

galaxy's N
(q=queen)



이 문서로 영리활동을 하시려면 1000XDK를 지불하세요.

7. 좌표평면에 한 모서리의 길이가 12인 정삼각형 ABC 가 있다. 선분 BC 를 1:3으로 내분하

는 점을 P , 정삼각형 내부의 한 점을 Q 라 할 때, $\overrightarrow{QB} \cdot \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QC} \cdot \overrightarrow{QP} = 3$ 이다.

$\cos(\angle AQC)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

8. 좌표공간에 평면 $\alpha: 2x + 2\sqrt{3}y + 3z = 0$ 이 있고, α 위에 있지 않은 고정된 점 A 와 α 위를 움직이는 점 B 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, 점 O 는 좌표공간의 원점이다.)

- (가) α 위의 임의의 점 X 에 대하여 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AX} = 4\tan^2(\angle ABO) = k$ (단, k 는 상수)
- (나) B 를 중심으로 하고 O 를 지나는 구 위를 움직이는 점 P 에 대하여 사면체 $POAB$ 의 부피의 최댓값은 $2\sqrt{5}$ 이다.

삼각형 ABO 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 S 라 할 때, $\sqrt{k}S$ 의 값을 구하시

오. [4점]

10. 좌표공간에 중심이 O 이고 반지름이 r 인 구 S 가 있다. S 와 평면 α 가 만나 생기는 원을 C , C 의 중심을 O' 라 하자. α 위의 점 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) A 는 원 C 외부의 점이다.

(나) 삼각형 AOO' 은 이등변삼각형이다.

원 C 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최댓값이 112, 최솟값이 16일 때,

r^2 의 값을 구하시오. [4점]

12. 사면체 $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BD} = \overline{CD} = 4, \quad \overline{AD} = \overline{BC}$$

$$(나) \quad \overline{BC} \text{의 중점을 } M \text{라 할 때, } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MD} = 10$$

A 와 평면 BCD 사이의 거리를 d 라 할 때, $d^2 = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

14. 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킨다.

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 는 이 순서대로 공비가 2인 등비수열을 이룬다.

$\cos^2(\angle BAC) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

24. 이면각의 크기가 θ 인 두 평면 α, β 가 있다. α, β 의 교선을 l 라 할 때, l 위의 두 점

O, A 에 대하여 $\overline{OA} = 4$ 이다. α 위의 두 점 P_1, P_2 와 β 위의 두 점 P_3, P_4 가 다음 조건을

만족시킨다.

(가) 네 삼각형 $OAP_1, OAP_2, OAP_3, OAP_4$ 는 모두 이등변삼각형이다.

(나) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_n}$ 의 값은 4 또는 12이다. (단, $n = 1, 2, 3, 4$)

(다) $\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{P_3P_4}$, $\overline{OP_1} < \overline{OP_3}$

$\overrightarrow{OP_2} \cdot \overrightarrow{AP_4} = 0$ 일 때, $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수

이다.) [4점]

26. $\overline{AD} = 2, \overline{BC} = 7$ 인 사면체 $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC} = 4\overline{BC}$

(나) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} + 4$

(다) 점 D 와 평면 ABC 사이의 거리는 $\sqrt{3}$ 이다.

$\cos(\angle BAC)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{10}$

27. 좌표평면에 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 원 C 가 있다. 좌표평면 위의 두 직선 l, m 에 대하여 l 과 원 C 가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하고, O 에서 m 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$ 이다. $\overline{OH}$ 를 지름으로 하는 원이 점 Q 를 지나고, 두 직선 l, m 의 교점을 A 라 할 때, $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{HQ}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. $\overline{AB} = 4$ 인 두 점 A, B 와 좌표공간의 두 점 C, D 에 대하여 이면각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 두

평면 ABC, ABD 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 CD 와 평면 ABD 가 이루는 각은 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

(나) 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, $\frac{S}{\tan(\angle CBA)} = 6$

(다) 두 삼각형 ABC, ABD 는 서로 합동이고, $\overline{AC} = \overline{BD}$

$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 반지름의 길이가 2인 구 S 가 점 A 에서 평면 α 와 접하고 있다. 구 S 위의 점 B 와 B 를 지나는 직선 l 에 대하여 $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ 이고, 직선 l 은 구 S 와 접한다. 직선 l 과 평면 α 가 만나는 점을 C 라 하자. 이에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 6$

ㄴ. l 과 α 가 이루는 각이 $\frac{\pi}{4}$ 일 때, $\overline{AC} = 3\sqrt{2}$ 이다.

ㄷ. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{CA}|^2 - 6$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

정답

7. ①

8. 36

10. 100

12. 55

14. 23

24. 38

26. ⑤

27. 48

29. 5

30. ⑤