

제 2 교시

수리 영역(나형)

1. $(\log_3 2 \times \log_4 \sqrt{3})^2$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ 4 ⑤ 9

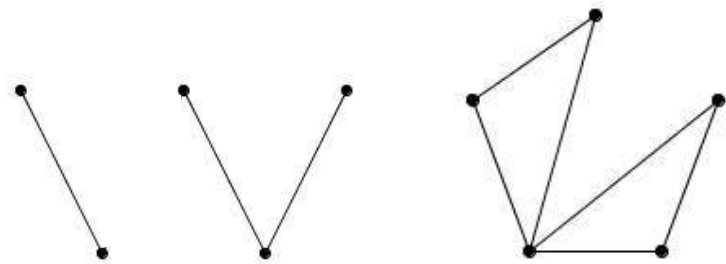
2. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, $A - 2B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. B 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 4n}{n^2 + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그림과 같이 서로 다른 두 그래프 A, B 가 있다. A 와 B 를 같은 그래프로 만들기 위해 A 에 변을 3개 추가할 때, 변을 추가하는 방법의 수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 삼차함수 $f(x)$ 가 $-f(x)=f(-x)$ 를 만족시킨다. $f'(-1)=8$ 일

때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x^2-1}$ 의 값은? [3점]

- ① -8 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

6. 자연수 n 에 대하여 닫힌 구간 $[n, 2n]$ 사이의 임의의 값을 갖는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{68}(3x^2 + 2x) \quad (n \leq x \leq 2n)$$

이 때, n 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 지진의 상대적 크기를 나타내는 리히터 규모 척도 (Richter Magnitude Scale)는 지진파의 최대진폭 X 와 진앙(지진이 시작된 위치)으로부터의 거리 Y 에 따라 다음과 같이 계산한다.

$$\text{규모 } M = \log\left(\frac{X}{A}\right)^{\frac{2}{3}} - \log BY$$

(A, B 는 상수)

2011년 3월 일본 동북 지방에서 발생한 지진은 발생 당시 규모 8.8로 측정되었으나, 재측정 결과 정확한 규모는 규모 9.0임이 밝혀졌다. 발생 당시 규모 측정에 사용한 최대 진폭 값을 X_a , 재

측정 시 사용한 최대 진폭 값을 X_b 라 할 때, $\frac{X_b}{X_a}$ 의 값은? (단, 두 번의 측정에서 사용한 진앙으로부터의 거리 값은 같았다.) [3점]

- ① $10^{-\frac{2}{5}}$ ② $10^{\frac{2}{5}}$ ③ $10^{-\frac{3}{10}}$ ④ $10^{\frac{3}{10}}$ ⑤ $10^{-\frac{1}{2}}$

8. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1a_3 = 81$, $a_4a_6 = 9$

일 때, $\frac{a_3}{a_{12}}$ 의 값은? [3점]

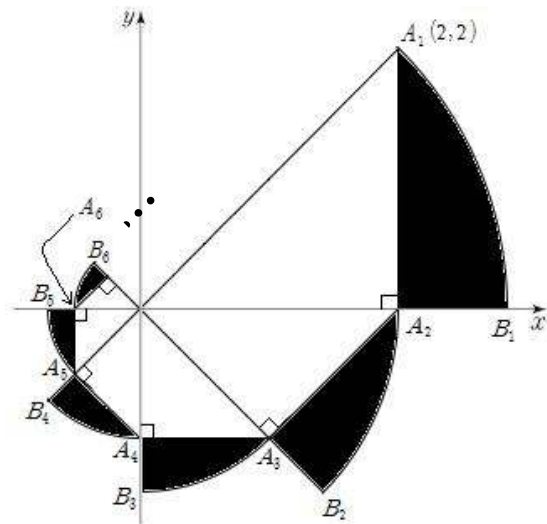
- ① 9 ② 16 ③ 21 ④ 27 ⑤ 36

9. 좌표평면 위의 점 $A_1(2,2)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을

A_2 라 할 때, $B_1(2\sqrt{2}, 0)$, A_1 , A_2 에 대하여 $\widehat{A_1B_1}$ 과 $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2B_1}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

A_2 를 원점을 중심으로 하여 시계방향으로 45° 만큼 회전한 점을 B_2 라 하고, 원점을 O 라 하자. A_2 에서 $\overline{OB_1}$ 에 내린 수선의 발을 A_3 라 할 때, B_2 , A_2 , A_3 에 대하여 $\widehat{A_2B_2}$ 와 $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_3B_2}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자.

이와 같이 A_n 을 원점을 중심으로 하여 시계방향으로 45° 만큼 회전한 점을 B_n 라 하고, A_n 에서 $\overline{OB_n}$ 에 내린 수선의 발을 A_{n+1} 라 할 때, B_n , A_n , A_{n+1} 에 대하여 $\widehat{A_nB_n}$ 과 $\overline{A_nA_{n+1}}$, $\overline{A_{n+1}B_n}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]

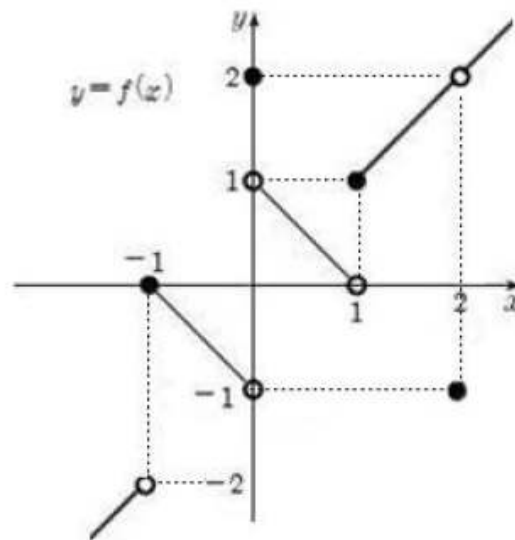


- ① $2(\pi-1)$ ② $4(\pi-1)$ ③ $8(\pi-1)$
④ $2(\pi-2)$ ⑤ $4(\pi-2)$

10. 곡선 $y = x^3 + 3x^2$ 과 직선 $y = 4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{27}{4}$ ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ $\frac{27}{2}$

11. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + f(0) + \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 주머니 안에 1, 2, 3, 4가 적힌 카드가 한 장씩 들어 있다.
4장의 카드 중 2장의 카드를 꺼낼 때, 뽑힌 두 수의 합이
소수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

13. 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는
대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠. $f(0)=f(2)$ 이면 $f'(0)=f'(2)$

㉡. $f(0)-f(1)=\int_1^0 f'(x)dx$

㉢. $\{f(x)\}^2=g(x)$ 이면 $\frac{d}{dx}\int_0^x g(t)dt=\left(\frac{d}{dx}\int_0^x f(t)dt\right)^2$ 이다.

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

14. 4 이하의 자연수 x, y, z 에 대하여 $x+y+z=6$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

- ① 6 ② 10 ③ 16 ④ 24 ⑤ 28

15. 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB = A + B + E \quad B + BA = 2A$$

를 만족한다. 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $B-E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A-2B=E$

ㄷ. $A+A^{-1}=2(B+B^{-1})$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 다항식 $(ax+b)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^4 의 계수가 같을 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? (단, a, b 는 양수이다) [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

17. 어느 김치 공장에서 생산되는 배추김치의 무게는 정규분포 $N(m, 16)$ 을 따르고, 열무김치의 무게는 정규분포 $N(m+18, 4)$ 를 따른다. 이 공장에서 생산된 배추김치와 열무김치 중에서 임의로 제품을 1개씩 선택할 때, 선택된 배추김치의 무게가 k 이하일 확률과 선택된 열무김치의 무게가 k 이상일 확률이 같다. $k-m$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

18. 점 $(-1, -1)$ 에서 곡선 $y = -x^3 + 3x^2 + x - 4$ 에 접선을 그었더니 $(a, f(a))$ 에서 접했다. 이 접선이 원점을 지날 때, $f(a)$ 의 값은? [4점]

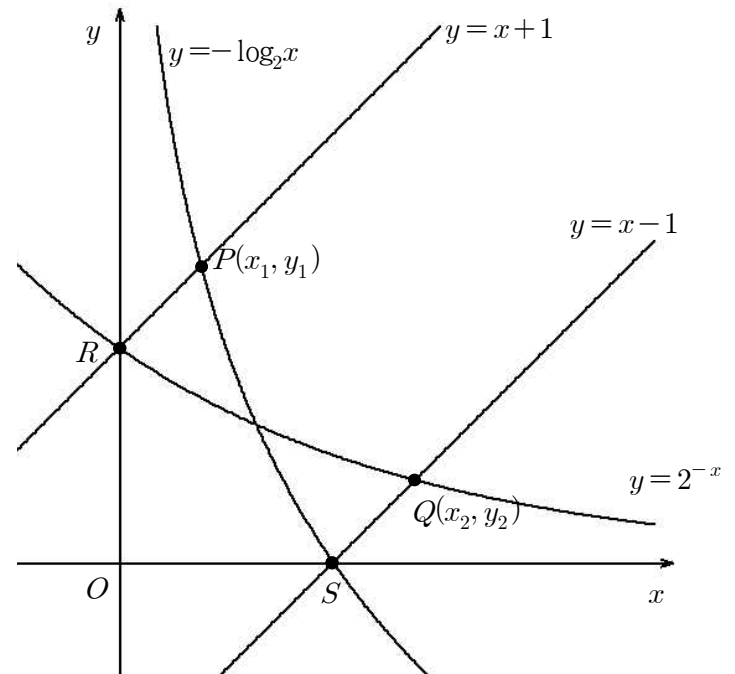
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 두 곡선 $y = 2^{-x}$, $y = -\log_2 x$ 가 있다.

점 $P(x_1, y_1)$ 에서 곡선 $y = -\log_2 x$ 과 직선 $y = x + 1$ 이 만나고,

점 $Q(x_2, y_2)$ 에서 곡선 $y = 2^{-x}$ 과 직선 $y = x - 1$ 이 만난다.

네 점 $P, Q, R(0, 1), S(1, 0)$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

㉠. $\frac{1}{4} < x_1 < \frac{1}{2}$

㉡. $x_1(x_1 - 1) > y_1(y_1 - 1)$

㉢. $\frac{1}{2} < (\text{사각형 } PRSQ \text{의 넓이}) < 1$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

20. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$, $a_2 = 2$ 이고,

$$(n+1)a_{n+1} = 2 - \sum_{k=1}^n (k-2)a_k \quad (n \geq 2) \text{ 를 만족시킨다.}$$

다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

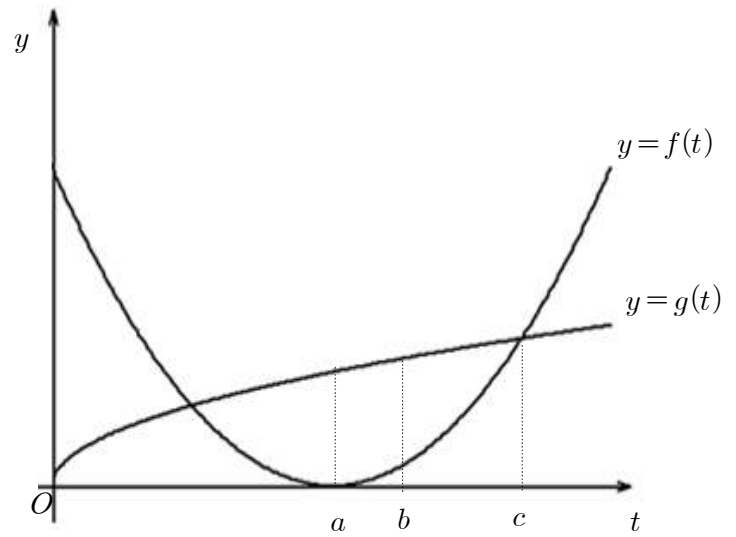
$$\begin{aligned} (n+1)a_{n+1} &= 2 - \sum_{k=1}^n (k-2)a_k \\ &= 2 - \sum_{k=1}^{n-1} \{(k-2)a_k\} - (n-2)a_n \\ &= \boxed{(가)} \times a_n - (n-2)a_n \end{aligned}$$

이므로, $a_{n+1} = \boxed{(나)} a_n$ 이 성립한다. 따라서 $a_n = \frac{\boxed{(다)}}{n!}$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$, (다)에 알맞은 식을 $h(n)$ 이라 할 때, $f(16) \times g(15) \times h(16)$ 의 값은? [4점]

- ① 2^{15} ② 2^{17} ③ 2^{19} ④ 2^{21} ⑤ 2^{23}

21. 수직선의 원점에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 수직선 위를 움직이는 두 물체 A , B 가 있다. 아래 그림은 시각 $t(0 \leq t \leq c)$ 에서 물체 A 의 속도 $f(t)$, 물체 B 의 속도 $g(t)$ 를 나타낸 것이다.



$f(t)$ 가 $t=a$ 에 대해 대칭이고, $f(a)=0$, $\int_0^b f(t)dt = \int_0^b g(t)dt$

이고 $0 \leq t \leq c$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $t=a$ 일 때, A 는 원점에 놓여 있다.
 ㄴ. $t=b$ 일 때, A 와 B 의 위치가 같다.
 ㄷ. $t=c$ 일 때, 원점까지의 거리는 B 가 A 보다 크다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{ax+b} = \frac{1}{6}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_4 = 5$ 이고, $a_1 + a_5 = a_7$ 일 때, a_{19} 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 와 이차정사각행렬 B 의 (i, j) 성분 b_{ij} 를 각각

$$a_{ij} = ij - 1, \quad b_{ij} = 4 - ij \quad (i = 1, 2, \quad j = 1, 2)$$

라 할 때, 행렬 BA 의 $(1, 2)$ 성분을 구하시오. [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{4^n} - 2 \right) = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{b_n} = 5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_n}{2^n b_n + 4^n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = (x^2 + 4)(x^3 - 3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - a & (x \geq 1) \\ f(x+2) + b & (x < 1) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오 [4점]

27. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 $f(n)$, 가수를 $g(n)$ 이라 하자. $[f(n) - g(n)] = 0$ 을 만족하는 모든 n 의 합을 S 라 할 때, $\frac{S}{8}$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)[4점]

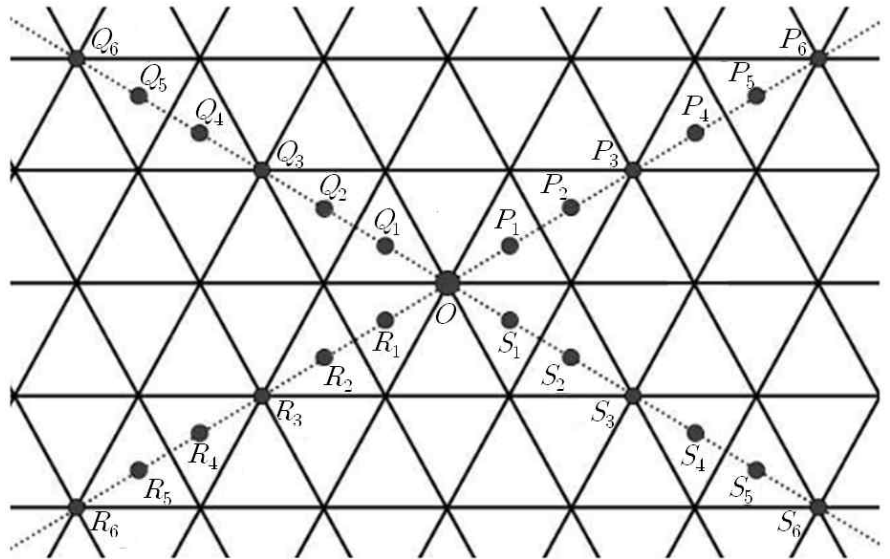
29. 대한민국 수능 수험생의 한달 평균
여가 시간(분)은 정규분포 $N(480, 36)$
을 따른다고 한다. 전국에서 수능
수험생 9명을 임의추출하여 조사한
한달 여가 시간의 총합이 4356분
이하일 확률을 p 라 할 때, $100p$ 의 값을 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

30. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형(단위도형)
들로 좌표 평면을 가득 메웠다. 단위도형 6개가 만나는 점 중
하나를 원점 $O(0, 0)$ 로 정한다.

직선 $l_1 : \frac{\sqrt{3}}{2}x - y = 0$ 과 $l_2 : \frac{\sqrt{3}}{2}x + y = 0$ 에 대하여,

l_1, l_2 위의 점 중 원점까지의 거리가 $2\sqrt{3}n$ 인 점들을
각 사분면마다 P_n, Q_n, R_n, S_n 이라 하자.



‘사각형 $P_nQ_nR_nS_n$ 과 일부 또는 전부가 겹치는 단위도형의 개수’
를 e_n 이라 하자. 예를 들어, $e_1 = 6, e_2 = 10, e_3 = 14$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e_{3n+1} - e_{3n}}{e_{3n} - e_{3n-1}} = E$ 일 때, $10E$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.