

제2교시

수리 영역(가형)

大成學力開發研究所

1.  $(\log_2 4^8)^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\sqrt{2}$       ④ 2      ⑤ 4

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식  $3A = B + 2X$ 를 만족시키는 행렬  $X$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{\sin 3x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{4}{3}$

4. 두 등식  $\cos(x+y) = \frac{3}{5}$ ,  $\cos(x-y) = \frac{1}{3}$ 을 만족시키는 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $\tan x \tan y$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $-\frac{2}{7}$       ⑤  $-\frac{2}{5}$

5.  $x$ 에 대한 분수방정식

$$\frac{a}{x-3} - \frac{a}{x+3} = \frac{x-a}{x^2-9}$$

의 해가 존재하지 않도록 하는 모든 상수  $a$ 의 값의 곱은? [3점]

- ①  $-1$     ②  $-\frac{9}{16}$     ③  $-\frac{9}{25}$     ④  $-\frac{1}{4}$     ⑤  $-\frac{9}{49}$

6. 좌표평면에서 한 곡선 위의 점  $P(x, y)$ 가

$$x=2\cos 2\theta+1, y=2\cos 3\theta+1$$

로 나타내어질 때, 곡선 위의  $\theta=\frac{\pi}{4}$ 인 점  $P$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$     ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

7.  $x>0$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 임의의 양의 실수  $x$ 에 대하여  
등식

$$x\sin\pi x = \int_1^x f(t)dt$$

를 만족시킬 때,  $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{4}$     ②  $\frac{\pi}{2}$     ③  $\pi$     ④  $2$     ⑤  $4$

8. 좌표평면에서 점  $P(1, 0)$ 은 일차변환  $f$ 와 합성변환  $f \circ f$ 에 의해 각각 점  $Q(0, 1)$ ,  $R(-1, -1)$ 로 옮겨진다. 합성변환  $f \circ f \circ f$ 에 의해 점  $P$ 가 옮겨지는 점의 좌표는? [3점]

- ①  $(1, 0)$     ②  $(1, 1)$     ③  $(0, -1)$   
④  $(-1, 0)$     ⑤  $(-1, -1)$

9. 5개의 꼭짓점  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ 를 갖는 그래프  $G$ 를 나타내는 행렬을  $A$ 라 할 때, 행렬  $A^2$ 은 다음과 같다.

$$\begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

그래프  $G$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

- ㄱ. 변의 개수는 8이다.
- ㄴ. 두 꼭짓점  $P_1, P_3$ 은 한 개의 변으로 연결되어 있다.
- ㄷ. 꼭짓점  $P_2$ 에서 두 개의 변을 지나 꼭짓점  $P_3$ 으로 가는 경로는 2개이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 세 실수  $a, b, c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

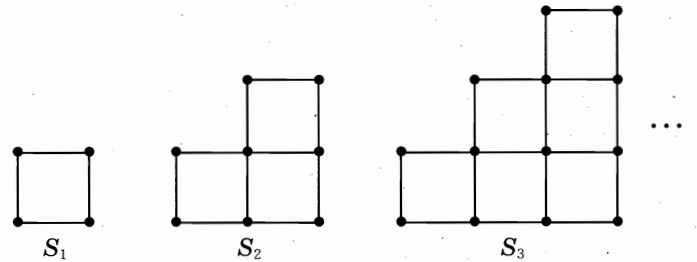
(가)  $0 < a < b < c < 1$

(나)  $\sum_{n=1}^{\infty} ab^{n-1} = c$

다음 중  $\sum_{n=1}^{\infty} b\left(\frac{a}{c}\right)^{n-1}$ 의 값을 나타내는 것은? [3점]

- ①  $\frac{1}{c}$             ②  $\frac{1}{a}$             ③ 1            ④  $a$             ⑤  $c$

11. 그림과 같이 정사각형 1개를 도형  $S_1$ 이라 하고, 도형  $S_1$ 에 도형  $S_1$ 과 합동인 정사각형 2개를 이어붙인 도형을  $S_2$ , 도형  $S_2$ 에 도형  $S_1$ 과 합동인 정사각형 3개를 이어붙인 도형을  $S_3$ 이라 하자. 이와 같은 방법으로 도형  $S_{n-1}$  ( $n=2, 3, 4, \dots$ )에 도형  $S_1$ 과 합동인 정사각형  $n$ 개를 이어붙인 도형을  $S_n$ 이라 할 때, 도형  $S_n$ 의 선분의 교차점의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어,  $a_1=4, a_2=8, a_3=13$ 이다.



$\sum_{n=1}^{10} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 77            ② 79            ③ 81            ④ 83            ⑤ 85

12. 삼차방정식  $2x^3 - 3x^2 = 12x + k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수  $k$ 의 개수는? [3점]

- ① 23            ② 24            ③ 25            ④ 26            ⑤ 27

13. 함수  $y=2\cos x$  ( $0 < x < \pi$ )의 역함수를  $f(x)$ 라 할 때,

$\int_{-1}^1 \frac{1}{f'(x)} dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{2}{3}\pi$                       ②  $\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$                       ③  $-\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$
- ④  $-\frac{2}{3}\pi$                       ⑤  $-\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$

14.  $m$ 이 1보다 큰 실수일 때, 다음은 로그방정식

$$2\log x - \log(x-1) = m$$

이 서로 다른 두 실근을 가짐을 보이는 과정이다.

주어진 방정식을 정리하면

$$x^2 - \boxed{\text{가}} x + \boxed{\text{나}} = 0 \dots\dots (*)$$

이차방정식 (\*)의 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = 10^m (\boxed{\text{다}}) > 0 \quad (\because m > 1)$$

이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

이차방정식 (\*)의 서로 다른 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$$(\alpha - 1) + (\beta - 1) = \boxed{\text{라}} > 0$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 1 > 0$$

$$\therefore \alpha > 1, \beta > 1$$

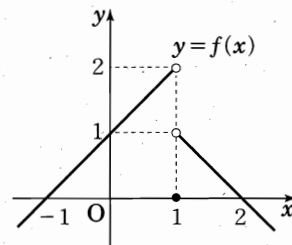
이차방정식 (\*)의 서로 다른 두 실근은 1보다 크다.

따라서 진수조건에서  $x > 1$ 이므로 주어진 로그방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

위의 (가), (나), (라)에 알맞은 식을 각각  $f(m), g(m), h(m)$ 이라 할 때,  $f(0) + g(1) + h(2)$ 의 값은? [4점]

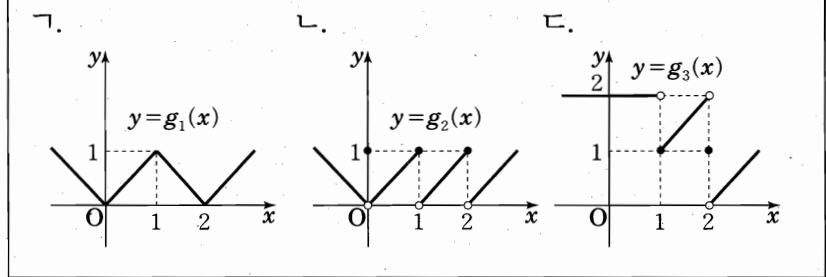
- ① 105      ② 100      ③ 95      ④ 90      ⑤ 85

15. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



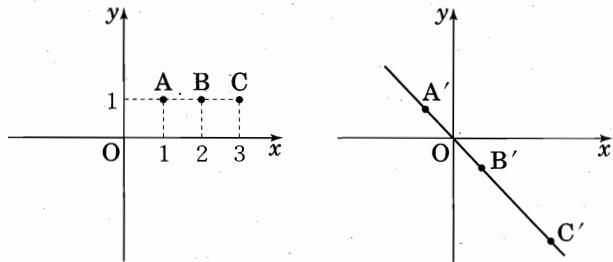
<보기>의 함수  $g_k(x)$  ( $k=1, 2, 3$ ) 중에서 합성함수  $(g_k \circ f)(x)$ 가  $x=1$ 에서 연속인 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>



- ① 가                                      ② 나                                      ③ 다
- ④ 나, 다                                      ⑤ 가, 나, 다

16. 좌표평면에서 일차변환  $f$ 에 의해 세 점  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 1)$ ,  $C(3, 1)$ 이 각각 점  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ 으로 옮겨질 때, 그림과 같이 세 점  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ 은 원점을 지나는 한 직선 위에 있다.



점  $A'$ 의 좌표는  $(-1, 1)$ 이고  $3\overline{OB'} = \overline{OC'}$ 일 때, 점  $C'$ 의 좌표는? (단, 두 점  $B'$ ,  $C'$ 은 제4사분면 위의 점이다.) [3점]

- ① (1, -1)      ② (2, -2)      ③ (3, -3)
- ④ (4, -4)      ⑤ (5, -5)

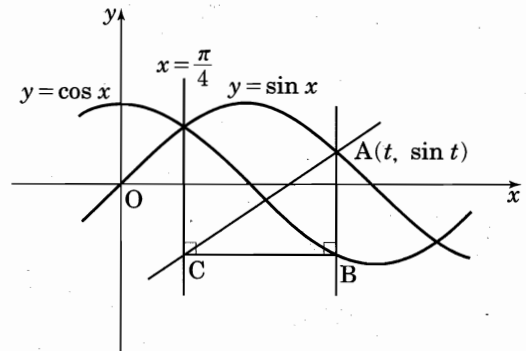
17. 가람이는 2011년 5월 1일부터 5월 31일까지 한 달 동안 다음과 같이 줄넘기를 하기로 하였다.

- (가) 5월 1일에는 50번을 한다.
- (나) 5월 31일에는 500번을 한다.
- (다) 5월 2일부터는 매일 전날보다  $p$ 번씩 더 한다.

가람이가 처음으로 300번 이상 줄넘기를 하게 되는 날은 5월 몇 일인가? (단,  $p$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

18. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선  $y = \sin x$  위의 한 점  $A(t, \sin t)$  ( $\frac{\pi}{4} < t < \pi$ )를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \cos x$ 와 만나는 점을 B라 하고, 점 B에서 직선  $x = \frac{\pi}{4}$ 에 내린 수선의 발을 C라 하자. 직선 AC의 기울기를  $f(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{4}+0} f(t)$ 의 값은? [4점]



- ①  $\sqrt{3}$       ②  $\sqrt{2}$       ③ 1      ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

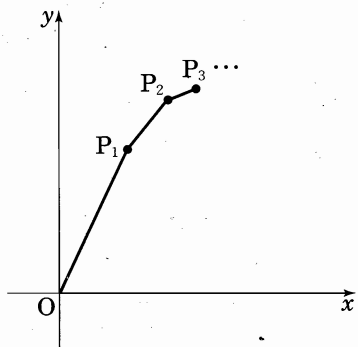
19. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $P_n$ 을 다음과 같이 정한다.

- (가) 점  $P_n$ 의  $x$ 좌표는  $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ 이다.  
 (나) 직선  $OP_1$ 의 기울기는 2이고, 직선  $P_nP_{n+1}$ 의 기울기는  $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 이다.

직선  $OP_n$ 의 기울기를  $a_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.)

[4점]



- ①  $\frac{7}{6}$       ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤  $\frac{11}{6}$

20. 과학자들에 의하면 11년 주기로 찾아오는 태양 활동 극대기를 앞두고 최근 태양의 대규모 흑점 폭발이 잦아지고 있다고 한다. 태양의 흑점 폭발로 방출되는 어떤 입자가 지구의 오존층에 도달하기 직전의 세기가  $I_0$ 일 때, 이 입자가 두께가  $x$ cm인 오존층을 통과한 직후의 세기를  $I$ 라고 하면

$$\log \frac{I_0}{I} = kx \quad (k \text{는 양의 상수})$$

의 관계식이 성립한다고 한다.

지구의 오존층에 도달하기 직전의 세기가  $I_0$ 인 이 입자가 두께가 0.2cm인 오존층을 통과한 직후의 세기는  $\frac{\sqrt{2}}{2}I_0$ 일 때, 지구의 오존층에 도달하기 직전의 세기가  $I_0$ 인 이 입자가 두께가 1cm인 오존층을 통과한 직후의 세기는?

[4점]

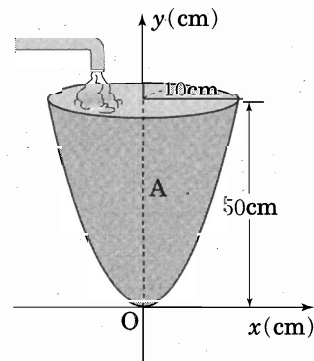
- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}I_0$       ②  $\frac{1}{4}I_0$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{8}I_0$   
 ④  $\frac{1}{8}I_0$       ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{16}I_0$

21. 그림과 같이 곡선  $y = \frac{1}{2}x^2$  ( $-10 \leq x \leq 10$ )을  $y$ 축 둘레로 회전시킨 회전체 모양의 그릇 A가 지면에 똑바로 세워져 있고, 그 위에 수도관이 있다.

수도관의 단면의 넓이는  $\pi \text{cm}^2$ 이고 수도관에서 물이 나오기 시작한 지  $t$ 초 후에 수도관에서 나오는 물의 속도는  $\frac{1}{2}t \text{cm/초}$ 이다. 이 수도관을 이용하여 비어 있는 그릇 A에 물이 흘러넘치지 않도록 가득 채우는데 걸리는 시간은?

(단,  $x$ 와  $y$ 의 단위는 cm이다.)

[4점]



- ① 100초      ② 95초      ③ 90초      ④ 85초      ⑤ 80초

단답형

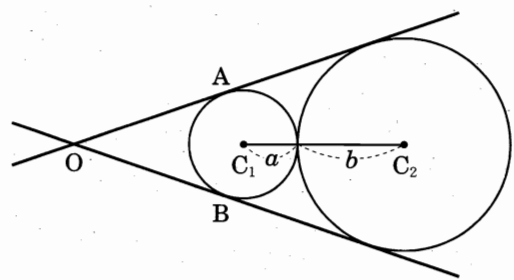
22. 각 항이 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
 $a_1 + a_2 = 8$ ,  $a_4 + a_5 = 216$   
 일 때,  $a_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가  $x=0$ 에서 극댓값 16을 갖고  
 $x=2$ 에서 극솟값을 갖는다. 함수  $f(x)$ 의 극솟값을 구하시오. [3점]

24. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $x, y$ 에 대한 연립방정식  
 $A^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ 의 해가  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 일 때,  $\alpha + \beta = 49$ 가 되도록  
 룩하는 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25.  $x$ 에 대한 두 부등식  
 $\frac{3}{\log_3 x + 2} \geq 1$ ,  $\frac{x-a}{x-b} \leq 0$   
 의 해의 집합이 서로 같을 때,  $9\left(a + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

26. 그림과 같이 서로 외접하는 두 원  $C_1, C_2$ 의 반지름의 길이는  
 각각  $a, b$  ( $a < b$ )이다. 두 원의 공통외접선의 교점을  $O$ 라 하고,  
 원  $C_1$ 과 두 공통외접선의 접점을  $A, B$ 라 할 때,  
 $\cos(\angle AOB) = \frac{7}{25}$ 이다.  $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. [4점]



27. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$ 이다.

(나) 도함수  $f'(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.

$$(다) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) + x + 1}{2x} = 1$$

$f'(100)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

28. 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선  $y = (\tan 50^\circ)x$ 가 제1사분면에서 만나는 점의 좌표를  $(a, b)$ 라 하고, 자연수  $n$ 에 대하여 일차변환  $f_n$ 을 나타내는 행렬을  $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}^n$ 이라 하자.

좌표평면 위의 임의의 점  $X$ 에 대하여  $f_n(X) = X$ 를 만족시키는  $n$ 의 최솟값을 구하시오.

[4점]

29. 좌표평면에서 직선  $x=n$ 이 두 곡선

$$y = \log_5(x+10), y = -\log_3(-3x+20)$$

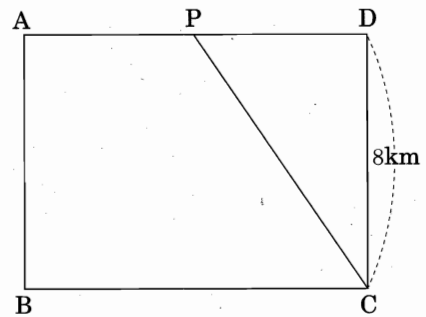
과 모두 만나도록 하는 정수  $n$ 의 개수를 구하시오.

[4점]

30. 그림과 같이 직사각형 모양의 자전거전용 도로망 ABCD와 도로 AD의 중간지점 P에서 분리되는 또 다른 자전거전용 도로 PC가 있다.

갑은 A지점을 출발하여 P지점을 거쳐 C지점까지 시속 12km의 일정한 속력으로 이동하고, 을은 A지점을 출발하여 P지점, D지점을 거쳐 C지점까지 시속 20km의 일정한 속력으로 이동하기로 하였다. 갑과 을이 A지점을 동시에 출발하여 C지점까지 이동하였더니 갑은 을보다 20분 늦게 도착하였다고 한다. 두 지점 C, D 사이의 거리가 8km일 때, 두 지점 A, D 사이의 거리는  $a$ km이다.  $a$ 의 값을 구하시오. (단, 도로 PC는 직선도로이다.)

[4점]



※ 확인 사항

• 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.