

제 2 교시

# 수리 영역

가 형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $3^{\frac{1}{2}} \times 12^{\frac{1}{2}} \times \log_2 \sqrt{2}$  의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 정적분  $\int_{-1}^1 (3x^2 - x + 2)dx$  의 값은? [2점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

3. 분수부등식  $\frac{(x-1)(x-5)}{(x+1)^2} \leq 0$  을 만족시키는 양의 정수의

개수는? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4.  $\frac{2(\cos 2\theta + 1)}{\sin \theta + \sin 3\theta}$  을 간단히 하면? [3점]

- ①  $\sin \theta$       ②  $\cos \theta$       ③  $\tan \theta$       ④  $\sec \theta$       ⑤  $\operatorname{cosec} \theta$

5. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_{n+1} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  ( $n \geq 1$ )을 만족시킨다.  $a_1 = 1$  일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 55      ② 89      ③ 128      ④ 256      ⑤ 360

6.  $0 \leq x \leq \pi$  일 때, 함수  $f(x) = 1 + \sin x - \cos x$ 의 최솟값은? [3점]

- ①  $1 - \sqrt{2}$       ②  $1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$       ③ 0  
 ④  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$       ⑤ 1

7. 어느 지역 고등학교 3학년 학생의 수리 '가'형과 '나'형의 선택 비율은 6:4라고 한다. 이 지역 고등학교 3학년 학생 중에서 150명을 임의추출하였을 때, 수리 '가'형을 선택한 학생이 84명 이상 102명 이하일 확률을 오른쪽

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.47

- 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 모든 학생은 수리 '가'형과 '나'형 중 한 유형을 반드시 선택한다.) [3점]
- ① 0.53      ② 0.62      ③ 0.77      ④ 0.81      ⑤ 0.90

8.  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 세 로그함수  $f(x) = \log_2 x$ ,  $g(x) = \log_4 x$ ,  $h(x) = \log_{16} x$ 와 만나는 세 점을 각각 A, B, C라 하자.  $\overline{AB} = a_n$ ,  $\overline{BC} = b_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=2}^{10} (a_n + 2b_n)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2} \log_2 10!$       ②  $\frac{3}{4} \log_2 10!$       ③  $\log_2 10!$   
 ④  $2 \log_2 10!$       ⑤  $\frac{5}{2} \log_2 10!$

9. 두 무한수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

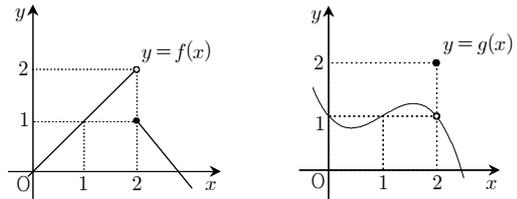
ㄱ. 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{a_n - b_n\}$ 이 모두 수렴하면 수열  $\{b_n\}$ 도 수렴한다.

ㄴ. 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{a_n b_n\}$ 이 모두 수렴하면 수열  $\{b_n\}$ 도 수렴한다.

ㄷ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $0 < a_n < b_n$ 이고 수열  $\{b_n\}$ 이 수렴하면 수열  $\{a_n\}$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



<보 기>

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 2$

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 2+0} g(x) = 1$

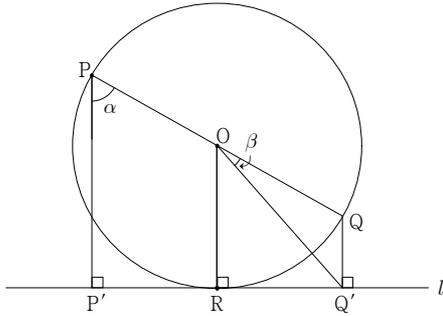
ㄷ.  $y = f(g(x))$ 는  $x = 2$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



13. 중심이 O이고 선분 PQ를 지름으로 하는 원과, 원 위의 점 R에서 접하는 접선 l이 있다. 두 점 P, Q에서 접선 l에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'이라 할 때,  $\angle QPP' = \alpha$ ,  $\angle QOQ' = \beta$ 라고 하자.  $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ 일 때,  $\tan\beta$ 의 값은? (단,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )

[4점]



- ①  $\frac{8}{31}$                       ②  $\frac{12}{33}$                       ③  $\frac{17}{35}$   
 ④  $\frac{20}{39}$                       ⑤  $\frac{24}{41}$

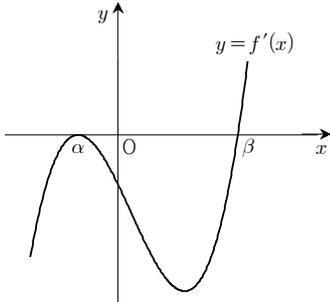
14. 어느 놀이 공원에서는 입장객에게 A, B, C 세 종류의 사은품을 다음과 같은 방법으로 지급한다.

(가) 1회 입장할 때마다 A, B, C를 각각 1개의 면, 2개의 면, 3개의 면에 적은 정육면체 모양의 상자를 던졌을 때, 상자의 윗면에 적힌 문자에 해당하는 사은품 쿠폰 한 장을 준다.  
 (나) 같은 종류의 사은품 쿠폰이 3장 모이면 해당 사은품을 즉시 지급한다.

어떤 사람이 5회 입장하고 사은품을 받았을 때, 사은품 A를 받았을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{7}{132}$     ②  $\frac{2}{33}$     ③  $\frac{17}{273}$     ④  $\frac{25}{396}$     ⑤  $\frac{11}{128}$

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근  $p, q$  ( $p < q$ )를 갖고,  $y=f'(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 최솟값은  $f(\beta)$ 이다.
  - ㄴ. 방정식  $f'(x)-f(x)=0$ 의 실근의 개수는 1이다.
  - ㄷ.  $x \geq \alpha$ 에서 함수  $S(x)=\int_{\alpha}^x f(t)dt$ 의 최솟값은  $S(q)$ 이다.

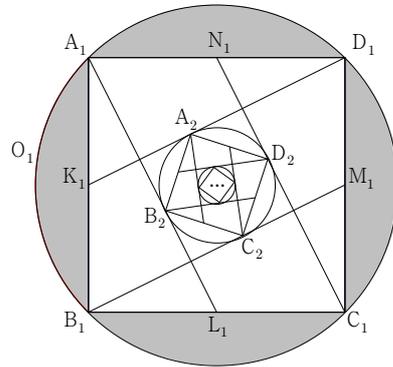
- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 반지름의 길이가 1인 원  $O_1$ 이 있다. 원  $O_1$ 과 원  $O_1$ 에 내접하는 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ 이라 하자.

그림과 같이 선분  $B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1, A_1B_1$ 의 각각의 중점  $L_1, M_1, N_1, K_1$ 에 대하여, 네 개의 선분  $A_1L_1, B_1M_1, C_1N_1, D_1K_1$ 의 교점을 꼭짓점으로 하는 사각형에 내접하는 원을  $O_2$ 라 하자.

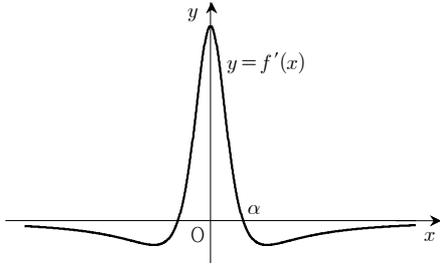
원  $O_2$ 와 원  $O_2$ 에 내접하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은

$S_n$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{3(\pi-2)}{2}$
- ②  $\frac{4(\pi-2)}{3}$
- ③  $\frac{5(\pi-2)}{4}$
- ④  $\frac{7(\pi-2)}{6}$
- ⑤  $\frac{10(\pi-2)}{9}$

17. 이계도함수를 갖는 함수  $f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같고,  $f'(\alpha)=0$ ,  $f'(-x)=f'(x)$ 이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $x$ 축은  $y=f'(x)$ 의 점근선이다.) [3점]



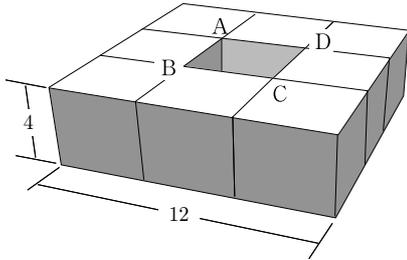
- <보 기>
- ㄱ.  $f(\alpha)$ 는 함수  $f(x)$ 의 극댓값이다.
  - ㄴ. 방정식  $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
  - ㄷ. 양수  $\beta$ 에 대하여  $f''(\beta)=0$ 이면  $0 < x < \beta$ 에서  $f(x)$ 는 위로 볼록이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

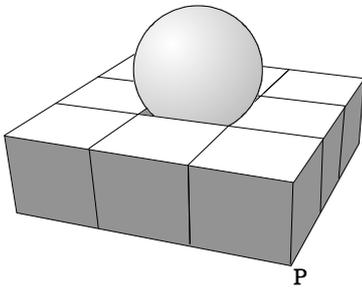
18. 포물선  $y^2 = 12x$ 의 초점을 F라 할 때, 중심이 원점이고 한 초점이 F이며 또 다른 초점이 F'인 타원이 있다. 이 타원이 포물선  $y^2 = 12x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 P, 포물선  $y^2 = 12x$ 의 준선과 제2사분면에서 만나는 점을 Q라 하자.  $\angle F'QP = 90^\circ$  일 때, 이 타원의 장축의 길이는? [3점]

- ①  $6+2\sqrt{3}$               ② 12                      ③  $6\sqrt{6}$
- ④ 14                        ⑤  $6+6\sqrt{2}$

19. [그림 1]과 같이 한 변의 길이가 4인 정육면체 모양의 블록 9개를 직육면체 모양으로 쌓은 후, 가운데 블록을 없애고 [그림 2]와 같이 반지름의 길이가  $\sqrt{5}$ 인 구를 정사각형 ABCD의 네 변에 모두 접하도록 올려놓았다. 구의 중심으로부터 꼭짓점 P까지의 거리를  $l$ 이라 할 때,  $l^2$ 의 값은? [4점]



[그림 1]

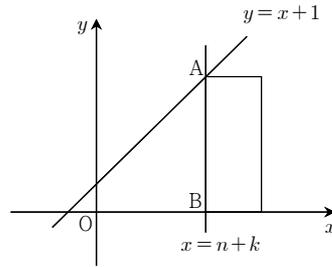


[그림 2]

- ① 95    ② 97    ③ 99    ④ 101    ⑤ 103

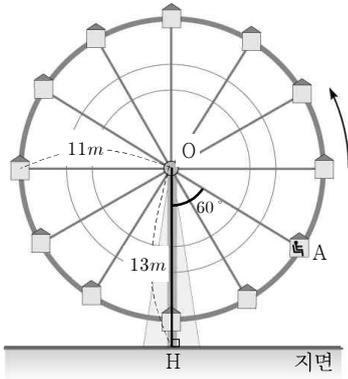
20. 자연수  $n$ 에 대하여 그림과 같이 직선  $x = n+k$ 가 두 직선  $y = x+1$ ,  $y = 0$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB를 세로로 하고 가로로 길이가 2인 직사각형의 넓이를  $f(k)$ 라

할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{f(k)}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{\ln 2}{4}$     ②  $\frac{\ln 2}{2}$     ③  $\ln 2$     ④  $2\ln 2$     ⑤  $4\ln 2$

21. 그림과 같이 지면에서 회전 중심  $O$ 까지의 높이가  $13\text{m}$ 이고 반지름의 길이가  $11\text{m}$ 인 원 모양의 관람차가  $1(\text{rad}/\text{분})$ 의 일정한 속력으로 시계반대방향으로 돌고 있다. 12개의 관람차량 중 한 차량에 탑승하고 있는 칠수가  $A$  지점을 통과하는 순간 점  $H$ 와 칠수 사이의 거리의 시간에 대한 변화율은  $k(\text{m}/\text{분})$ 이다.  $k$ 의 값은? (단, 점  $H$ 는 중심  $O$ 에서 지면에 내린 수선의 발,  $\angle AOH = 60^\circ$ , 관람차량의 크기는 무시한다.) [4점]



- ①  $\frac{121}{14}$     ②  $\frac{137}{14}$     ③  $\frac{143}{14}$     ④  $\frac{157}{14}$     ⑤  $\frac{169}{14}$

단답형

22. 함수  $f(x) = x^3 + 10 \ln x$ 에 대하여  $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표공간에서 반구  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  ( $z \geq 0$ )와 두 평면  $y - \sqrt{3}z = 0$ ,  $y + \sqrt{3}z = 0$ 으로 둘러싸인 도형의 부피를  $V$ 라 할 때,  $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 세 수 2, 3, 5에서 중복을 허락하여 다섯 개의 수를 선택하고, 이들 선택된 다섯 개의 수를 곱하여 만들어지는 수 중에서 9의 배수가 아닌 것의 개수를 구하시오. [3점]

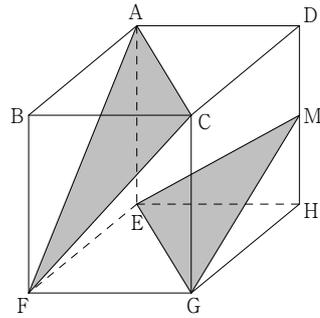
25. 11 개의 연속하는 자연수를 작은 수부터 차례로 나열한 등차수열  $\{a_n\}$  이

$$\sum_{k=1}^6 a_k^2 = \sum_{k=7}^{11} a_k^2$$

을 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육면체  $ABCD - EFGH$ 에 대하여 모서리  $DH$ 의 중점을  $M$ 이라 하자.

삼각형  $EGM$ 의 세 점  $A, F, C$ 를 포함하는 평면 위로의 정사영의 넓이가  $S$ 일 때,  $12S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

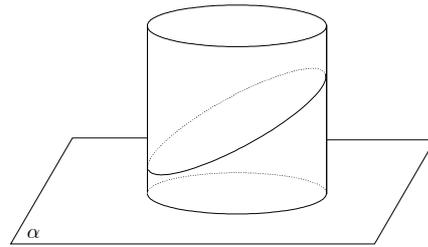


27. 아래의 표는 5개의 도시 A, B, C, D, E 사이의 비행기 요금표이다. 도시 A에서 출발하여 모든 도시를 한 번씩만 관광하고 돌아오는 여행 계획을 세우려고 한다. 도시 사이를 비행기로만 이동할 때, 소요되는 비행기 요금의 최솟값은  $a \times 10^5$  (원)이다.  $a$ 의 값을 구하시오. (단, \*는 항공 노선이 없음을 나타낸다.) [3점]

(단위: 10만 원)

출발 \ 도착	A	B	C	D	E
A		4	3	*	2
B	4		2	3	*
C	3	2		4	*
D	*	3	4		2
E	2	*	*	2	

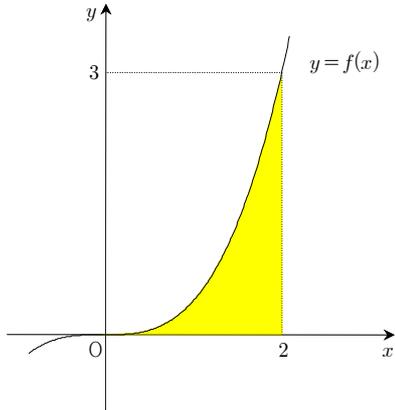
28. 그림과 같이 평면  $\alpha$  위에 놓여 있는 원기둥을 평면  $\alpha$ 와  $30^\circ$ 를 이루는 평면으로 잘랐을 때의 단면은 타원이다. 이 타원 위의 점에서 평면  $\alpha$ 까지 거리의 최솟값은 1, 최댓값은 9이다. 타원의 두 초점 중 평면  $\alpha$ 와 더 멀리 떨어진 초점으로부터 평면  $\alpha$ 까지의 거리를 구하시오. [4점]



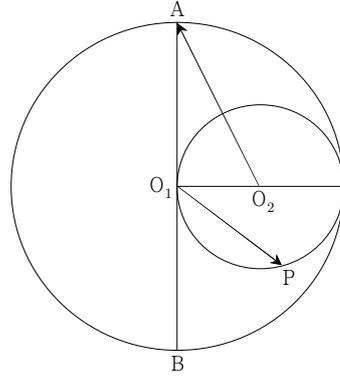
29. 다음 그림은 미분가능한 함수  $f(x)$ 의 그래프이다.

$f(0) = 0, f(2) = 3$  이고,  $y = f(x)$ 와  $x$ 축 및 직선  $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1일 때,

정적분  $\int_0^2 2xf'(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 그림과 같이 두 점  $O_1, O_2$ 를 중심으로 하는 반지름의 길이가 각각 2, 1인 두 원이 내접하고, 큰 원의 지름 AB와 선분  $O_1O_2$ 가 수직이다. 점 P가 작은 원 위를 움직일 때, 두 벡터  $\vec{O_1P}, \vec{O_2A}$ 의 내적  $\vec{O_1P} \cdot \vec{O_2A}$ 의 최댓값 M에 대하여  $12(M+1)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.