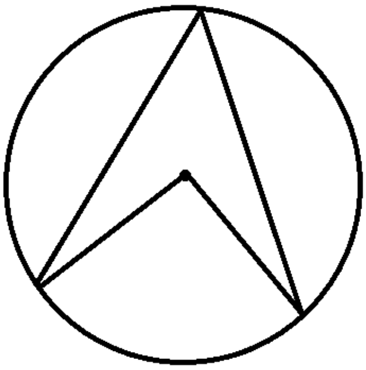
*원의 성질 << 원의 중심이 중요하다!

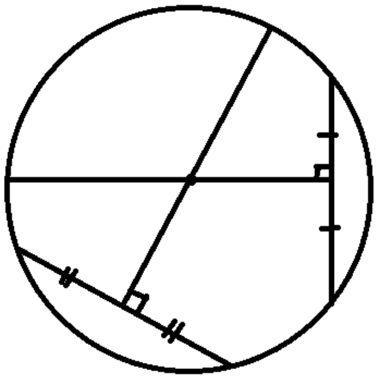
why? 원의 정의: ‘한 정점’을 기준으로 같은 거리 떨어진 점들의 집합

따라서 해결책: 원의 중심과 원위의 점을 긋는 보조선을 그어야 한다.

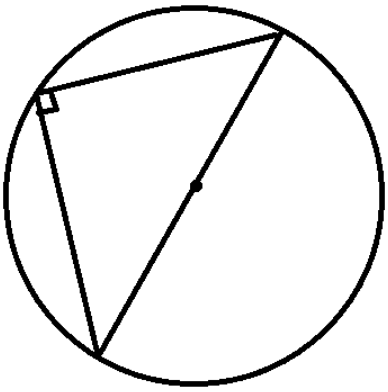
1. 원주각: 왜 두배 차이나는지 증명

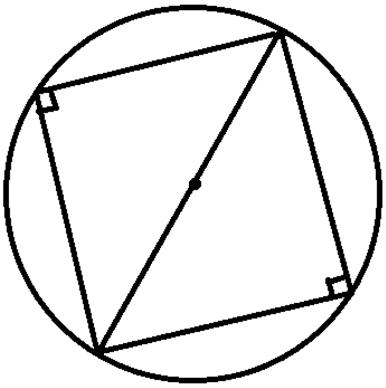


2. 현의 수직이등분선의 교점이 왜 원의중심?



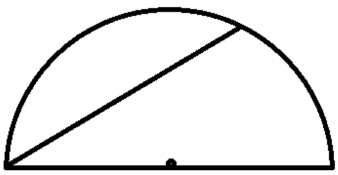
3. 중심에 대한 원주각= 90도 <<직각삼각형/직각사각형을 볼 수 있다.

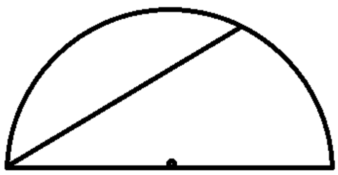


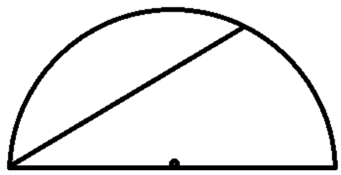


4. 반원에서도 마찬가지!! 1. 중심에서 원위의 점까지 선분을 그리거나 2. 지름의 끝점에서 원위의 점까지 선분을 그리거나 3. 원의 중심에서 현의 중점까지 선분을 그린다.

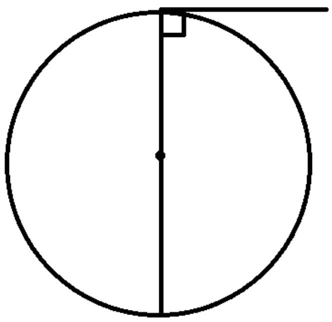
(닮음도 생각해보자) - 보조선 3가지



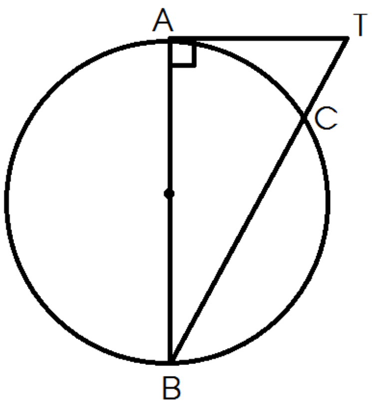




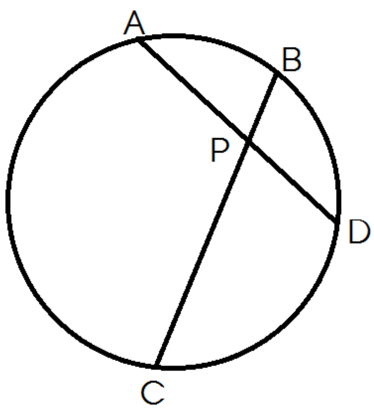
5. 원위의 점(접점)에서 그은 접선과 원의 중심과 접점을 이은 선분은 수직이다.



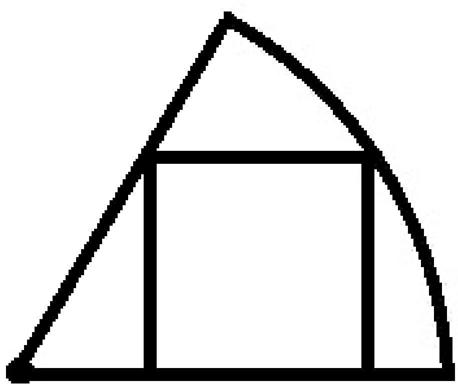
6. $\overline{AT}^2 = \overline{TC} \times \overline{TB}$



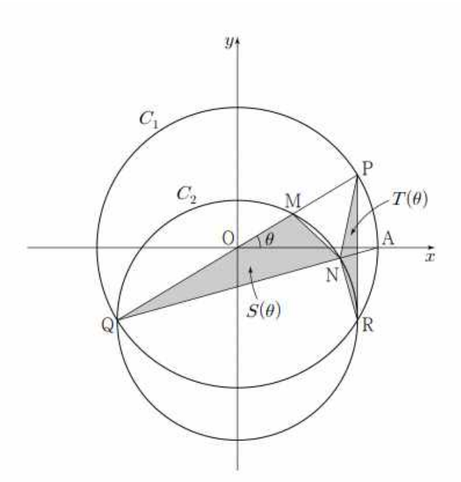
7. $\overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PB} \times \overline{PC}$



8. 호에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이는 어떻게 구할까?? (반지름 r이고 호의 중심각을 θ라 하자)

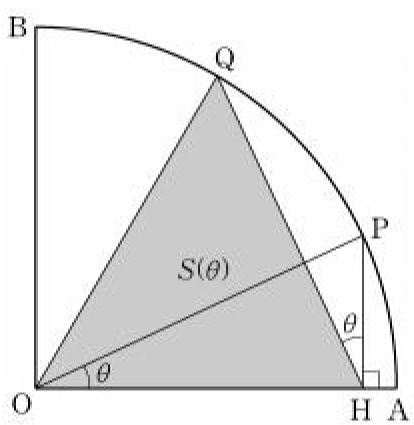


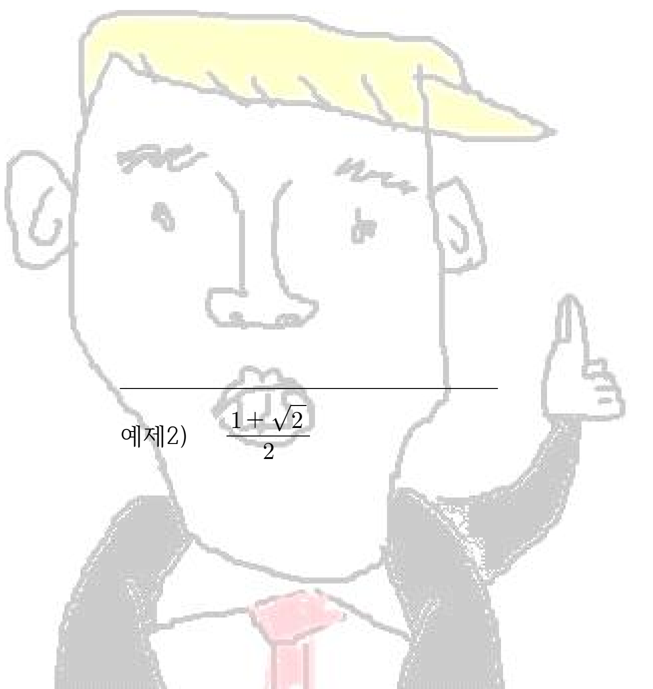
예제1. 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 $O(0,0)$이고 점 $A(1,0)$을 지나는 원 C_1 위의 제 1사분면 위의 점을 P라 하자. 점 P를 원점에 대하여 대칭이동 시킨 점을 Q, x축에 대하여 대칭이동시킨 점을 R라 하자. 선분 QR를 지름으로 하는 원 C_2와 두 선분 PQ, AQ와의 ㄱ점을 각각 M, N이라 하자. $\angle POA = \theta$라 할 때, 두 삼각형 MQN, PNR의 넓이를 각각 $S(\theta), T(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\theta^2 \times S(\theta)}{T(\theta)}$의 값은?[2018.7][1)]



예제1) 2

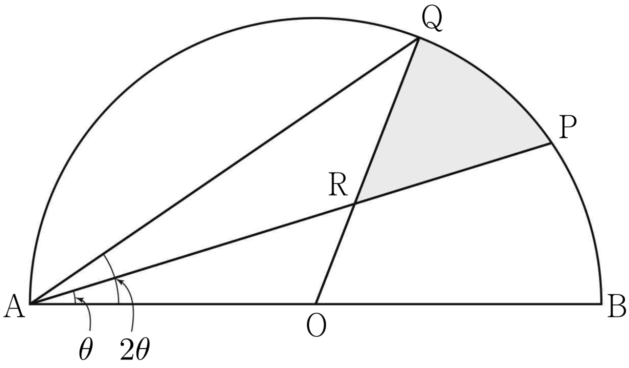
예제2. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP위에 점 Q를 $\angle POH = \angle PHQ$가 되도록 잡는다. $\angle POH = \theta$일 때, 삼각형 OHQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)[2018.6][2)]





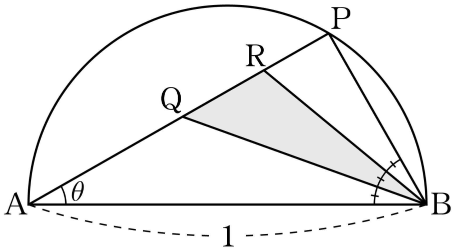
예제2) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

예제3. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle \mathrm{PAB}=\theta$, $\angle \mathrm{QAB}=2\theta$가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OQ와 선분 AP가 만나는 점을 R라 하자. 호 PQ와 두 선분 QR, RP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은?[2018.4][3] (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$)



예제3) $\frac{8}{3}$

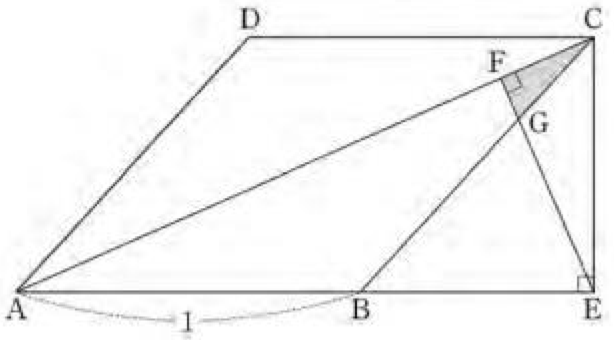
예제4. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 ∠ABP를 삼등분하는 두 직선이 선분 AP와 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. $\angle \mathrm{PAB} = \theta$일 때, 삼각형 BRQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$의 값은? [2018.3] (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)4)



예제4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

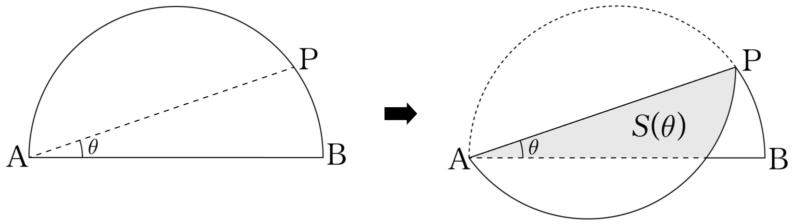
예제5. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 $ABCD$가 있다 점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와 선분 BC의 교점을 G라 하자. $\angle DAB=\theta$ 일 때, 삼각형 CFG의 넓이를 $S(\theta)$라 하자.

$\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$의 값은? [2018학년도 수능](단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$)[5]- 원은 아니지만 극한이라 넣음



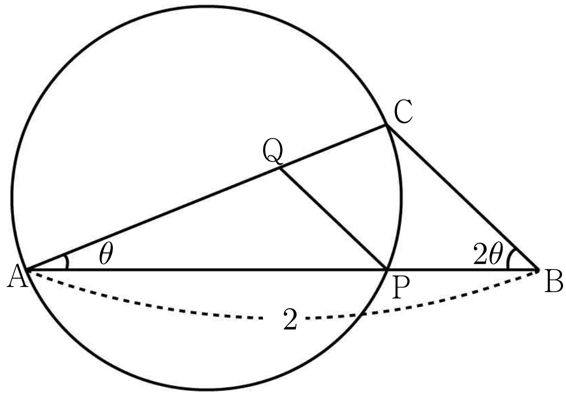
예제5) $\frac{1}{16}$

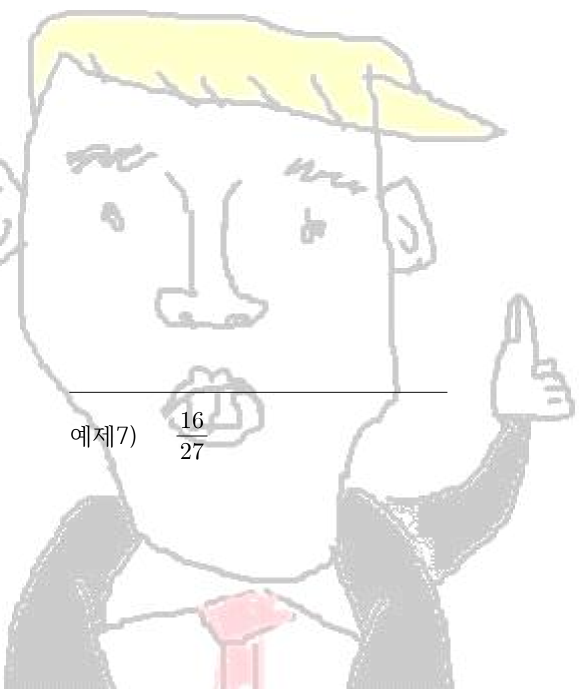
예제6. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 모양의 색종이가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 두 점 A, P를 연결하는 선을 접는 선으로 하여 색종이를 접는다. $\angle \mathrm{PAB} = \theta$일 때, 포개어지는 부분의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\theta = \alpha$에서 $S(\theta)$가 최댓값을 갖는다고 할 때, $\cos 2\alpha$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)[2017.10][6)]



예제6) $\cos 2\alpha = \frac{1+\sqrt{17}}{8}$

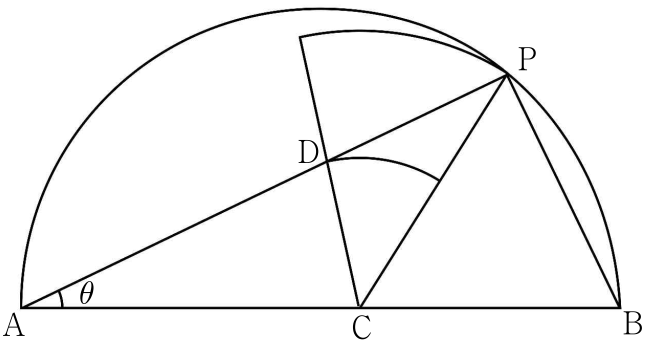
예제7. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=2$이고 $\angle \mathrm{ABC}=2\angle \mathrm{BAC}$를 만족하는 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC를 지름으로 하는 원과 직선 AB가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 P, 점 P를 지나고 선분 BC에 평행한 직선이 선분 AC와 만나는 점을 Q라 하자. $\angle \mathrm{BAC}=\theta$라 할 때, 삼각형 APQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta \to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [2017. 7][7)]





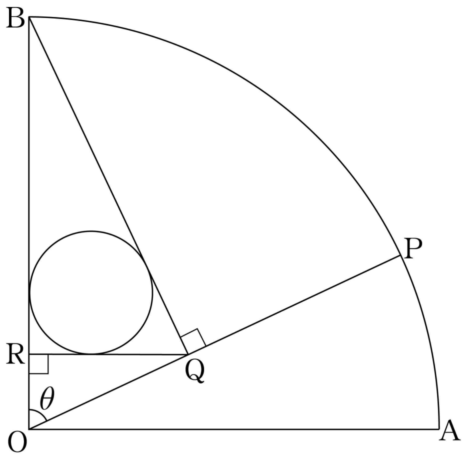
예제7) $\frac{16}{27}$

예제8. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다.호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BC}}$가 되도록 선분 AB 위의 점 C를 잡고, $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}$가 되도록 선분 AP 위의 점 D를 잡는다. $\angle \mathrm{PAB}=\theta$에 대하여 선분 CD를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle \mathrm{PCD}$인 부채꼴의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 CP를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle \mathrm{PCD}$인 부채꼴의 넓이를 $T(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{T(\theta)-S(\theta)}{\theta^2}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이고 $\angle \mathrm{PCD}$는 예각이다.) [2017.4][8]



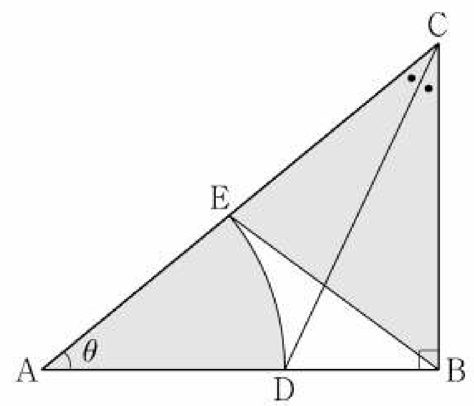
예제8) $\frac{\pi}{8}$

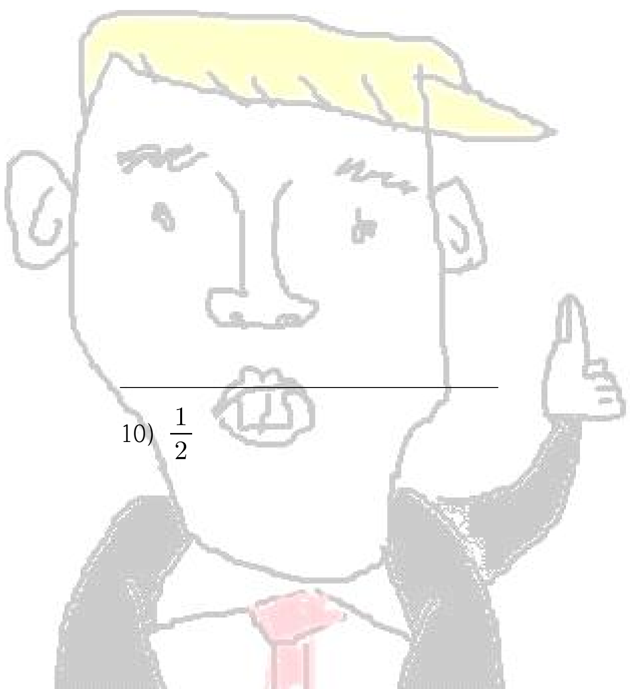
예제9. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 B에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 R라 하자. $\angle BOP = \theta$일 때, 삼각형 RQB에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [2017.3][9)]



예제9) $\frac{1}{2}$

예제10. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\angle B=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle C$를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{AD}$인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자. $\angle A=\theta$일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE의 넓이를 $T(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{(S(\theta))^2}{T(\theta)}$의 값은?[10]





10) $\frac{1}{2}$