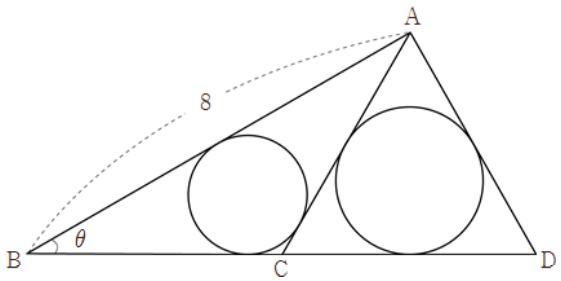
① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{8}$ ③ $\frac{\pi}{16}$ ④ $\frac{\pi}{32}$ ⑤ $\frac{\pi}{64}$

[Comment] 사골 주의, 공부하면 무조건 푸는 전형적인 유형.

이등변삼각형 / 정사각형 / 원 !!! 각 도형에서 무엇이 중요한지 기출문제를 분석하며 알아냈어야 합니다. 정리했어야 합니다. 우직하게 계산할 줄도 알아야 합니다. 연습합시다.

유사기출문항 | [2015학년도 7월 교육청]

$\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ABC=\theta$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 선분 BC의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 점 D를 잡는다.



삼각형 ABC에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_1, 삼각형 ACD에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_2라 할 때, $\lim_{\theta\to 0+}\frac{r_1 r_2}{\theta^2}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

008

[수능특강 Ch04. Level3 4번]

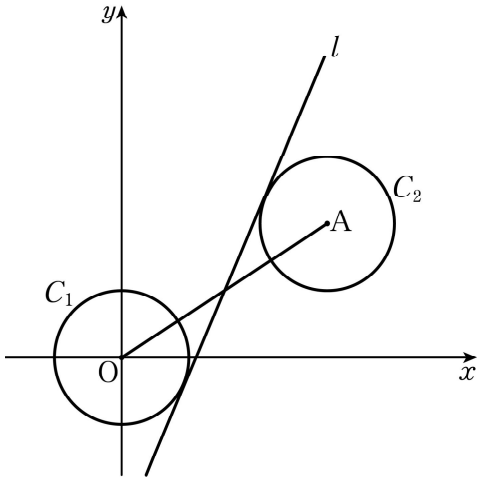
실수 t에 대하여 함수 $y=\sin x$의 그래프 위의 점 $(t, \sin t)$에서의 접선과 함수 $y=\cos x$의 그래프 위의 점 $(t, \cos t)$에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 $\theta(t)$라 하자. 함수 $f(x)=\cos x+\sin x$에 대하여 $\lim_{t \to \frac{3}{4}\pi} \left\{ \frac{\tan(\theta(t))}{4t-3\pi} \right\}^2 = \frac{q}{p} \left\{ f'\left(\frac{3}{4}\pi \right) \right\}^2$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[Comment] '좌표평면에서 두 직선이 이루는 예각이 정의되면'

삼각함수의 덧셈정리는 계산 유형 / 좌표평면에서의 활용 / 도형에서의 활용으로 구분할 수 있다. 이 중 좌표평면에서의 활용의 두 직선이 이루는 예각에 관한 문제에서는 탄젠트함수의 덧셈정리가 압도적으로 많이 쓰인다. 보통 두 직선이 축과 이루는 각의 크기 또는 직선의 기울기를 알 때, 각의 크기의 관계식에서 탄젠트함수를 취하여 덧셈정리로 계산을 마무리한다. (각의 크기의 관계식이 항상 뺄셈으로 나오는 건 아니에요!)

유사기출문항 | [2017학년도 3월 교육청]

좌표평면에 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 3인 원 C_1과 중심이 점 $\mathrm{A}(t,\ 6)$이고 반지름의 길이가 3인 원 C_2가 있다. 그림과 같이 기울기가 양수인 직선 l이 선분 OA와 만나고, 두 원 C_1, C_2에 각각 접할 때, 다음은 직선 l의 기울기를 t에 대한 식으로 나타내는 과정이다. (단, $t>6$)



직선 OA가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 α, 점 O를 지나고 직선 l에 평행한 직선 m이 직선 OA와 이루는 예각의 크기를 β라 하면 $\tan\alpha=\frac{6}{t}$, $\tan\beta=$ (가) 이다. 직선 l이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하면 $\theta=\alpha+\beta$이므로 $\tan\theta=$ (나) 이다. 따라서 직선 l의 기울기는 (나) 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때, $\frac{g(8)}{f(7)}$의 값은?

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

ANSWER 03

정답

2주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

02. 지수함수와 로그함수의 도함수
04. 삼각함수의 미분

01	⑤	01 유사기출문제	④ ①
02	④	02 유사기출문제	③ ①
03	8	03 유사기출문제	33 ③
04	4	04 유사기출문제	X
05	⑤	05 유사기출문제	③ ⑤ ②
06	③	06 유사기출문제	30
07	⑤	07 유사기출문제	③
08	37	08 유사기출문제	⑤

INTRO 01

선별된 문제의 출처

문제 선별의 의의는 가장 우수한 문항이 담고있는
그 문제의 의미와 또 기출과의 연관성을 알아보기 위함입니다.
절대로 이 문제만 풀면 다 끝난다라는 얕은 생각 하시지마시고
꼭 계산 연습용이든, 문제풀이용이든 EBS 전체교재를 살펴보실것을 권합니다.

3주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

05. 여러가지 미분법
06. 도함수의 활용

김성민T 수능특강 미적분2 선별&유사기출 자료 3주차

문제NO	선별 단원	EBS 원제 페이지
1	05. 여러 가지 미분법	Page67, Level3, 1번문항
2	05. 여러 가지 미분법	Page67, Level3, 4번문항
3	06. 도함수의 활용	Page75, 유제 6번문항
4	06. 도함수의 활용	Page79, 예제 5번문항
5	06. 도함수의 활용	Page82, Level3, 1번문항
6	06. 도함수의 활용	Page82, Level3, 2번문항
7	06. 도함수의 활용	Page82, Level3, 3번문항
8	06. 도함수의 활용	Page82, Level3, 4번문항

ANALYSIS 02

선별된 문제의 분석

우수한 2020학년도 수능특강 EBS 문항에서
꼭 알고 있어야할 수학적 내용을 정리해보고,
이와 유사한 기출문제가 있을 경우 같이 정리해봅시다.

001

[수능특강 Ch05. Level3 1번]

정의역이 $\{x|x>0\}$ 인 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x>0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 이다.
> (나) $x>0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $3f(x)-xf'(x)=x(4\ln x+1)\times\{f(x)\}^2$ 이다.

함수 $g(x)=\dfrac{x^3}{f(x)}$ 에 대하여 $g'(e^2)$ 의 값은?

① e^7 ② $6e^6$ ③ $3e^7$ ④ $9e^6$ ⑤ $12e^6$

[Comment] '식의 형태에 주목하자.'

조건 (나)와 같이 미분방정식 혹은 함수방정식은 미분법/적분법에서 자주 출제되는 소재이다. 문제에서 구해야 하는 것을 보고, 식을 적절히 변형하면 된다. 주로 양변에 상수, x, x^2, e^x 을 곱하거나 나누는 경우가 많다.

유사기출문항 [2019학년도 수능]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $2\{f(x)\}^2f'(x)=\{f(2x+1)\}^2f'(2x+1)$ 이다.
> (나) $f\left(-\dfrac{1}{8}\right)=1,\ f(6)=2$

① $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{6}$ ② $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{3}$ ③ $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}$ ④ $\dfrac{2\sqrt[3]{3}}{3}$ ⑤ $\dfrac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

유사기출문항 | [2018학년도 10월 교육청]

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \neq 0$인 실수 x에 대하여 $\{f(x)\}^2 f'(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$

(나) $f(0) = 0$

$\{f(1)\}^3$의 값은?

① $2\ln 2$ ② $3\ln 2$ ③ $1+2\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $1+3\ln 2$

유사기출문항 | [2019학년도 4월 교육청]

$\dfrac{3}{5} < x < 4$에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(1)=2$이고 $f'(x)=\dfrac{1-x^2\{f(x)\}^3}{x^3\{f(x)\}^2}$을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 존재하고 미분가능 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $g'(2) = -\dfrac{4}{7}$

ㄴ. $g(x) = \dfrac{1}{3}x^3\{g(x)\}^3 - \dfrac{5}{3}$

ㄷ. $2 < g(1) < \dfrac{5}{2}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

002

[수능특강 Ch05. Level3 4번]

최고차항의 계수가 1 이고 역함수가 존재하는 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=4x^3+12x^2+6x+10$ 이다.
> (나) $f'(0)g'(0)=3$

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 역함수를 각각 $F(x)$, $G(x)$ 라 할 때, $F'(-2)\times G'(-2)$ 의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

[Comment] '다항함수는 차수 결정부터'

미적분 II 에는 초월함수만 나오는 것이 아니다. 다항함수가 출제되는 경우가 종종 있는데, 차수에 따라 함수의 개형이 달라자기 때문에 차수를 결정하는 것이 우선이다. 그리고 일대일대응이어야 역함수가 존재하므로 역함수가 존재하는 다항함수는 극값이 존재하지 않아야 한다.

003

[수능특강 Ch06. 유제 1번]

함수 $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 극값의 개수는 m 이고, 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점의 개수는 n 이다. $m+n$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[Comment] '초월함수의 그래프를 그리는 방법'

초월함수의 그래프를 그릴 때는 함수의 [대칭성], [정의역], [점근선], [도함수], [근]을 고려해야 한다. [대칭성], [정의역], [근]은 함수 식의 형태로 알 수 있고, [점근선]은 함수의 극한을 통해 알 수 있다. 그리고 미분가능한 함수에 대하여 [도함수]를 통해 증가와 감소, 극대와극소, 곡선의 볼록성, 변곡점 등을 알 수 있다. 이를 종합하여 함수의 그래프를 그리는 연습을 해야 한다.

유사기출문항 [2012학년도 4월 교육청]

함수 $f(x)=2\ln(5-x)+\frac{1}{4}x^2$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=4$에서 극댓값을 갖는다.
ㄴ. 곡선 $y=f(x)$의 변곡점의 개수는 2이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)=\frac{1}{4}$의 실근의 개수는 1이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유사기출문항 | [2009학년도 수능]

함수 $f(x)=4\ln x+\ln(10-x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 $13\ln 2$이다.

ㄴ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. 함수 $y=e^{f(x)}$의 그래프는 구간 $(4,\ 8)$에서 위로 볼록하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

004

[수능특강 Ch06. 예제 5번]

정의역이 $\{x|x>0\}$ 인 두 함수 $f(x)=\sin 2x+2x\cos 2x$, $g(x)=kx^2$ 에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4 가 되도록 하는 양수 k 의 값은?

① $\frac{1}{4\pi}$ ② $\frac{1}{2\pi}$ ③ $\frac{1}{\pi}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{4}{\pi}$

[Comment] 도함수를 이용한 방정식의 풀이

(1) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 같다.

(2) 방정식 $f(x)=g(x)$ 의 실근은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프의 교점의 x 좌표와 같다.

(3) 방정식 $f(x)=k$ 의 실근은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=k$ 의 교점의 x 좌표와 같으므로 이와 같은 문제를 풀 때는 먼저 $y=f(x)$ 의 그래프를 그린 후, 직선 $y=k$ 를 움직여본다.

유사기출문항 | [2017학년도 7월 교육청]

닫힌구간 $[0,\ 2\pi]$에서 x에 대한 방정식 $\sin x - x\cos x - k = 0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

유사기출문항 | [2017학년도 4월 교육청]

다음은 모든 실수 x에 대하여 $2x-1 \geq ke^{x^2}$을 성립시키는 실수 k의 최댓값을 구하는 과정이다.

$f(x)=(2x-1)e^{-x^2}$이라 하자. 그러면 $f'(x)=($ (가) $)\times e^{-x^2}$이고, $f'(x)=0$에서 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$이다. 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 조사하면 함수 $f(x)$의 극솟값은 (나) 이다. 또한 $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그리면 함수 $f(x)$의 최솟값은 (나) 이다. 따라서 $2x-1 \geq ke^{x^2}$을 성립시키는 실수 k의 최댓값은 (나) 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $g(x)$, (나)에 알맞은 수를 p라 할 때, $g(2)\times p$의 값은?

① $\frac{10}{e}$ ② $\frac{15}{e}$ ③ $\frac{20}{\sqrt[4]{e}}$ ④ $\frac{25}{\sqrt[4]{e}}$ ⑤ $\frac{30}{\sqrt[4]{e}}$

005

[수능특강 Ch06. Level3 1번]

함수 $f(x)=\dfrac{8}{3(x^2+1)}$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점 중 x 좌표가 양수인 점 A 에서의 접선을 l_1 이라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B 에서의 접선 l_2 와 점 A 를 지나는 직선 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 직선 m 의 기울기는 0 이 아니다.
> (나) 세 직선 l_1, l_2, m 으로 둘러싸인 도형은 정삼각형이다.

세 직선 l_1, l_2, m 으로 둘러싸인 정삼각형의 넓이가 $\dfrac{q}{p}\sqrt{3}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[Comment] '정삼각형의 특징', '변곡점에서 그은 접선'

이 문제에서 조건 (나)를 만족하는 순간은 유일함을 알아야 하고, 정삼각형이 출제되었을 때는 [세 변의 길이가 같음.] [한 내각의 크기가 60°] 등 기하적인 특징이 풀이의 실마리가 된다. 한편, 이 문제는 변곡점에서 그은 접선에 대해 깊게 다루고 있지 않지만, 매우 중요한 내용이므로 꼭 알고 가자. 변곡점은 곡선의 오목과 볼록이 바뀌는 지점이다. 그러므로 변곡점에서 그은 접선은 곡선을 관통하는 접선이다. 그러므로 변곡점은 접선의 개수, 접선과의 교점의 개수 등 접선과 관련한 문제에 꼭 쓰이는 개념이다.

유사기출문항 [2007학년도 수능]

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$를 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 직선 $y=g(x)$가 함수 $f(x)$의 그래프와 점 $\mathrm{B}(b,\ f(b))$에서 접할 때, 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a\neq b$이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $h'(b)=0$
ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$은 3개 이상의 실근을 갖는다.
ㄷ. 점 $(a,\ h(a))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유사기출문항 | [2015학년도 9월 평가원]

3 이상의 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$가 $f(x)=x^n e^{-x}$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f\left(\frac{n}{2}\right)=f'\left(\frac{n}{2}\right)$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=n$에서 극댓값을 갖는다.

ㄷ. 점 $(0,\ 0)$은 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.

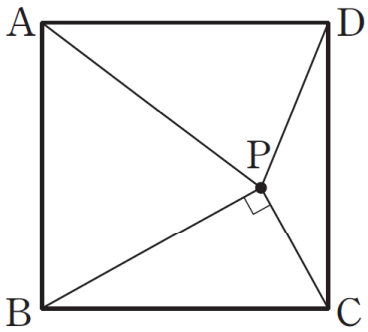
① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

006

[수능특강 Ch06. Level3 2번]

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 내부의 점 P에 대하여 삼각형 PBC가 $\angle \mathrm{BPC}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형일 때, $\frac{\overline{\mathrm{DP}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}$의 최댓값은 $a+b\sqrt{5}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 유리수이다.)



[Comment] '함수의 최댓값과 최솟값에 관한 정리'

[최대 최소 정리] 닫힌 구간 $[a, b]$에서 정의된 함수 $f(x)$가 연속이면, 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다. 이때 연속함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 극값을 가지면, $f(x)$의 최댓값은 극댓값, $f(a), f(b)$ 중에서 가장 큰 값이다.

007

[수능특강 Ch06. Level3 3번]

x에 대한 방정식 $xe^{1-\frac{x}{n}}=k$(n은 자연수)가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수를 $f(n)$이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} f(n)$의 값은?

(단, $\lim_{x\to\infty} xe^{1-\frac{x}{n}}=0$)

① 41 ② 42 ③ 43 ④ 44 ⑤ 45

[Comment] 도함수를 이용한 방정식의 풀이 2

4번 문제와 동일한 유형이다. 방정식 $f(x)=k$의 실근은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점의 x좌표와 같으므로 이와 같은 문제를 풀 때는 먼저 $y=f(x)$의 그래프를 그린 후, 직선 $y=k$를 움직여본다.

유사기출문항 | [2019학년도 7월 교육청]

자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$와 $g(x)$는 $f(x)=x^n-1$, $g(x)=\log_3(x^4+2n)$이다. 함수 $h(x)$가 $h(x)=g(f(x))$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $h'(1)=0$

ㄴ. 열린구간 $(0,\ 1)$에서 함수 $h(x)$는 증가한다.

ㄷ. $x>0$일 때, 방정식 $h(x)=n$의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유사기출문항 | [2015학년도 4월 교육청]

함수 $f(x)=\dfrac{\ln x^2}{x}$의 극댓값을 α라 하자. 함수 $f(x)$와 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)-\dfrac{\alpha}{n}x=0$의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{10}a_n$의 값을 구하시오.

008 |

[수능특강 Ch06. Level3 4번]

함수 $f(x)=12-\dfrac{kx^2}{x^2+2x+3}$ 에 대하여 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 12 가 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합은?

① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

[Comment]

k 값에 따라 함수 $y=|f(x)|$ 의 그래프는 달라진다. 3번 문제에서 학습한 초월함수의 그래프 그리는 법과 6번 문제에서 학습한 최댓값에 관한 정리를 이용하면 쉽게 이해가 될 것이다. k 값에 따라 케이스를 분류한 후, 등호가 되는 순간에 조건을 만족하는지 직접 확인해보는 것이 안전하다.

ANSWER 03

정답

3주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

05. 여러가지 미분법
06. 도함수의 활용

01	④	01 유사기출문제	④ ② ⑤
02	③	02 유사기출문제	X
03	①	03 유사기출문제	③ ③
04	③	04 유사기출문제	⑤ ③
05	31	05 유사기출문제	⑤ ③
06	2	06 유사기출문제	X
07	⑤	07 유사기출문제	③ 34
08	⑤	08 유사기출문제	X

INTRO 01

선별된 문제의 출서

문제 선별의 의의는 가장 우수한 문항이 담고있는
그 문제의 의미와 또 기출과의 연관성을 알아보기 위함입니다.
절대로 이 문제만 풀면 다 끝난다라는 얕은 생각 하시지마시고
꼭 계산 연습용이든, 문제풀이용이든 EBS 전체교재를 살펴보실것을 권합니다.

4주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

07. 여러가지 적분법
08. 정적분의 활용

김성민T 수능특강 미적분2 선별&유사기출 자료 4주차

문제NO	선별 단원	EBS 원제 페이지
1	07. 여러 가지 적분법	Page93, 예제 5번문항
2	07. 여러 가지 적분법	Page96, Level2, 2번문항
3	07. 여러 가지 적분법	Page96, Level2, 3번문항
4	07. 여러 가지 적분법	Page97, Level3, 2번문항
5	07. 여러 가지 적분법	Page97, Level3, 3번문항
6	08. 정적분의 활용	Page110, Level3, 1번문항
7	08. 정적분의 활용	Page110, Level3, 2번문항
8	08. 정적분의 활용	Page110, Level3, 2번문항

UPHIGH
WEEKLY EBS

ANALYSIS 02

선별된 문제의 분석

우수한 2020학년도 수능특강 EBS 문항에서
꼭 알고 있어야할 수학적 내용을 정리해보고,
이와 유사한 기출문제가 있을 경우 같이 정리해봅시다.

001

[수능특강 Ch07. 예제 5번]

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\tan^2\left(\frac{k\pi}{4n}\right)$의 값은?

① $\frac{4}{\pi}-2$ ② $\frac{4}{\pi}-1$ ③ $\frac{4}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}+1$ ⑤ $\frac{4}{\pi}+2$

[Comment] '정적분과 급수와의 관계'

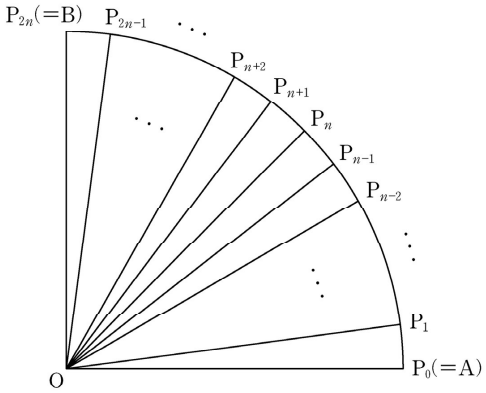
극한 $\lim$와 합의 기호 $\sum$가 같이 나올 때, 정적분의 정의를 이용하여 계산해야 하는 경우가 있다. 이는 미적분 I 적분에서 다루었으며, 반드시 수식이 전개되는 과정을 이해해야 한다. 이때, 출제자는 $\frac{1}{n}$, $\frac{k}{n}$과 같이 식 변형에 필요한 항을 $\frac{k^2}{n^3}=\frac{1}{n}\left(\frac{k}{n}\right)^2$처럼 숨겨 놓기도 한다.

유사기출문항 [2019학년도 3월 교육청]

함수 $f(x)=\ln x$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2}f\left(1+\frac{k}{n}\right)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

유사기출문항 | [2015학년도 9월 평가원]

그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 자연수 n에 대하여 호 AB를 $2n$등분한 각 분점 (양 끝점도 포함)을 차례로, $\mathrm{P}_0(=\mathrm{A})$, P_1, P_2,…, P_{2n-1}, $\mathrm{P}_{2n}(=\mathrm{B})$라 하자.



주어진 자연수 n에 대하여 S_k $(1 \le k \le n)$을 삼각형 $\mathrm{OP}_{n-k}\mathrm{P}_{n+k}$의 넓이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}S_k$의 값은?

① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{13}{12\pi}$ ③ $\frac{7}{6\pi}$ ④ $\frac{5}{4\pi}$ ⑤ $\frac{4}{3\pi}$

002

[수능특강 Ch07. Level2 2번]

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$이다.

(나) $\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x)\,dx=15+16\ln 2$

$\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$의 값은?

① $\frac{15+16\ln 2}{4}$ ② $\frac{15+16\ln 2}{2}$ ③ $15+16\ln 2$

④ $2(15+16\ln 2)$ ⑤ $4(15+16\ln 2)$

[Comment] '식의 형태를 보고, 반응해야 한다.'

조건에서 주어진 관계식 혹은 구하고자 하는 값을 보고, 적당히 식을 변형한 후 적분을 해야 한다. 여러 가지 미분법에서 다룬 미분의 역과정을 생각하면 큰 어려움은 없을 것이다.

유사기출문항 [2018학년도 10월 교육청]

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x\neq 0$인 실수 x에 대하여 $\{f(x)\}^2 f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

(나) $f(0)=0$

$\{f(1)\}^3$의 값은?

① $2\ln 2$ ② $3\ln 2$ ③ $1+2\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $1+3\ln 2$

유사기출문항 | [2019학년도 수능]

$x > 0$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$$2f(x) + \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x)\,dx$ 의 값은?

① $\frac{\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$ ② $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$ ③ $\frac{\ln 2}{3} + 1$

④ $\frac{2\ln 2}{3} + 1$ ⑤ $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{3}{2}$

003

[수능특강 Ch07. Level2 3번]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\sin 2x+\int_0^x xf(t)\,dt=ax+\int_0^x tf(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $a\times f\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

[Comment] '정적분으로 정의된 함수 - 변수 헷갈리지 않기!'

함수 $g(x)=\int_0^x xf(t)\,dt$에서 적분변수는 t이고, 적분의 결과는 x에 관한 함수이다. 적분식에 변수가 두 개 있을 경우, 적분변수가 아닌 것은 적분 기호 앞으로 빼내는 것이 좋다. 예를 들어, $\int_0^x xf(t)\,dt=x\int_0^x f(t)\,dt$이다. 한편, 함수 $g(x)=x\int_0^x f(t)\,dt$의 도함수를 구하려면 우변은 x에 관한 함수가 곱해진 형태이므로 곱미분을 해야 한다.

유사기출문항 [2018학년도 사관학교]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $\int_1^x (x-t)f(t)dt=e^{x-1}+ax^2-3x+1$을 만족시킬 때, $f(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

004

[수능특강 Ch07. Level3 2번]

정의역이 $\{x|x>0\}$인 미분가능한 함수 $f(x)$는 양의 실수 전체의 집합에서 증가한다. 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 모든 양의 실수 x에 대하여 $\int_2^{f(x)} g(t)\,dt = \int_2^x 3\,dt$일 때, $f(4)$의 값은?

① $2+\ln 2$ ② $2+2\ln 2$ ③ $2+3\ln 2$ ④ $2+4\ln 2$ ⑤ $2+5\ln 2$

[Comment] 역함수와 정적분

역함수와 정적분이 섞인 문제는 대칭성과 $g(f(x))=x$을 사용해서 푸는 경우가 많고, 그 의미를 파악하기 위해 그래프를 이용하는 것이 좋다.

유사기출문항 | [2018학년도 3월 교육청]

연속함수 $f(x)$와 그 역함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=1,\ f(3)=3,\ f(7)=7$

(나) $x\neq 3$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)<0$이다.

(다) $\int_1^7 f(x)dx = 27,\ \int_1^3 g(x)dx = 3$

$12\int_3^7 |f(x)-x|\,dx$의 값을 구하시오.

005

[수능특강 Ch07. Level3 3번]

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \le x \le 8$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) > 0, f'(x)f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{(x-1)(x^2-1)}}{2}$ 이다.

(나) $f(3) = 2, f(8) = 3$

$\int_1^3 \frac{f(x)}{f'(f^{-1}(x))} dx$ 의 값은?

① $\frac{2(28-\sqrt{2})}{15}$ ② $\frac{4(28-\sqrt{2})}{15}$ ③ $\frac{2(28-\sqrt{2})}{5}$

④ $\frac{8(28-\sqrt{2})}{15}$ ⑤ $\frac{2(28-\sqrt{2})}{3}$

[Comment] '식 변형은 절대 발상적이지 않다.'

조건에서 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$, 역함수 $f^{-1}(x)$의 곱이 주어져있고, 구하고자 하는 값에 피적분함수를 들여다보면 $f'(f^{-1}(x))$가 있다. 이때, 우리는 학습한 내용을 바탕으로 필연적으로 $f(f^{-1}(x)) = x$ 식을 써서 식을 변형해야겠다는 생각을 해야 한다.

유사기출문항 [2018학년도 10월 교육청]

미분가능한 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $g(x)$는 $f(x)$의 역함수이다. $f(1) = 3$, $g(1) = 3$일 때, $\int_1^3 \left\{ \frac{f(x)}{f'(g(x))} + \frac{g(x)}{g'(f(x))} \right\} dx$의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

유사기출문항 | [2019학년도 3월 교육청]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=1$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g'(f(x))=\dfrac{1}{x^2+1}$이다.

이 때, $f(3)$의 값은?

① e^3 ② e^6 ③ e^9 ④ e^{12} ⑤ e^{15}

006

[수능특강 Ch08. Level3 1번]

양의 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \geq 1$ 일 때, $f(x) = \dfrac{x}{e^{x-1}}$

(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = f(2)$, $x = 2$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $2\left(1-\dfrac{2}{e}\right)$ ② $3\left(1-\dfrac{2}{e}\right)$ ③ $4\left(1-\dfrac{2}{e}\right)$

④ $5\left(1-\dfrac{2}{e}\right)$ ⑤ $6\left(1-\dfrac{2}{e}\right)$

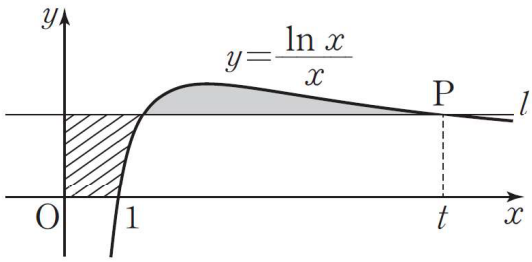
[Comment] '제발... 그래프 그립시다.'

조건을 만족하도록 초월함수를 그려보자. (이 과정이 힘들다면 역함수와 초월함수의 그래프 단원이 약한 겁니다!) 그래프를 그린 후, 구하고자 하는 값을 살펴보자. 영역의 넓이를 적분 한 번으로 구할 수 없기 때문에 우리는 영역을 나누어 적절히 적분을 이용해야 한다.

007

[수능특강 Ch08. Level3 2번]

그림과 같이 곡선 $y=\frac{\ln x}{x}$ 위의 제1 사분면에 있는 점 $\mathrm{P}\left(\mathrm{t}, \frac{\ln t}{\mathrm{t}}\right)$를 지나고 x 축에 평행한 직선을 l 이라 하자. 곡선 $y=\frac{\ln x}{x}$ 와 x 축, y 축 및 직선 l 로 둘러싸인 빗금친 부분의 넓이와 곡선 $y=\frac{\ln x}{x}$ 와 직선 l 로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이가 서로 같을 때, 상수 t 의 값은? (단, $t>e$)



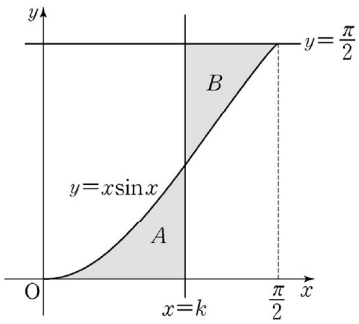
① $\frac{e^2}{2}$ ② e^2 ③ $\frac{3e^2}{2}$ ④ $2e^2$ ⑤ $\frac{5e^2}{2}$

[Comment] 그냥 계산해도 되지만...

넓이가 같음을 적분 식으로 표현해보면 $\int_0^{\frac{\ln t}{t}} x\,dy=\int_\alpha^t\left(\frac{\ln x}{x}-\frac{\ln t}{t}\right)dx$ 이다. (단, α 는 $y=\frac{\ln x}{x}$ 과 직선 l 이 만나는 점 중 P 가 아닌 점의 x 좌표이다.) 이 식을 푸는 과정은 매우 복잡할 것이고, 계산이 안되는 경우도 있을 것이다. 그러므로 우리는 넓이가 같음을 새롭게 해석해야 한다. 이때, 두 영역을 포함할 수 있는 새로운 도형을 설정하는데, 이는 다각형 혹은 적분으로 넓이를 구할 수 있는 도형이어야 한다. 가령, 이 문제에서는 x 축, y 축, 직선 $x=t$, 직선 l 로 둘러싸인 다각형(직사각형)의 넓이와 적분 $\int_1^t \frac{\ln x}{x}\,dx$ 의 값이 같음을 이용한다.

유사기출문항 | [2012학년도 9월 평가원]

다음 그림과 같이 곡선 $y=x\sin x$ $(0 \le x \le \frac{\pi}{2})$에 대하여 이 곡선과 x축, 직선 $x=k$로 둘러싸인 영역을 A, 이 곡선과 직선 $x=k$, 직선 $y=\frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 영역을 B라 하자.



A의 넓이와 B의 넓이가 같을 때, 상수 k의 값은? (단, $0 \le k \le \frac{\pi}{2}$)

① $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}$ ④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{\pi}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{\pi}$

유사기출문항 | [2013학년도 4월 교육청]

함수 $f(x)=e^x-1$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $\int_0^1 f(x)dx=e-2$

ㄴ. $x>0$에서 $f(x)>x$이다.

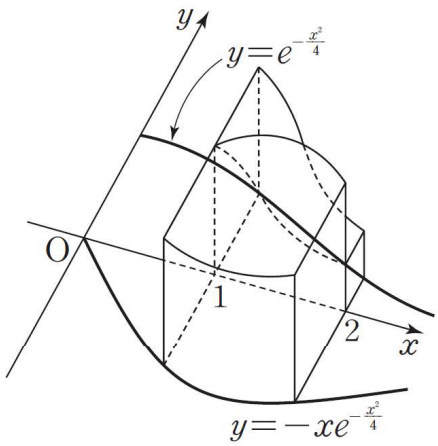
ㄷ. $\frac{5(e^5-1)}{2}<\int_0^{e^5-1} f^{-1}(x)\,dx<\frac{(e^5-1)^2}{2}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

008

[수능특강 Ch08. Level3 3번]

그림과 같이 곡선 $y=e^{-\frac{x^2}{4}}$과 x축 및 두 직선 $x=1, x=2$로 둘러싸인 도형이 밑면이고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피를 V_1이라 하고, 곡선 $y=-xe^{-\frac{x^2}{4}}$과 x축 및 두 직선 $x=1, x=2$로 둘러싸인 도형이 밑면이고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피를 V_2이라 하자. V_2-V_1의 값은?



① $e^{-\frac{1}{2}}-2e^{-2}$ ② $e^{-\frac{1}{2}}-e^{-2}$ ③ $e^{-\frac{1}{2}}$

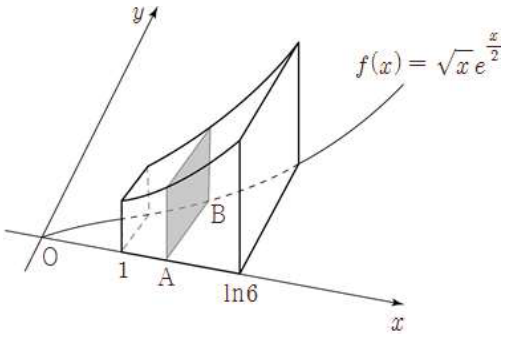
④ $e^{-\frac{1}{2}}+e^{-2}$ ⑤ $e^{-\frac{1}{2}}+2e^{-2}$

[Comment] 입체도형의 부피

교육청 모의고사에 가끔 나오는 유형 중 하나로 풀이가 일정한 틀이 있다. 그렇기 때문에 적분 계산 이외에는 큰 의미가 없는 문항이지만, 시험에 출제된다면 4점 문제이기 때문에 연습하도록 하자.

유사기출문항 | [2017학년도 7월 교육청]

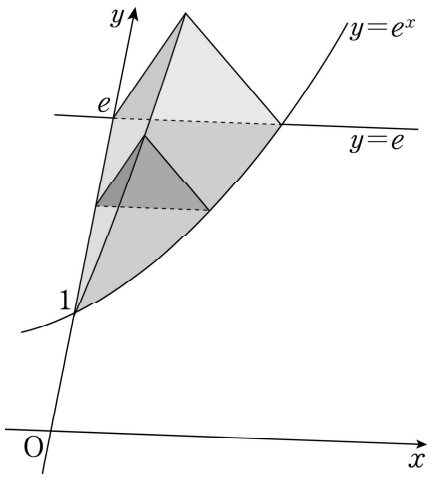
다음 그림과 같이 함수 $f(x)=\sqrt{x}e^{\frac{x}{2}}$에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x,\ 0)$, $\mathrm{B}(x,\ f(x))$를 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 x축에 수직인 평면 위에 그린다.



점 A의 x좌표가 $x=1$에서 $x=\ln 6$까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는 $-a+b\ln 6$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 자연수이다.)

유사기출문항 | [2018학년도 3월 교육청]

곡선 $y=e^x$과 y축 및 직선 $y=e$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다.



이 입체도형을 y축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는?

① $\frac{\sqrt{3}(e+1)}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}(e-1)}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}(e-1)}{4}$

④ $\frac{\sqrt{3}(e-2)}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}(e-2)}{4}$

ANSWER 03

정답

4주차 진도 2020학년도 수능특강 미적분2

07. 여러가지 적분법
08. 정적분의 활용

01	②	01 유사기출문제	5 ①
02	③	02 유사기출문제	② ②
03	8	03 유사기출문제	⑤
04	③	04 유사기출문제	24
05	④	05 유사기출문제	① ④
06	④	06 유사기출문제	X
07	②	07 유사기출문제	③ ⑤
08	①	08 유사기출문제	12 ⑤