제 2 교시

수학 영역(나 형)

홀수형

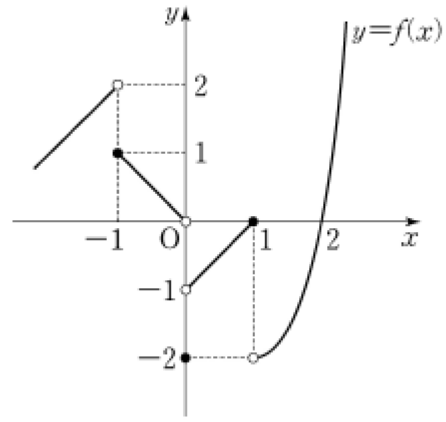
미니모의고사

1. 방정식 $x+y+z+5w=14$를 만족시키는 양의 정수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수는?

[4점][2016년 6월]

① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

2. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to 0+} f(f(f(x)))+\lim\limits_{x \to \infty} f\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$의 값은?

[3점][자작 보충문제]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+a & (x\le 2) \\ x^2-4 & (x>2) \end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} x-4 & (x\le 2) \\ \dfrac{1}{x-2} & (x>2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

[4점][2016년 10월]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$|a_1+a_3+a_5|\le a_2+a_4$$

을 만족할 때, $\sum_{n=1}^{5} a_n$의 값을 구하여라.

[4점][자작 보충문제]

① $-\frac{9}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 3 ⑤ $\frac{9}{2}$

5. 네 사람이 다섯 곳의 휴양지 중에서 각각 하나의 휴양지를 임의로 선택한다고 할 때, 세 사람만 같은 휴양지를 선택하는 경우의 수를 구하시오.

[4점][2006학년도 수능]

6. 두 상수 a, b가 $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b}=3$ 을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2006학년도 수능]

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

7. $\lim_{n\to\infty}\frac{a^{n+2}+3^{n+1}}{a^n+3^n+2^n}=2a$이 성립하도록 하는 a값의 합은?

[4점][자작 보충문제]

① $-\frac{9}{2}$ ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ $\frac{9}{2}$

8. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n+1}-\frac{n+2}{2n}\right)$이 수렴할 때,

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{4n+1}$의 값은?

[3점][2015년 4월 - 변형]

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

9. 첫째항이 400, 공차가 -5인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_3}}+\frac{1}{\sqrt{a_3}+\sqrt{a_5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{a_{59}}+\sqrt{a_{61}}}$$

의 값은?

[3점][2006년 10월]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

10. 함수 $f(x)=x^2-2x+4$와 두 집합

$A=\{f(x)\,|\,x\geq 2\}$, $B=\{f(x)\,|\,x\leq p\}$, $C=\{n\,|\,n$은 자연수$\}$

에 대해, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고르시오.

<보 기>

ㄱ. $\{4,\ 7\}\subset A$

ㄴ. $p=3$일 때, $A\subset B$

ㄷ. $p=2$일 때, $\{C-B\}=\{1,\ 2\}$

[4점][자작 보충문제]

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$의 세 항 a_2, a_4, a_9가 이 순서대로 공비 r인 등비수열을 이룰 때, $6r$의 값을 구하시오.

[4점][2011학년도 수능]

12. 등비수열 $\{a_n\}$에 대해 다음이 성립한다.

(가) $\dfrac{a_6-a_5}{a^4}=6$

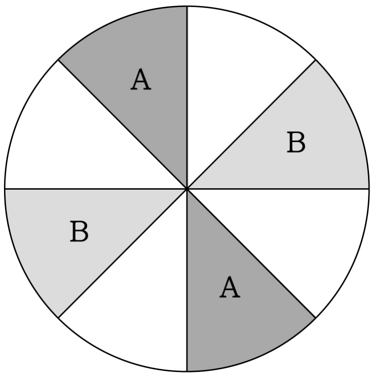
(나) 수열 $\left\{\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k+1\right\}$은 등비수열이다.

a_2의 값을 구하여라.

[4점][자작 보충문제]

13. 8등분된 원판에 A, B, C, D, E, F 의 6가지 색을 모두 사용하여 영역을 구분하려고 한다. 그림과 같이 A, B 두 가지 색은 이미 칠해져 있을 때, 칠해져 있지 않은 영역에 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 칠하고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.)

[3점][2009년 10월]



14. $(x+a)^{10}$의 전개식에서 세 항 x, x^2, x^4의 계수가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 상수 a의 값은? (단, $a \neq 0$)

[3점][2010년 3월]

① $\frac{28}{27}$ ② $\frac{27}{26}$ ③ $\frac{26}{25}$ ④ $\frac{25}{24}$ ⑤ $\frac{24}{23}$

15. $P_n = 3^{\frac{1}{n(n+1)}}$에 대하여 $P_1 \times P_2 \times P_3 \times \cdots \times P_{2010} = 3^k$ 일 때, 상수 k의 값은? (단, n은 자연수이다.)

[3점][2010년 4월]

① $\frac{2009}{2010}$ ② $\frac{2010}{2011}$ ③ 1 ④ $\frac{2011}{2010}$ ⑤ $\frac{2010}{2009}$

16. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n이라 하자. (단, $a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_n < \ldots$ 이다.)

$a_1 = 1,\ a_2 = 4$

$(S_{n+1} - S_{n-1})^2 = 4a_n a_{n+1} + 4 \ (n = 2, 3, 4, \ldots)$

일 때, $\sum_{n=1}^{25} a_n$의 값은?

[3점][2005년 9월 - 변형]

17. $\log_{(x-3)}(-x^2+11x-24)$가 정의되기 위한 모든 정수 x의 합을 구하시오.

[3점][2009년 4월]

18. 수렴하는 무한수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{3n(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)} - 2a_n \ (n=1,\ 2,\ 3,\cdots)$$

이 성립할 때, $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$이다. 30α의 값을 구하시오.

[4점][2005년 7월]

19. 좌표평면에서 직선 $x-3y+3=0$ 위에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 자연수인 모든 점의 좌표를 각각 $(a_1,\ b_1),\ (a_2,\ b_2),\ \cdots,\ (a_n,\ b_n),\ \cdots$ 이라 할 때,

무한급수 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n b_n}$의 값은? (단, $a_1 < a_2 < \cdots < a_n < \cdots$ 이다.)

[3점][2005년 9월]

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

20. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=1,\ \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=k$$

를 만족시키고, 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} x+1 & (x\le 2) \\ 2-x & (x>2) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 실수 전체에서 연속이 되도록 하는 상수 k의 값은?

[4점][2014년 7월 - 변형]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

※ **확인 사항**

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2017학년도 대학수학능력시험 [나형] 해설

1) ③

난이도 : 기본

(i) $w=1$일 때

$x+y+z=9$ (x, y, z는 자연수)이므로 ${}_3H_6={}_8H_6=28$

(ii) $w=2$일 때

$x+y+z=4$ (x, y, z는 자연수)이므로 ${}_3H_1={}_3H_1=3$

(i), (ii)로 부터 구하고자 하는 순서쌍 $(x,\ y,\ z,\ w)$의 개수는 31

2) ①

난이도 : 3등급컷

함수의 극한의 뜻

3) ②

난이도 : 3등급컷

함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속이 되기 위해서는

$\lim_{x\to 2}f(x)g(x)=f(2)g(2)$ 이어야 한다.

$\lim_{x\to 2-}f(x)g(x)=\lim_{x\to 2-}\{(-x^2+a)\times(x-4)\}$

$=(-4+a)\times(-2)=8-2a$

$\lim_{x\to 2+}f(x)g(x)=\lim_{x\to 2+}\left\{(x^2-4)\times\frac{1}{x-2}\right\}$

$=\lim_{x\to 2+}(x+2)=4$

$f(2)g(2)=(-4+a)\times(-2)=8-2a$

이므로 $8-2a=4$, $a=2$

4) ③

난이도 : 3등급 上

5) 80

난이도 : 3등급 上

네 사람을 세 명과 한 명의 두 조로 나누고 다섯 곳이 휴양지에서 두 곳을 선택하여 배치하는 방법의 수이므로

${}_4C_3\times{}_1C_1\times{}_5P_2=80$ (가지)

6) ①

난이도 : 기본

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b}=3$에서

$x\to 2$일 때 (분자)→0이므로 (분모)→0이어야 한다.

따라서 $\lim_{x\to 2}(x^2-b)=4-b=0$에서 $b=4$

$\therefore\ \lim_{x\to 2}\frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-a)}{(x-2)(x+2)}$

$=\lim_{x\to 2}\frac{x-a}{x+2}=\frac{2-a}{2+2}=3$

$\therefore\ a=-10$

$\therefore\ a+b=-10+4=-6$

7) ⑤

등비수열의 극한 – 식변형

난이도 : 2등급

8) ⑤

난이도 : 3등급컷

[출제의도] 무한급수와 일반항 사이의 관계 이해하기

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n+1}-\frac{n+2}{2n}\right)$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{n+1}-\frac{n+2}{2n}\right)=0$

9) ①

난이도 : 3등급 上

$$(\text{준식})=\frac{\sqrt{a_1}-\sqrt{a_3}}{a_1-a_3}+\frac{\sqrt{a_3}-\sqrt{a_5}}{a_3-a_5}+\cdots+\frac{\sqrt{a_{59}}-\sqrt{a_{61}}}{a_{59}-a_{61}}$$

$$=\frac{1}{10}(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_{61}})=\frac{1}{10}(\sqrt{400}-\sqrt{100})=1$$

10) ⑤

난이도 : 2등급

(찍어서 맞춘 경우 제외)

11) 15

난이도 : 3등급컷

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라고 하면

$a_2=a_1+d$

$a_4=a_1+3d$

$a_9=a_1+8d$

이때 세 항 a_2, a_4, a_9는 등비수열을 이루므로 등비중항에 의해

$(a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+8d)$

$a_1^2+6a_1d+9d^2=a_1^2+9a_1d+8d^2$

$d(3a_1-d)=0$

$\therefore\ d=3a_1\ (\because\ d\neq 0)$

즉, $a_2=4a_1$, $a_4=10a_1$ 이므로

$r=\frac{10a_1}{4a_1}=\frac{5}{2}$

$\therefore\ 6r=15$

12) 6

난이도 : 3등급 上

등비수열의 합

등비수열의 일반항

13) 12

난이도 : 3등급컷

구하는 방법의 수는 $\frac{4!}{2}=12$ 가지이다.

14) ①

난이도 : 3등급컷

$(x+a)^{10}$의 전개식에서 x, x^2, x^4의 계수는

${}_{10}C_1a^9$, ${}_{10}C_2a^8$, ${}_{10}C_4a^6$ 즉, $10a^9$, $45a^8$, $210a^6$

이 순서로 등비수열을 이루므로

$(45a^8)^2=10a^9\cdot 210a^6$

$\therefore\ a=\frac{28}{27}$

15) ②

난이도 : 3등급컷

$3^{\frac{1}{n(n+1)}}=3^{\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}}$ 이므로

$P_1\times P_2\times P_3\times\cdots\times P_{2010}$

$=3^{\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}\right)}$

$=3^{1-\frac{1}{2011}}=3^{\frac{2010}{2011}}$ 이다.

따라서, $k=\dfrac{2010}{2011}$ 이다.

16) 649

난이도 : 2등급

$S_{n+1}-S_{n-1}=a_{n+1}+a_n$ 이므로 주어진 식은

$(a_{n+1}+a_n)^2=4a_na_{n+1}+4$

$a_{n+1}-2a_na_{n+1}+a_n^2=4$

따라서 $(a_{n+1}-a_n)^2=4$

$\therefore a_{n+1}-a_n=2$ ($\because a_{n+1}>a_n$)

이후 생략

17) 18

난이도 : 3등급 上

밑 $x-3>0$이고 $x-3\neq 1$이므로

$3<x<4$ 또는 $x>4$이다.

진수 $-x^2+11x-24>0$이므로

$3<x<8$이다.

두 조건을 동시에 만족하는 정수는 5, 6, 7이다.

$\therefore\ 5+6+7=18$

18) 15

난이도 : 3등급 上

$$\lim_{n\to\infty}a_{n+1}=\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{3n(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)}-2a_n\right\}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3n(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)}-\lim_{n\to\infty}2a_n$$

그런데 $\lim_{n\to\infty}a_{n+1}=\lim_{n\to\infty}a_n$ 이므로

$\alpha=\dfrac{3}{2}-2\alpha$ 에서 $\alpha=\dfrac{1}{2}$ $\therefore\ 30\alpha=15$

19) ③

난이도 : 3등급 컷

직선의 방정식은 $y=\dfrac{1}{3}x+1$ 이므로 x 는 3의 배수이다.

$x=3n$ 로 놓으면 $y=n+1$ 이다. ($n=1,2,3,\ldots$)

따라서 $a_n=3n$, $b_n=n+1$ 이다.

$\dfrac{1}{a_nb_n}=\dfrac{1}{3n(n+1)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_nb_n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{3}\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{3}$$

20) ②

난이도 : 3등급 上

$\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}=1$ 이므로

$f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1 인 이차함수

$\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=k$ 이므로 $f(x)=(x-1)(x-a)$

$\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=1-a=k$

$h(x)=f(x)g(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되어야 하므로

$h(2)=\lim_{x\to 2+}h(x)=\lim_{x\to 2-}h(x)$

$h(2)=f(2)g(2)=3(2-a)$

$\lim_{x\to 2+}h(x)=\lim_{x\to 2+}(x-1)(x-a)(2-x)=0$

$\lim_{x\to 2-}h(x)=\lim_{x\to 2-}(x-1)(x-a)(x+1)=3(2-a)$

따라서 $a=2$ 이므로 $k=-1$