

제 2 교시

2019 예감 × Det 3월 모의고사

# 수학 영역 (가형)

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
  - 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
  - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 3월 모의고사 화이팅**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
  - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
  - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
  - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③ 1    ④  $\frac{4}{3}$     ⑤  $\frac{5}{3}$

2.  ${}_8C_2$ 의 값은? [2점]

- ① 28    ② 35    ③ 42    ④ 48    ⑤ 56

3. 함수  $f(x) = 2x \ln x$ 에 대하여  $f'(e)$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

4.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$ 의 값은? [3점]

- ① -1    ②  $-\frac{1}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{2}$     ⑤ 1

# 2

## 수학 영역(가형)

5.  $2\log_2 x = \log_2(2x+3)$ 를 만족하는 정수  $x$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 함수  $f(x) = \frac{ax}{2x+1}$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 1$ 일 때,  
 $f(2)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 10      ② 15      ③ 20      ④ 25      ⑤ 30

7. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 일렬로 나열하여 여섯 자리의  
자연수를 만들 때, 1과 2가 이웃하는 5의 배수의 개수는? [3점]

- ① 48      ② 60      ③ 72      ④ 84      ⑤ 96

8. 함수  $f(x) = \log_a x$  ( $a > 1$ )의 그래프 위의 두 점  $A(1, 0)$ ,  $B$ 와  $y$ 축 위의 점  $C$ 에 대하여 사각형  $ABDC$ 가 정사각형이 되도록 하는 점  $D$ 의  $x$ 좌표는 3이다.  $f(16)$ 의 값은? [3점]

- ① 16      ② 8      ③ 4      ④ 2      ⑤ 1

9. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = e^{2x-1} + ax^2$$

을 만족시킬 때,  $a + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $1-2e$     ②  $2-2e$     ③  $3-2e$     ④  $4-2e$     ⑤  $5-2e$

10. 함수  $y = 2\cos 3x$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 점을 각각

$A(a, 0)$ ,  $B(b, 0)$  ( $0 < a < \frac{\pi}{2} < b < \pi$ )라 하자. 함수

$y = 2\cos 3x$ 의 그래프 위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $ABP$ 의 넓이의 최댓값은? [3점]

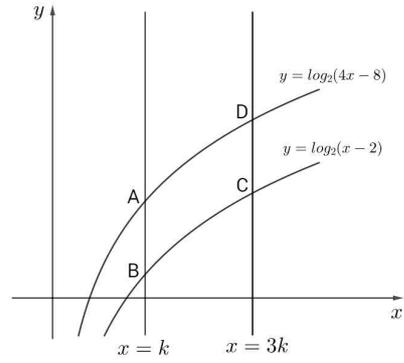
- ①  $\frac{1}{3}\pi$     ②  $\frac{5}{12}\pi$     ③  $\frac{1}{2}\pi$     ④  $\frac{7}{12}\pi$     ⑤  $\frac{2}{3}\pi$

11. 연속함수  $f(x)$ 가  $\int_1^8 \frac{f(x)}{x} dx = 9$ 를 만족시킬 때,

$\int_1^2 \frac{f(x^3)}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

12. 실수  $k$  ( $k > 2$ )에 대하여 그림과 같이 직선  $x = k$ 가 두 곡선  $y = \log_2(x-2)$ ,  $y = \log_2(4x-8)$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 직선  $x = 3k$ 가 두 곡선  $y = \log_2(x-2)$ ,  $y = \log_2(4x-8)$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ACDB의 넓이가 20일 때,  $k$ 의 값은? [3점]



- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

13. 원점에서 곡선  $y=e^{2x^2+a}$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱이  $-4$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $-2$     ②  $-1$     ③  $-\frac{1}{2}$     ④  $-\frac{1}{4}$     ⑤  $-\frac{1}{8}$

14. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 5개의 정수  $a, b, c, d, e$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수는? [4점]

(가)  $a, b, c$ 는 0 또는 1이다.  
 (나)  $a+b+c+d+e=7$

- ① 44    ② 48    ③ 52    ④ 56    ⑤ 60

## 6

## 수학 영역(가형)

15. 자연수  $n$ 에 대하여  $0 < x < \pi$ 에서 방정식

$$|\cos(nx)| = \frac{1}{2}$$

의 실근의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{19} \frac{4}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{16}{17}$     ②  $\frac{17}{18}$     ③  $\frac{18}{19}$     ④  $\frac{19}{20}$     ⑤  $\frac{20}{21}$

16. 두 함수  $f(x) = x(x-3)^2$ ,  $g(x) = e^{-(2x-k)^2}$ 에 대하여

함수  $g(f(x))$ 가 닫힌 구간  $[2, 4]$ 에서 최댓값 1을 갖도록 하는 모든 정수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

17. 양수  $m$  과 자연수  $n$  에 대하여 함수

$$f(x) = 6x - n \ln(x^2 + m)$$

의 역함수가 존재하고, 점  $(2, f(2))$ 에서 변곡점을 갖도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 78      ② 91      ③ 105      ④ 120      ⑤ 136

18. 서로 다른 종류의 사탕 3개와 같은 종류의 검은 색 구슬 3개, 같은 종류의 빨간 색 구슬 2개, 파란 색 구슬 1개가 있다. 3명의 학생에게 사탕과 구슬을 각각 하나씩 나누어주는 경우의 수는? [4점]

- ① 108      ② 114      ③ 120      ④ 126      ⑤ 132

19. 상수  $k$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \sqrt{e^{2x}(x^2 + ax + b)}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(k^2)$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수  $f(x)$ 는  $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.  
 (나) 방정식  $f(x)-e=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ①  $2e^2$     ②  $e^3$     ③  $2e^3$     ④  $e^4$     ⑤  $2e^4$

20. 함수  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(g(x)) = x$ 이다. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} g(x) + a & (x \geq b) \\ g(x) - a & (x < b) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. 모든 양수  $x$ 에 대하여  $g(b+x) + g(b-x) = 0$   
 ㄴ.  $x < -\sqrt{3}$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $h(f(x)) = x + \sqrt{3}$   
 ㄷ.  $\int_{-1}^{19} h(x) dx < \frac{37}{4}$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수  $f(x) = xe^{2x^2+kx}$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 최댓값은? (단,  $k$ 는 실수이다.) [4점]

서로 다른 임의의 네 실수  $a, b, c, d$ 에 대하여  
 $(a-b)\int_c^d f(t)dt = (c-d)\int_a^b f(t)dt$ 이면  
 $(a-c)\int_b^d f(t)dt \neq (b-d)\int_a^c f(t)dt$ 이다.

- ①  $e^2$     ②  $e^3$     ③  $e^4$     ④  $e^5$     ⑤  $e^6$

단답형

22. 부등식  $2^{x+1} \leq 32$ 를 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 합을 구하시오. [3점]

23.  $\sin\theta = \frac{1}{4}$ 일 때,  $\csc^2\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

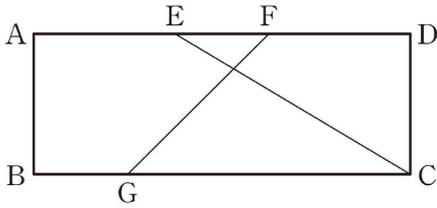
24. 좌표평면 위의 곡선  $y = \sqrt{x} - 3$  과  $x$  축 및  $y$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

26. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 가

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 10$$

를 만족시킬 때, 함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 그림과 같이  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{AD} = 8$ 인 직사각형 ABCD에 대하여 선분 AD를 3:5로 내분하는 점과 5:3으로 내분하는 점을 각각 E, F라 하고, 선분 BC를 1:3으로 내분하는 점을 G라 하자. 직선 EC와 직선 FG가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]



27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을

만족시킬 때,  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin x dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) + f(-x) = 0$ 이다.

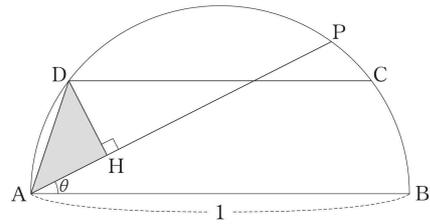
(나)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f'(x) (2 \cos x - x) dx = 20$

28. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원

위의 점 P에 대하여  $\angle PAB = \theta$ 이다. 호 BP의 삼등분점 중 점 P에 가까운 점을 C, 점 C를 지나고 직선 AB와 평행한 직선이 호 AP와 만나는 점을 D라 하자. 점 D에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 ADH의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때,  $54a$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



29. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로  $a, b, c$  라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $a \times b$ 는 6의 배수가 아니다.  
 (나)  $a \times b \times c$ 는 6의 배수이다.

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 에 대하여 함수  $f(x) = g(x^3 - 12x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$f(\alpha) = g(\beta)$ 인 실수  $\alpha$ 의 개수가 3이도록 하는 실수  $\beta$ 의 값은  $-11$ 이 유일하다.

달린 구간  $[-2, 2]$ 에서 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 최고차항의 계수가 1인 사차함수의 그래프의 일부이다.  $|f'(2\sqrt{3})|$ 의 값을 구하시오. (단,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = f(4)$ ) [4점]



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.