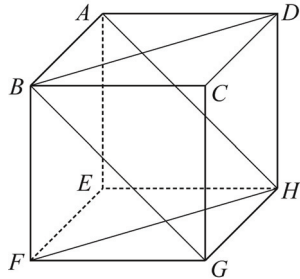


공간도형과 공간좌표

1

그림과 같은 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 두 평면 $ABGH, BFHD$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2

서로 수직인 세 선분 OA, OB, OC 의 길이가 각각 2, 3, 1일 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{7}{2}$ 이다.
 ㄴ. 점 O 에서 평면 ABC 까지의 거리는 $\frac{6}{7}$ 이다.
 ㄷ. 두 평면 ABC, OAB 가 이루는 예각을 θ 라 하면 $\cos \theta = \frac{6}{7}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

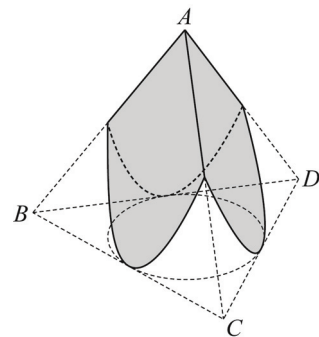
3

서로 수직인 두 반직선 OX, OY 와 각각 60° 의 각을 이루는 반직선 OZ 위의 $\overline{OA} = 6$ 인 점 A 에서 평면 XOY 위로 내린 수선의 발을 B 라 할 때, 선분 OB 의 길이는?

- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

4

그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정사면체 $ABCD$ 와 원기둥이 있다. 원기둥과 평면 BCD 와의 교선이 삼각형 BCD 에 내접하는 원일 때, 원기둥이 정사면체의 옆면 ABC, ACD, ABD 로 잘린 단면의 넓이는?



- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

5

좌표공간에서 두 구

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25, (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = r^2$$

이 한 점 $P(a, b, c)$ 에서 만날 때, $a+b+c+r$ 의 값은?
(단, $0 < r < 5$)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6

좌표공간에서 두 구

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 25$$

가 한 점 $P(-1, 3, 0)$ 에서 외접할 때, $a+b+c$ 의 값은?

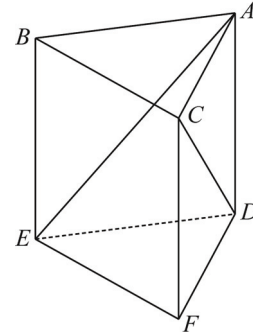
- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

7

좌표공간에서 구 $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 1$ 위를 움직이는 점 P 와 xy 평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 선분 PQ 의 길이가 최소가 되는 점 P 의 좌표를 (a, b, c) 라 하자. $3(a^2 + b^2 + c^2)$ 의 값을 구하시오.

8

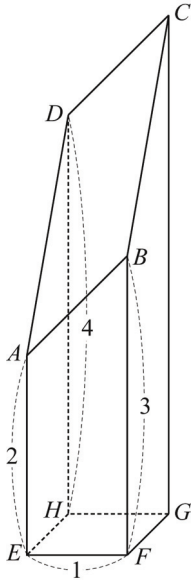
그림과 같이 모든 모서리의 길이가 1 인 정삼각기둥 $ABC-DEF$ 에서 두 직선 AE, CD 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2 \theta$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

9

그림은 밑면의 한 모서리의 길이가 1 인 정사각기둥을 네 점 A, B, C, D 를 지나는 평면으로 잘라낸 도형이다. $\overline{AE} = 2$, $\overline{BF} = 3$, $\overline{DH} = 4$ 이고, 평면 $ABCD$ 와 평면 $EFGH$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. 옳은 것만을 예서 있는 대로 고른 것은?



[보기]

ㄱ. $\overline{CG} = 5$

ㄴ. 삼각형 ABD 는 직각삼각형이다.

ㄷ. $\cos^2 \theta = \frac{1}{6}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10

좌표공간의 세 점 $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$ 에 대하여 정사면체 $PABC$ 의 점 P 의 좌표를 (a, b, c) 라 하자. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, $abc > 0$)

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ 3

11

좌표공간에서 반지름의 길이가 10 인 구가 x 축, y 축, z 축과 각각 두 점에서 만나고, 그 두 점 사이의 거리가 각각 10, 12, 14 이다. 원점에서 구의 중심까지의 거리를 l 이라 할 때, l^2 의 값을 구하시오.

12

좌표공간의 점 $A(0, 1, 3)$ 에서 구 $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 에 그은 접선의 접점으로 이루어진 원의 중심의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

13

좌표공간의 세 점 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C\left(0, 0, \frac{16}{5}\right)$ 을 지나는 평면 α 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 평면을 β 라 하자.

- (가) 평면 β 는 직선 AB 를 포함한다.
 (나) 평면 β 와 z 축의 교점 D 의 z 좌표는 양수이다.
 (다) 두 평면 α, β 가 이루는 예각의 크기와 평면 β 와 xy 평면이 이루는 예각의 크기는 같다.

이 때, 점 D 의 z 좌표는?

- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ 2 ⑤ $\frac{12}{5}$

14

좌표공간의 네 점 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 사면체 $OABC$ 에 내접하는 구의 반지름의 길이는 $a+b\sqrt{3}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15

좌표공간의 세 점 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2, 0)$, $P(a, b, c)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAP 의 넓이가 2이다. 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H , $\angle OPA$ 의 크기를 θ 라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

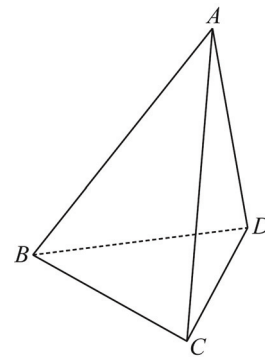
[보기]

- ㄱ. $\overline{PH} = 2$
 ㄴ. 점 H 가 선분 OA 의 중점일 때 θ 는 최소이다.
 ㄷ. $\cos \theta$ 의 최솟값은 $\frac{3}{5}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16

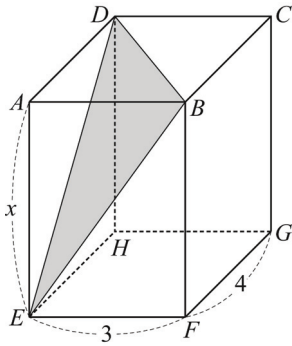
사면체 $ABCD$ 에서 삼각형 BCD 는 한 변의 길이가 8인 정삼각형이고, 두 평면 ABC 와 BCD 가 이루는 각은 60° 이다. 점 D 에서 평면 ABC 에 내린 수선의 발 G 가 삼각형 ABC 의 무게중심일 때, 사면체 $ABCD$ 의 부피는?



- ① 24 ② $24\sqrt{3}$ ③ 48 ④ $48\sqrt{3}$ ⑤ 96

17

그림과 같이 직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 밑면은 가로, 세로의 길이가 각각 3, 4인 직사각형이다. 평면 BDE 와 밑면이 이루는 각의 크기가 60° 일 때, 이 직육면체의 높이 x 의 값은?



- ① $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ ② $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

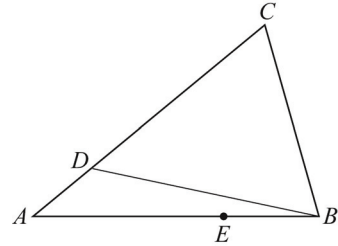
18

좌표공간에 세 점 $A(0, 0, 2)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 4, 0)$ 과 중심이 $(0, 0, 1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 구 S 가 있다. 구 S 와 선분 AB 의 교점 중 A 가 아닌 점을 D , 구 S 와 선분 AC 의 교점 중 A 가 아닌 점을 E 라 하고 $\angle AED = \theta$ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

19

그림과 같은 삼각형 모양의 종이에서 변 AC 의 사등분점 중에서 A 에 가까운 점을 D , 변 AB 의 삼등분점 중에서 점 B 에 가까운 점을 E 라 하자. 선분 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 의 평면 ABD 위로의 정사영이 점 E 가 되도록 삼각형 BCD 를 접었다. 평면 BCD 와 평면 ABD 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

20

좌표공간에서 두 점 $O(0, 0, 0)$, $P(1, 0, 0)$ 과 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 위에 x 좌표, y 좌표, z 좌표가 모두 양수인 점 R 가 있다. 점 R 의 xy 평면 위로의 정사영을 H 라 하자. $\angle ORP = \frac{\pi}{3}$ 이고

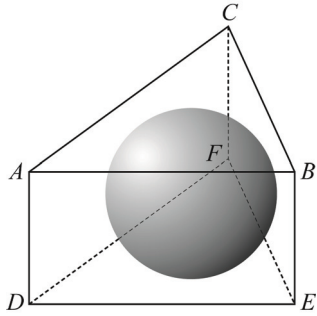
$\angle POH = \angle ROH = \theta$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

21

그림과 같이 삼각기둥 $ABC-DEF$ 안에 구가 삼각기둥의 모든 면에 접해 있고, 꼭짓점 A 에서 구 위의 점까지의 거리의 최솟값이 4, 최댓값이 8 이다. 두 평면 $ABED, ACFD$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.)





정답

1	②	2	⑤	3	④	4	③	5	③
6	①	7	47	8	①	9	⑤	10	⑤
11	95	12	③	13	②	14	④	15	④
16	④	17	②	18	③	19	①	20	④
21	25								