

2019학년도 대학수학능력시험 대비

이카루스- γ 모의평가(물리 I) 정답표 (3회)

문항 번호	정답								
1	①	2	⑤	3	①	4	④	5	②
6	③	7	③	8	②	9	⑤	10	④
11	④	12	⑤	13	②	14	①	15	②
16	③	17	⑤	18	③	19	③	20	④

[출제자: 윤홍빈 (이카루스/ 물리1, 2팀장)]

○ 예상 1등급 컷 및 난이도.

45점~47점정도 예상.

○ 문항의 구성

1) 비킬러 난이도는 저번 회차를 기준으로 쉽게 출제했다. 9월 모의평가 수준으로 어렵지 않게 출제했으며, 수능 정도의 난이도 기조를 유지했다.

2) 킬러 문제의 경우는 '변화량'의 관점을 한번 생각해 보라는 문제를 넣었다. 18번과 19번이 그 예이다. 20번의 경우는 기존 18학년도 수능에서 출제 되었던 유체의 부피와 베르누이 법칙을 연결시켜 출제했다. 수능문제에서 부력과 베르누이를 합한 문제가 나오지 않았기에 나올 수 있다는 추측과 함께 출제했다.

3) 문제 푸는 과정이 각기 다양할 수 있다. 하지만, 해설지를 보면서 공부하면 도움이 되게 구성했다.

1. [정답] ①

[출제 의도] 생활속 전자기파를 이해하고 있는가?

[해설]

전자레인지에 이용하며, 위성 통신에 이용되는 전자기파는 마이크로파이다.

2. [정답] ⑤

[출제 의도] 스피커와 소리의 성질을 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. 소리는 종파로 공기의 진동에 의해 전파된다. (현 상황에서는) (ㄱ. 참)

ㄴ. 마이크에 입력된 진동수와 스피커에서 나오는 진동수는 같아야 한다. (ㄴ. 참)

ㄷ. 스피커는 전기 신호를 이용해 전자기력에 의해 진동판을 울리게 하고, 진동판은 공기를 울리게 하여 소리 신호로 전환된다. (ㄷ. 참)

3. [정답] ①

[출제 의도] 힘의 평형을 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. 자석 B만 한번 보자.

B는 아래로 중력과 아크릴 관이 밀어주는 힘이 있고, 위로는 A에 의한 자기력이 있어서 평형을 유지한다. 즉

자기력=중력+아크릴 관이 밀어주는 힘 이므로 자기력>아크릴 관이 밀어주는 힘이 성립한다.

(ㄱ. 참)

ㄴ. 아크릴관 입장에서는 지면이 아크릴 관을 떠받치는 힘과 B가 아크릴 관을 위로 작용하는 힘, 중력 방향으로는 아크릴 관의 중력이 작용한다. 즉,

중력=지면의 수직항력+B가 아크릴 관에 가하는 힘 인데, B가 아크릴 관에 가하는 힘이 제거되면 중력의 값이 일정한 상황에서 지면의 수직항력은 증가한다. (ㄴ. 거짓)

ㄷ. A는 윗방향으로 실의 장력, 아래로 A의 중력, B에 의한 자기력을 받는다. 즉,

자기력+중력=장력인데,

자기력이 사라지면

중력= 장력 이 된다. 따라서 장력이 감소한다. (ㄷ. 거짓)

4. [정답] ④

[출제 의도] 정전기 유도에 대해서 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. (다)에서 C가 양전하로 대전되었다는 것은 애초에 B가 양전하로 대전되었었다는 것을 추론할 수 있다. (나)에서 A와 B를 접촉하면 A,B가 서로 전하를 나누어 갖는데, B는 접촉 전에 중성이었다가 +로 전하가 바뀌므로 A는 애초에 +극으로 대전되어 있었다는 점을 추론할 수 있다.

(가)에서 중성 상태인 A가 지면에 연결되어 있는데, 여기에 X를 가져 오고 S를 열어 A가 +전하로 대전되었다는 것을 보면, X가 음전하이므로, 지면으로부터 양전하를 가져왔다고 판단할 수 있다. (또는 전자가 지면으로 빠져 나갔다고 추론할 수 있다.) 따라서 X는 음(-)으로 대전되어 있다.

(ㄱ. 참)

ㄴ. A의 전하량은 (가)에서 (나)로 변하는 동안 B에 자신의 전하의 일부를 제공해 준다. 따라서 A의 전하량은 (가) 직후가 더 크다. (ㄴ. 참)

ㄷ. (다)과정 직후 B와 C는 모두 양(+)전하를 띠므로 서로 척력이 작용한다. (ㄷ. 거짓)

5. [정답] ②

[출제 의도] 태양전지와 다이오드의 연결을 보고 반도체의 종류를 판별할 수 있는가?

[해설]

ㄱ. 태양 전지에서는 p형 반도체는 양(+)극 역할을 한다. 이 양극과 다이오드의 p형이 연결되어야만 다이오드에서 전류가 흐를 수 있다. (암기해두자.) 따라서 A는 p형 반도체이다. (ㄱ. 거짓)

ㄴ. LED의 p-n접합면에서 양공과 전자가 결합하여 에너지 준위 차에 해당하는 (띠틈) 빛이 나온다. (평가원에 출제된 발문입니다.) (ㄴ. 참)

ㄷ. B는 n형 반도체로 주로 자유 전자가 전류를 흐르게 한다. (ㄷ. 거짓)

6. [정답] ③

[출제 의도] 고유 길이와 고유 시간의 측정 방법을 알고 있는가?

[해설]

ㄱ. 입자 A의 이동 시간은 $\frac{8\text{광년}}{0.8c} = 10\text{년}$ 이다.

근데 A가 Q에 도달하는 순간 B가 R에 도달하기 때문에 B의 이동시간도 10년이다. (철수 입장)

따라서 Q와 R까지의 고유 길이는 $10\text{년} \times c = 10\text{광년}$ 이다.

하지만 움직이는 관측자 입장에서는 수축 길이로 보이므로 Q와 R사이 거리는 10광년보다 짧은 거리를 측정할 것이다. (ㄱ. 참)

ㄴ. 광속이 일정한 상황에서 Q에서 R까지 거리가 수축 길이로 측정되는 관측자가 바라본 광자의 이동 시간을 생각해 보자.

우선 철수가 봤을 때는 Q와 R까지 거리는 앞서 구한바와 같이 10광년이고, 빛이 10년동안 이동한다고 생각할 것이다. 움직이는 관측자 입장에서는 10광년보다 짧은 거리를 빛의 속력으로 B가 움직인다고 판단하기 때문에 10년 보다는 짧게 측정할 것이다. (ㄴ. 거짓)

ㄷ. 조심하자. 광속은 변함없이 c이다. (ㄷ. 참)

7. [정답] ③

[출제 의도] 여러 가지 핵붕괴와 베타 붕괴를 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. 베타 붕괴 시 나오는 전자 중성미자는 전하량이 없다. 따라서 X와 Y사이에는 전자기 상호작용이 불가능 하다. (ㄱ. 거짓)

A는 양성자가 2개이고, 중성자가 2개인 ${}^4_2\text{He}$ 이다. 양성자는 위 쿼크 2개, 아래 쿼크 1개다. 중성자는 위 쿼크 1개, 아래 쿼크 2개인데, 양성자 중성자는 각각 위 쿼크와 아래 쿼크 한 개씩 가지고 있다. 양성자는 거기에 위 쿼크가 한 개더, 중성자는 아래 쿼크가 한 개더 있다고 생각하면 된다. 즉 원자핵에서 중성자 비중이 크면 아래 쿼크 비중이 큰 것이고, 양성자 비중이 크다면, 위 쿼크 비중이 큰 것이다. 하지만, 둘다 2개씩 있는 ${}^4_2\text{He}$ 는 위 쿼크와 아래 쿼크 수가 같을 것이다. (ㄴ. 거짓)

ㄷ. (나)에서 보면, ${}^2_1\text{H}$ 2개의 질량을 더한 값이 A와 질량 결손 된 양의 합과 같다. 따라서 ${}^2_1\text{H}$ 2개의 질량은 A의 질량보다 크다.

(ㄷ. 참)

8. [정답] ②

[출제 의도] 전류에 의한 자기장 영향을 비교할 수 있는가?

[해설]

ㄱ. Q에서 자기장 방향은 A와 B에 의해서 둘다 들어가는 방향으로 형성되므로 알짜 자기장은 들어가는 방향으로 자기장이 형성될 것이다. P와 Q에서 자기장 방향이 반대이므로 P에서는 종이면을 나오는 방향으로 자기장이 형성될 것이다. (ㄱ. 거짓)

ㄴ. 만약 P에서 B까지의 거리가 d 라면 어떻게 될까? 둘의 전류의 크기가 같기 때문에 P에서는 자기장의 크기가 0이 될 것이다. 하지만, 종이면을 나오는 방향으로 자기장이 형성되어야 하므로, B에 의한 자기장이 A에 의한 자기장 보다 커야 한다. 전류의 크기가 같은데 자기장의 영향이 커야 하므로 거리가 d 보다 작아야 한다. (ㄴ. 참)

ㄷ. B와 A가 각각 P, Q에 만드는 자기장의 세기는 같은데, Q에서는 같은 방향, P에서는 반대 방향이므로 크기 자체는 Q가 P보다 크다. (ㄷ. 거짓)

9. [정답] ⑤

[출제 의도] 속력이 0이되는 순간의 시각을 추론할 수 있는가?

[해설]

2초와 3초일 때 위치가 같다는 점을 주목해 보자. 2초와 3초 사이에 한번 속력이 0이 되는 지점이 있었고, 위치가 같아질 때까지 1초 동안 올라갔다 내려왔다는 점을 확인할 수 있다. 만약 올라가서 0이 되는 순간까지 걸리는 시간이 0이 되고 나서 3초가 되는 순간까지 걸리는 시간이 달

랐다면 $\frac{1}{2}at^2$ 에 의해서 x 의 값이 서로 달랐을 것이다. 따라서 2초에서 출발하여 2.5초일 때 한번 정지하고 0.5초 동안 속력이 증가하여 3초일 때 $x=6$ 이 되었다고 해석할 수 있다.

가속도부터 구해보자.

일단 등가속도 운동이므로, 0초에서 2초까지 평균 속력은 3m/s 이며, 이는 1초 일때의 속력이다.

2.5초일 때 속력이 0이므로 1.5초동안 속력이 3m/s 만큼 감소했다는 점을 판단할 수 있다. 따라서 가속도의 크기는 2m/s^2 이다. (ㄴ. 참)

ㄷ. 그렇다면 0초 일 때 속력은 3m/s 에 2m/s 를 더한 5m/s 라는 점을 판단할 수 있다. (ㄷ. 참)

ㄱ. 1초일 때 속력이 3m/s 이고, 0초 일 때 속력이 5m/s 이므로 평균 속력이 4m/s 이다. 즉, ㉠은 $4\text{m/s} \times 1\text{초} = 4\text{m}$ 이다. (ㄱ. 참)

10. [정답] ④

[출제 의도] 전자기 유도를 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. 금속막대가 오른쪽으로 이동할수록 저항과 금속막대를 포함하는 폐곡선의 면적이 넓어진다. 오른손사 법칙에 의해서 저항에 흐르는 전류의 값은 $b \rightarrow \text{저항} \rightarrow a$ 이다. (ㄱ. 거짓)

ㄴ. 폐곡선의 면적이 일정하게 상승한다. 따라서 도선에 흐르는 전류의 값 또한 일정하다. (변화에 비례하므로) (ㄴ. 참)

ㄷ. $v=0$ 이면 폐곡선의 면적 변화가 0이다. 따라서 전류의 세기는 0이 될 것이다. (ㄷ. 참)

11. [정답] ④

[출제 의도] 초전도체의 성질과 자성을 이해하고 있는가?

[해설]

초전도체는 강한 반자성을 띤다. 외부 자기장과 반대 방향으로 자화되기 때문에 척력이 작용하며,

저항의 값은 0이 된다.

(가)는 척력, (나)는 0, (다)는 반자성이다.

12. [정답] ⑤

[출제 의도] 케플러 법칙을 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. q와 행성 사이의 거리를 L로 두자. 행성의 질량을 M이라 두면 q에서 A의 만유인력의 크기는 $4F = \frac{3GMm}{L^2}$ 이다.

r에서 B의 만유인력의 크기는 $3F = \frac{4GMm}{(L+d)^2}$ 이다.

$4F = \frac{3GMm}{L^2}$ 와 $3F = \frac{4GMm}{(L+d)^2}$ 를 연립하면

$L = 3d$ 이다. (ㄱ. 참) [이럴때는 그냥 $L = 3d$ 라 가정하고 만유인력의 크기가 같은지 파악하면 더 빨리 해결이 가능하다.]

ㄴ. 만유인력의 크기는 도는 위성의 질량이 일정할 때 거리의 제곱에 반비례한다.

p와 행성 사이의 거리가 d이고, q와 행성사이 거리가 3d이므로

p에서 만유인력의 크기는 q에서의 9배이다.

따라서 ㉠은 $9 \times 4F = 36F$ 이다. (ㄴ. 참)

ㄷ. p에서 보면 A는 더 안쪽 궤도를 돌고 있다. 따라서 속력은 A가 B보다 느리다. (ㄴ. 참)

13. [정답] ②

[출제 의도] 에너지 준위차이가 양자수가 증가함에 따라 어떻게 변하는지 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. $E = hf$ 에 의하여, 에너지 준위차가 클수록 더 큰 진동수를 흡수할 것이다. b가 c보다 준위 차가 높으므로 $f_c < f_b$ 이다. (ㄱ. 거짓)

ㄴ. c에 해당하는 에너지에 a에 해당하는 에너지를 빼면 $n = 2$ 와 $n = 3$ 사이의 에너지 준위차이에 해당하는 에너지인 $E_3 - E_2$ 가 나온다. $E = hf$ 에 의하여 $E_3 - E_2$ 에 $f_c - f_a$ 로 나누면 플랑크 상수 h가 나올 것이다.

마찬가지로 $f_b - f_c$ 에 해당하는 에너지는 $E_4 - E_3$ 이며, 둘을 나누게 되면 플랑크 상수 h가 나온다.

따라서

$$\frac{E_3 - E_2}{f_c - f_a} = \frac{E_4 - E_3}{f_b - f_c} = h \text{이다. (ㄴ. 참)}$$

ㄷ. 에너지 준위는 높아질수록(양자수 n이 증가할수록) 그 간격이 좁아진다. f_a 와 f_c 중간 지점의 진동수 보다는 f_b 가 더 커야 한다. 따라서

$$f_c > \frac{f_a + f_b}{2} \text{이므로, } 2f_c > f_a + f_b \text{이다. (ㄷ. 거짓)}$$

14. [정답] ①

[출제 의도] 송전의 상황을 보고 2차 변전소에 도달하는 전력의 크기를 구할 수 있는가?

[해설]

2차 변전소에 도달하는 전력은 P 에서 송전선에서의 손실 전력을 뺀 값과 같다. 즉, $V=2V_0$ 일 때, 손실 전력은 $\frac{1}{16}P$ 이다.

따라서 $\left(\frac{P}{2V_0}\right)^2 R = \frac{1}{16}P$ 이다.

그런데 $V=V_0$ 일 때, $R=2R$ 일 때 손실전력을 생각해 보면

$\left(\frac{P}{V_0}\right)^2 (2R) = \frac{1}{2}P$ 이다. 따라서 2차 변전소에 도달

하는 전력의 크기는 $P - \frac{1}{2}P = \frac{1}{2}P$ 이다.

15. [정답] ②

[출제 의도] 광전효과와 빛의 삼원색의 합성을 이해하고 있는가?

[해설]

ㄱ. A를 비추었을 때 (다)를 보면 전류가 흐르지 않는다. ($0 < t < 1$ 초 구간)

따라서 A는 금속판의 문턱 진동수보다 작은 진동수를 가지고 있어서 비추어주면 효과가 발현 되지 않는다.

$1\text{초} < t < 2\text{초}$ 구간을 보면, B에 의한 효과 때문에 광전류가 흐름을 추론할 수 있다. 즉, B는 금속판의 문턱 진동수 이상의 진동수를 가지고 있다.

$2\text{초} < t < 3\text{초}$ C에 의한 효과 때문에 광전류가 흐름을 추론할 수 있다. 즉, C는 금속판의 문턱 진동수 이상의 진동수를 가지고 있다.

즉, A의 진동수는 B, C와 금속판의 문턱 진동수

보다 작다는 점을 추론할 수 있다.

빛의 삼원색에 해당하는 빛 중에 진동수가 가장 작은 빨간색이 A이므로, 진공에서 파장이 제일 길다. (ㄱ. 거짓)

ㄴ. B와 C는 그렇다면 각각 파란색과 초록색인데, 광전류의 세기를 보면 서로 같다는 점을 보면 서로의 빛의 세기가 같다는 점을 알 수 있다. 따라서 두 빛을 흰 종이에 비추면 청록색이 보일 것이다. (ㄴ. 참)

ㄷ. B와 C를 함께 비추면 각각 I_0 의 광전류를 만들어 내므로 I_0 보다는 광전류가 크게 흐를 것이다. (실제로 $2I_0$ 이다.) (ㄷ. 거짓)

16. [정답] ③

[출제 의도] 필터 회로의 성질을 이해하고 있는가?

[해설]

저항과 축전기가 연결된 상태에서 진동수가 증가할수록 전체 전압이 일정한 상태에서 축전기에 분배되는 전압의 값이 감소된다. 이에 따라 저항에 걸리는 전압이 증가하여 전체 전류가 증가하게 된다.

진동수가 증가할수록 걸리는 전압의 최댓값이 커지는 Q는 저항 양단인 a와 b에 연결했을 때 결과일 것이며,

진동수가 증가할수록 걸리는 전압의 최댓값이 작아지는 P는 저항 양단인 b와 c에 연결했을 때 결과일 것이며,

진동수와 상관없이 최대 전압 값이 일정한 R은 저항과 축전기 양단인 a와 c에 연결했을 때의 결과일 것이다.

17. [정답] ⑤

[출제 의도] 열역학 과정을 보고 부피 변화를 추론할 수 있는가?

[해설]

ㄱ. 등압 과정에서 부피가 증가한다. 즉 기체가 외부로 일을 하고 내부 에너지는 증가한다. (내부 에너지가 증가하면, 외부로 일해 주며, 열량을 흡수한다. $Q = \Delta U + W$ 에서 $Q, \Delta U, W$ 가 부호가 같다.) (ㄱ. 참)

ㄴ. 단열 팽창 과정에서 기체는 압력이 감소한다.

(ㄴ. 참)

ㄷ. 이 선지가 중요하다.

둘의 해준 일의 양이 같은데, A는 등압과정이고, B는 단열과정이다. 그런데 A와 B의 압력과 부피의 값이 최종적으로 같다는 것을 보고 B는 초기 상태에서 압력이 감소한다는 점을 보면, 초기 압력 값 자체가 A보다는 컸다는 것을 추론할 수 있다. 즉, 같은 부피만큼 일을 해주면 A의 압력 보다는 B의 압력이 크기 때문에 해준 일이 B가 더 클 수밖에 없다. 따라서 해준 일의 양이 같기 위해서는 B의 부피 변화가 A의 부피 변화보다 작아야 한다.

즉, 부피의 증가량이 A가 더크고, 결과가 A, B가 같으므로 초기 부피는 A가 B보다 작다는 점을 추론할 수 있다. (ㄷ. 참)

18. [정답] ③

[출제 의도] 시계 방향 돌림힘 변화가 반시계 방향 돌림힘이 같다는 점을 추론할 수 있는가?

[해설]

막대 A를 주목해 보자. A의 오른쪽 끝에서 $8d$ 만큼 떨어진 곳에 축바퀴의 중심축이 있다. 즉, 이 축을 중심으로 돌림힘 평형식을 세우면 축바퀴의 돌림힘은 사라지게 된다.

축바퀴는 단순히 중심축을 기준으로한 받침대로 보면 된다.

이제 돌림힘을 보자.

p 가 A를 당겨주는 힘의 크기가 최대일 때, 막대 A의 시계방향 돌림힘 크기는 증가하고, 평형을 유지하기 위해서 반시계방향 돌림힘이 증가해야 한다. 그런데, A의 질량에 의한 돌림힘은 아래 공이 어떻게 움직이던지 간에 변함이 없다. 따라서 반시계방향 돌림힘의 변화를 주기 위해서는 물체와 A와 연결된 실의 장력 변화에 따라서 반시계 방향 돌림힘이 설정될 것이다.

반시계방향 돌림힘의

최댓값은 $mg(9d) + (A에 의한 돌림힘)$

최솟값은 (A에 의한 돌림힘) 이므로 둘의 차인 $9dmg$ 만큼 시계방향 돌림힘이 변해야 한다. 따라서 공이 P와 Q에 있을 때 A에서 p에 의한 돌림힘은 장력에 의해 변한다. 그 장력의 변화를 ΔT 라 하면, $3d\Delta T$ 이다.

이 변화량이 $9dmg$ 와 같아야 하므로, $\Delta T = 3mg$ 이어야 한다.

이제 B를 보자.

p에 의한 돌림힘 변화는 $L\Delta T = 3mgL$ 이고, 이는 곧 공에 의한 돌림힘 변화로 이루어져야 한다. 공의 질량이 $6m$ 이고, P, Q사이의 거리를 L_0 라 하면

$$3mgL = 6mg(L_0), L_0 = \frac{1}{2}L \text{이다.}$$

19. [정답] ③

[출제 의도] 변화량을 이용하여 질량비를 추론할 수 있는가? (가속도 방향을 주의하자.)

[해설]

실이 끊어지기 전 A, B, C는 속력이 감소하고 있다. 즉, B기준으로 빗면아래 방향으로 가속도가 형성되어 있다는 점을 판단할 수 있다. 그 크기를 a 라 하자. (속력이 v 에서 0으로 변하고 이동거리가 s)

끊어지고 나서는 A의 가속도의 방향은 빗면 아래 방향이고, 가속도의 크기는 $4a$ 이다. (속력이 0에서 $2v$ 으로 변하고 이동거리가 s 이므로)

여기서 우리는 가속도가 각각 어떻게 변했는지 판단이 가능하다.

A는 빗면 아래 방향으로 가속도가 a 에서

빗면 아래 방향으로 가속도 $4a$ 로 변했으므로 총 $3a$ 가 변했다.

B, C는 빗면 아래 방향으로 가속도가 a 에서 정지상태가 되므로, 총 a 가 변했다.

알짜힘 변화가 같은 상태에서 가속도의 변화는 전체 질량체의 역수의 비이므로 ($\Delta a = \frac{F}{m}$)

B와 C의 질량합: A의 질량 = $\frac{1}{a} : \frac{1}{3a}$ 이다.

따라서 A의 질량을 m 이라 하면, B, C의 질량합은 $3m$ 이다.

한편, B가 p에서 q로 운동하는 동안 역학적 에너지 변화량은 A가 C의 $\frac{3}{4}$ 배라는 점을 주목해 보자.

B와 A는 p에서 q로 운동하는 동안 함께 운동하므로, 속력의 값은 같고, 같은 빗면에서 운동하므로 높이 변화도 같다.

역학적 에너지 변화는 $m(g(h-h_0) + \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2))$ 인데, $h-h_0$ 와 $v^2 - v_0^2$ 의 값이 A와 B가 서로 같기 때문에 역학적 에너지 변화는 질량비와 같다.

C의 역학적 에너지 변화를 $4E$ 라 하면

A의 역학적 에너지 변화는 $3E$ 이다.

역학적 에너지 변화는 장력이 해준 일과 같은데, C의 입장에서는 실이 운동 방향과 반대 방향으로 작용하고 있으므로, 역학적 에너지가 감소하고

A의 입장에서는 a 가 운동 방향과 같은 방향으로 작용하고 있으므로 증가한다.

A, B, C 전체 역학적 에너지 변화는 0이다.

따라서 감소한 양은 증가한 양과 같아야 하므로 B의 역학적 에너지 변화를 E_0 라 하면

$$4E = E_0 + 3E, E_0 = E \text{이다.}$$

그런데 앞서 말한 듯 역학적 에너지 변화량의 비는 질량비와 같으므로

A의 질량:B의 질량은 $3E:E$ 이다.

즉, B의 질량은 $\frac{1}{3}m$ 이고,

C의 질량은 $3m - \frac{1}{3}m = \frac{8}{3}m$ 이므로, $\frac{m_A}{m_C} = \frac{3}{8}$ 이다.

20. [정답] ④

[출제 의도] 부피의 정의와 베르누이 법칙을 이해하고 있는가?

[해설]

일단 베르누이법칙을 생각해 보자.

(가) 피스톤과 왼쪽 수면사이 높이차가 d 이므로,

P와 Q에서 동압 차는 $\frac{1}{2}\rho((3v)^2 - v^2) = 4\rho v^2$ 이고,

유체기둥에 의한 압력차는 $4\rho g d - \rho g d = 3\rho g d$ 이다.

이 두 값이 같아야 하므로 $d = \frac{4v^2}{3g}$ 이다.

여기서 잘 봐야 하는 게, v 가 2배가 되면, 수면의 높이차가 $4d$ 가 된다는 점을 확인할 수 있다. 즉, (나)에서 높이차는 $4d$ 이다.

이제 (가)와 (나)로 변할 때, 두가지 효과를 생각해 봐야 한다.

1) 물체가 4ρ 인 액체에 잠긴 부피가 감소.

2) 높이 차가 d 에서 $4d$ 로 변화

1)의 효과를 먼저 생각해 보자.

실을 끊으면 물체의 중력과 부력이 같아야 한다. (나)에서 ρ 인 액체에서 잠긴 부피를 V 라 하면,

$$\rho V g + 4\rho(3d^3 - V)g = 3\rho(3d^3)g, \quad V = d^3 \text{이다.}$$

즉, 4ρ 인 액체에 잠긴 부피가 d^3 만큼 변화하고, 이는 양쪽 수면을 같은 높이만큼 감소시킨다. 높이 변화를 x 라 하면,

$$2d^2x + d^2x = d^3, \quad x = \frac{1}{3}d \text{이다.}$$

즉, 1)의 효과는 양쪽 수면을 $\frac{1}{3}d$ 만큼 감소시킨다.

2)를 보자.

왼쪽 수면의 높이가 낮아지면, 오른쪽 수면이 높아진다. 피스톤의 높이 증가량을 y , 왼쪽 수면의 감소량을 y_0 라 하면, 4ρ 인 액체 전체양이 변하지 않으므로 왼쪽에서 내려간 부피만큼 오른쪽에서 늘어나야 한다. 따라서

$$2d^2y_0 = d^2y, \quad 2y_0 = y \text{이다.}$$

두 수면의 높이가 d 에서 $4d$ 로 $3d$ 만큼 벌어지므로, $y_0 + y = 3d$ 이어야 한다.

둘을 연립해보면, $y_0 = d$ 이고, $y = 2d$ 이다.

즉, 1)과 2)에 의해서 피스톤은 처음에 비해

$$-x + y = \frac{5}{3}d \text{만큼 증가한다. } d = \frac{4v^2}{3g} \text{이므로,}$$

$$-x + y = \frac{20v^2}{9g} \text{이다.}$$