〈원래 의도한 풀이〉 난이도 ☆☆☆☆☆

(나) 조건에서 $(f(x))^2 = -3g'(x)(g(x))^2 e^{g(x)}$

$g(x)$의 역함수를 $h(x)$라고 정의하자

$(f(h(x)))^2 = -3g'(h(x))\,x^2 e^{x} = -\dfrac{3x^2e^x}{h'(x)}$

(가) 조건에서 $h(x)f(h(x)) = x$ 이므로

$\left(\dfrac{x}{h(x)}\right)^2 = -\dfrac{3x^2e^x}{h'(x)}$

$\therefore -\dfrac{h'(x)}{(h(x))^2} = 3e^x$ 에서 $\dfrac{1}{h(x)} = 3e^x + C$

(C는 적분상수)

(양변 적분한거임)

$g\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ ((나) 조건에 의함) 즉 $h(0) = \frac{1}{3}$ $\therefore C = 0$

$\therefore h(x) = \dfrac{1}{3e^x} = \dfrac{1}{3}e^{-x}$, $g(x) = -\ln 3x$

$\therefore f(x) = -\dfrac{\ln 3x}{x}$

즉 극값을 가지는 점의 x좌표는 $\frac{e}{3}$ $\therefore$ 답: $\frac{120}{e}\cdot\frac{e}{3} = 40$

〈더 쉬운 풀이 ㅠㅠ〉 난이도 ☆☆☆

(나) 미분하면 $-\dfrac{(f(x))^2}{e^{xf(x)}} = 3x^2(f(x))^3 + 3x^3f'(x)(f(x))^2$ 에서

$-\dfrac{1}{x^2} = 3(f(x) + xf'(x))e^{xf(x)}$ 이고 이를 양변 적분하면

$\dfrac{1}{x} = 3e^{xf(x)}$ $\therefore f(x) = -\dfrac{\ln 3x}{x}$

답 40

ㅠㅠㅠ 난 바보대가리야 ㅠㅠㅠㅠ