

5지선다형

1. $\log_4 \frac{8}{9} + \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여, 행렬 A^2 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

3. 함수 $f(x)$ 가 $\int_a^x f(t)dt = \ln(x+a)$ 를 만족시킬 때, $f'(0)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [2점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고,

$P(A^c) = \frac{2}{5}$, $P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{5}$ 일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환 f 에 의하여 좌표평면 위의 직선 $y=2x+1$ 가 직선 $ax+by+1=0$ 으로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

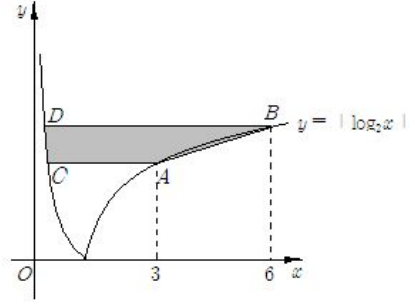
6. 진공에서 운동하는 입자의 질량 m , 경과시간 t 와 파장 λ 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{2} m^{-\frac{1}{2}} t^{\frac{3}{8}}$$

질량이 각각 12, $3\sqrt{2}$ 인 두 입자 A, B에 대하여, 경과시간이 0.15일 때, 입자 A의 파장을 λ_A , 경과시간이 1.2일 때, 입자 B의 파장을 λ_B 라 하자. $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ 의 값은? [3점]

- ① $2^{-\frac{9}{8}}$ ② $2^{-\frac{3}{2}}$ ③ $2^{-\frac{15}{8}}$ ④ $2^{-\frac{9}{4}}$ ⑤ $2^{-\frac{21}{8}}$

7. 좌표평면에서 곡선 $y = |\log_2 x|$ 가 두 직선 $x=3, x=6$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 이 두 점을 각각 지나면서 x 축에 평행한 직선이 이 곡선과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 $ABDC$ 의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ $\frac{13}{4}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{17}{4}$

8. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} = 2, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} = -1$$

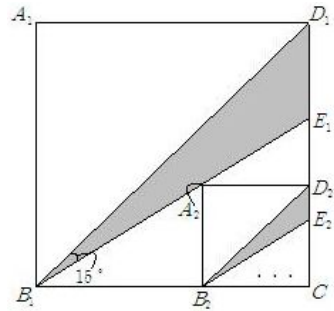
을 만족시킬 때, 함수 $y = f(x)g(x)$ 의 $x = 0$ 에서의 미분계수는?
[3점]

- ① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 1

9. 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1CD_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분 CD_1 위에 $\angle D_1B_1E_1 = 15^\circ$ 가 되도록 한 점 E_1 을 정한다. 삼각형 $B_1D_1E_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

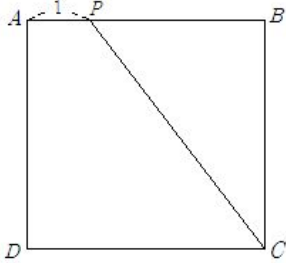
정사각형 $A_2B_2CD_2$ 의 네 꼭짓점이 그림과 같이 삼각형 B_1CE_1 의 각 변에 포함되도록 세 점 A_2, B_2, D_2 를 정한다. 선분 CD_2 위에 $\angle D_2B_2E_2 = 15^\circ$ 가 되도록 한 점 E_2 을 정한다. 삼각형 $B_2D_2E_2$ 의 넓이를 S_2 이라 하자. 이와 같은 과정을

계속하여 얻은 S_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}$
 ④ $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

10. 그림과 같이 한 변의 길이가 $x(x > 1)$ 인 정사각형 $ABCD$ 의 한 선분 AB 위에 $\overline{AP} = 1$ 이 되도록 점 P 를 잡는다. 사각형 $APCD$ 의 둘레와 삼각형 BPC 의 둘레의 곱이 143일 때, x 는? [3점]



- ① $\frac{20-4\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{15-2\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{12-3\sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{23-9\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{16-3\sqrt{2}}{3}$

[11~12] 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고 기댓값이 1인 확률변수를 X_n 이라 하자. 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.

11. $P(\frac{X_n}{n} \geq \frac{5}{9}) = 0.84$ 를 만족시키는 n 의 값은?
 (단, $P(0 \leq z \leq \frac{\sqrt{5}}{5}) = 0.16$, $P(0 \leq z \leq 1.6) = \frac{4}{9}$) [3점]

- ① 81 ② 96 ③ 117 ④ 144 ⑤ 216

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\frac{X_n}{n} = p)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ④ $\frac{e^2}{8}$ ⑤ 1

13. 좌표평면 위에 원점을 중심으로 하는 타원이 있다. 이 타원 위의 한 점 $(2, -2)$ 에서 x 축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기가 30° 인 직선이 접한다. 타원의 두 초점 사이의 거리를 l 이라 할 때, l^2 의 값은? [3점]

- ① $10\sqrt{2}$ ② $\frac{32}{3}\sqrt{3}$ ③ $\frac{48}{5}$
 ④ $\frac{15}{2}\sqrt{6}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

14. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 3 + (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ 일 때, 좌표평면 위의 점 P_n 을 $P_n(a_n \cos \frac{n\pi}{3}, a_n \sin \frac{n\pi}{3})$ 라 하자. 자연수 k 에 대하여 원점을 중심으로 회전하는 회전변환과 닮음의 중심이 원점인 닮음변환의 합성변환 $f_k: P_k \rightarrow P_{k+1}$ 를 나타내는 행렬을 A_k 라 하자. 행렬 $\sum_{k=1}^{50} A_k$ 의 모든 성분들의 합은? [4점]

- ① 21 ② 33 ③ 45 ④ 57 ⑤ 69

15. 두 이차정사각 행렬 A, B 가

$$A^{-1} + B^3 = 4E, \quad AB = 2E - A$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ $AB^3 = B^3A$
 ㄴ $AB^2 + 2E = A + 2B$
 ㄷ $2B^3 + B = 7E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 두 자연수 n, k 에 대하여, 세 점

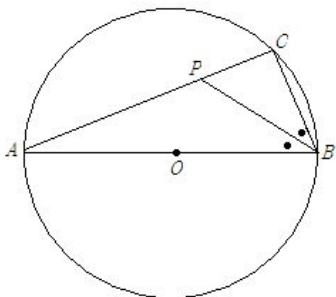
$$A_k(\sqrt{\frac{k}{n}}, 0), B_k(\sqrt{\frac{k+1}{n}}, 0), C_k(\sqrt{\frac{k+1}{n}}, \frac{k}{n})$$

을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 S_k 라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{4n-1} S_k$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

17. 그림과 같이 점 O 를 중심으로 하고, 선분 AB 를 지름으로 하는 원에 내접하는 삼각형 ABC 가 있다. 점 P 는 다음 조건들을 만족시키면서 삼각형 ABC 의 변 AC 위에 놓여있다.



- (가) $\angle PBA = \angle PBC$
 (나) 세 선분 CP, BC, AP 의 길이가 순서대로 등비수열을 이룬다.

두 삼각형 ABC, BPC 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은? [4점]

- ① $1 + \sqrt{2}$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ $1 + \sqrt{5}$
 ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $2 + \sqrt{3}$

18. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 있다.

모든 실수 x 에 대하여 $f(\frac{\pi}{4}-x) = f(\frac{\pi}{4}+x)$ 이고, 두 정적분

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin x dx, \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\sin x dx$$

의 값이 모두 a ($a \neq 0$)일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ $f(\frac{\pi}{2}-x) = f(x)$

ㄴ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\cos x dx = a$

ㄷ $f(0) = 2a$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 3$ 이고, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 에 대하여,

$(n-2)(S_{n-1}-1) + na_n = 0$ ($n \geq 2$)을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식을 전개하면,

$$nS_{n-1} - 2S_{n-1} - n + 2 + na_n = 0$$

이다. $a_n = S_n - S_{n-1}$ 을 대입하여 정리하면,

$$S_n - 1 = \boxed{\text{(가)}} \cdot (S_{n-1} - 1)$$

$b_n = S_n - 1$ 이라 하고 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면,

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \cdot 2^n$$

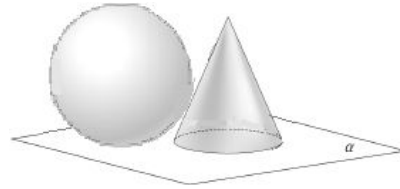
따라서 $a_n = b_n \cdot \boxed{\text{(다)}}$ ($n \geq 2$)

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$,

(다)에 알맞은 식을 $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(10)}{g(5)h(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

20. 그림과 같이 평면 α 위에 놓여있는 구와 밑면의 반지름의 길이가 5이고 높이가 12인 원뿔이 한 점 P 에서 접한다. 점 P 로부터 평면 α 까지 거리가 4일 때, 원뿔의 꼭짓점에서 구에 이르는 거리의 최솟값은? [4점]



- ① $\frac{25}{7}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{24}{5}$

21. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여, 함수 $g(x) = \int_x^{x^2} f(t)dt$ 가 다음

조건들을 만족시킬 때, $\frac{f(12)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

(가) $g'(0) \leq 0$

(나) 구간 $(0, \infty)$ 에서 $g(x) \geq 0$

- ① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

단답형

22. 방정식 $x^2 + y + z + w = 8$ 을 만족시키는 음이 아닌 네 정수 x, y, z, w 에 대하여 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오.

[3점]

23. 좌표평면에서 곡선 $y^2 + xy + e^x = 10$ 위의 점 $(0, 3)$ 에서의 접선과 직선 $y = x$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

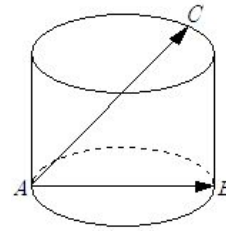
24. 곡선 $y=(x-1)^{\frac{1}{4}}$ 과 두 직선 x 축, $x=5$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피를 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 두 자연수이다.) [3점]

25. 좌표공간에서 평면 $2x-2y+z=1$ 위에 넓이가 6인 직각삼각형 S 가 있다. S 의 xy 평면 위로의 정사영이 직각이등변삼각형일 때, S 의 빗변이 xy 평면과 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $100\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. (단, S 는 xy 평면과 만나지 않는다.) [3점]

26. 원기둥의 한 밑면 위의 두 점 A, B 와 다른 밑면 위의 점 C 에 대하여, 두 벡터 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 가 다음 조건들을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8\sqrt{3}$
- (나) 두 벡터 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 가 이루는 예각의 크기는 30° 이다.

\overrightarrow{AB} 가 밑면의 지름일 때, 원기둥의 부피는 $(a+b\sqrt{3})\pi$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



27. 두 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 세 집합 A, B, C 가 다음과 같다.

$$A = \{x \mid \frac{1}{x-2a} + \frac{1}{x-2b} \leq 0\}$$

$$B = \{x \mid \frac{1}{x-2a-2b} - \frac{1}{x} \leq 0\}$$

$$C = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$$

$n(A \cap C) = 10$ 일 때, $n(B \cap C)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표공간 위의 두 점 $A(1, 2, 0), B(3, -2, 4)$ 를 지나고 중심이 P 인 구 C 가 있다. $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PQ}$ 를 만족시키는 점 Q 와 원점 O 에 대하여 선분 OQ 의 길이가 최소가 되도록 하는 구 C 의 반지름을 r 이라 하자. r^2 의 값을 구하시오. [4점]

29. 쌍곡선 $\frac{x^2}{p^2} - \frac{y^2}{3p^2} = 1$ ($p > 0$)의 한 초점을 $F(-2p, 0)$, 포물선 $y^2 = 8px$ 와 쌍곡선 $\frac{x^2}{p^2} - \frac{y^2}{3p^2} = 1$ 가 제 1사분면에서 만나는 점을 A 라 하자. $|\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OA}| = 1$ 일 때, 선분 AF 의 길이는 k 이다. $10k$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $\overline{AB} = 1$ 인 직사각형 $ABCD$ 의 두 선분 BC, CD 위에 $\angle AQD = 2\angle QPC = 4\angle PAB$ 가 되도록 각각 점 P 와 점 Q 를 잡는다. $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{8}$)에 대하여, 삼각형 PAB 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 QPC 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{g(\theta)}{\theta^2 f(\theta)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

