우주설 논술분석

한양대 편

by우주설

목차

2분할로 제작되었습니다.

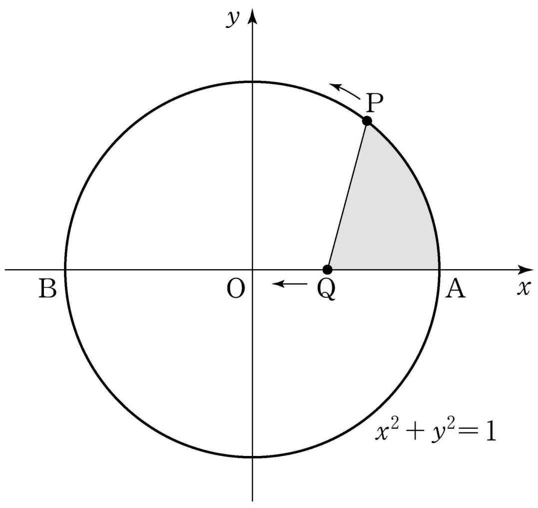
좌측페이지의 문제를 게시하였습니다.
우측의 비어있는 공간을 활용하여 풀이·필기하거나, 좌측 문제를 봤을 때 의 해석을 우측에 기재해놓았으니 읽으면서 이해하시면 됩니다.

기출문제는 총 3개년의 9회,
총 18문항을 분석합니다.

1. 논술은 수능/교육청 모의고사로부터

1. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P는 점 A$(1, 0)$에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{2}$의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q는 점 A에서 출발하여 점 B$(-1, 0)$을 향하여 매초 1의 일정한 속력으로 x축 위를 움직이고 있다. 점 P와 점 Q가 동시에 점 A에서 출발하여 t초가 되는 순간, 선분 PQ, 선분 QA, 호 AP로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 출발한 지 1초가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은?

[4점][2008학년도 수능]

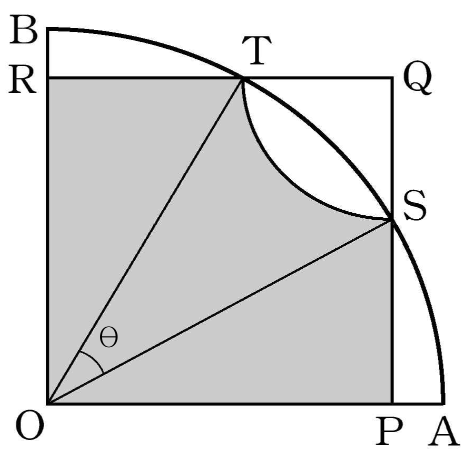


① $\frac{\pi}{4}-1$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{3}$

④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{\pi}{4}+1$

2. 그림과 같이 중심각의 크기가 $90°$이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴 AOB와 선분 OA 위를 움직이는 점 P가 있다. 선분 OP를 한 변으로 하는 정사각형 OPQR가 호 AB와 서로 다른 두 점 S, T에서 만날 때, 정사각형 OPQR에서 점 Q를 중심으로 하고 반지름이 QS인 부채꼴 SQT를 제외한 어두운 부분의 넓이를 D라 하자. $\angle \mathrm{SOT}=\theta$라 할 때, D가 최대가 되도록 하는 θ에 대하여 $10\pi \tan\theta$의 값을 구하시오.

[4점][2008년 9월]

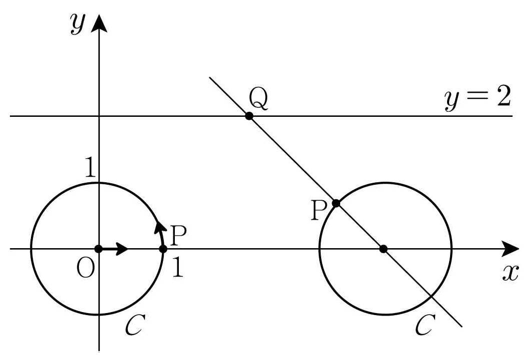


1번 서술란

2번 서술란

3.좌표평면 위의 반지름의 길이가 1인 원 C와 이 원 위를 움직이는 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P는 원 C위를 시계 반대 방향으로 매초 1의 속력으로 움직인다.
(나) 원 C는 x축의 양의 방향으로 매초 10의 속력으로 움직인다.



원 C는 중심이 원점에서, 점 P는 점 (1, 0)에서 동시에 출발할 때, 원 C의 중심과 점 P를 지나는 직선이 직선 $y=2$와 만나는 점을 Q라 하자. 출발한 후 $\frac{3}{4}\pi$초가 되는 순간, 점 Q는 직선 $y=2$ 위를 매초 a의 속력으로 움직인다. a의 값을 구하시오.

3번 서술란

4번 서술란

4.정의역이 $\{x \mid 0 \le x \le \pi\}$인 함수 $f(x)=2x\cos x$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $f'(a)=0$ 이면 $\tan a=\frac{1}{a}$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 가지는 a가 구간 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$에 있다.

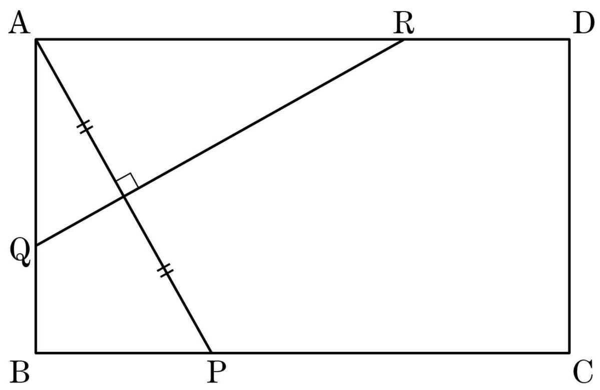
ㄷ. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$에서 방정식 $f(x)=1$의 서로 다른
실근의 개수는 2이다.

[4점][2012학년도 수능]

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5.그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=2\sqrt{3}$인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 BC 위의 점 P에 대하여 선분 AP의 수직이등분선이 두 직선 AB, AD와 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. 선분 QR의 길이의 최솟값이 k일 때, $4k^2$의 값을 구하시오. (단, 점 P는 점 B가 아니다.)

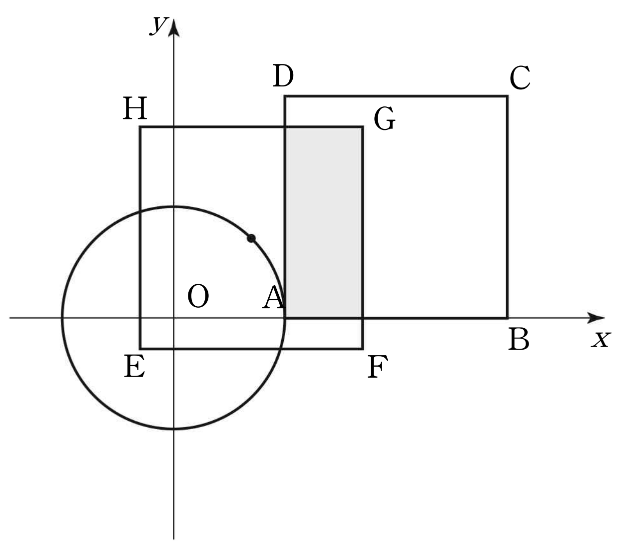
[4점][2013년 10월]



5번 서술란

6.그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 A(1, 0), B(3, 0), C(3, 2), D(1, 2)를 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD가 있다.
한 변의 길이가 2인 정사각형 의 두 대각선의 교점이 원 $x^2+y^2=1$ 위에 있을 때, 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은? (단, 정사각형의 모든 변은 x축 또는 y축에 수직이다.)

[4점][2014년 4월]



① $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

6번 서술란

7.함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=100|f(x)|-\sum_{k=1}^{n}|f(x^k)|$$

이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

[4점][2015학년도 수능]

7번 서술란

8.이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\ln(x+1)} & (x\neq 0) \\ 8 & (x=0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 구간 $(-1,\infty)$에서 연속일 때, $f(3)$의 값은?

[3점][2014학년도 수능]

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

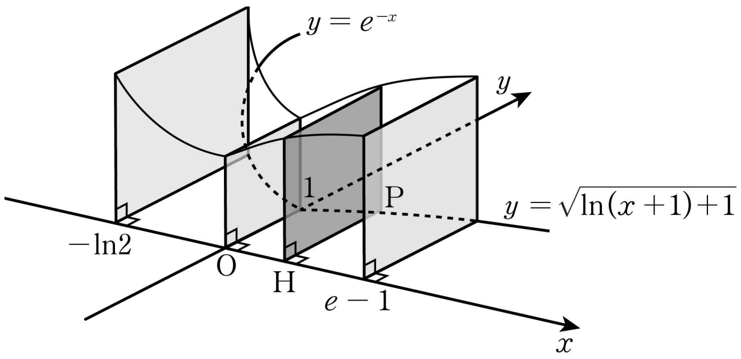
8번 서술란

9.그림과 같이 함수

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x} & (x<0) \\ \sqrt{\ln(x+1)+1} & (x\geq 0) \end{cases}$$

의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(x, f(x))$에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 PH를 한 변으로 하는 정사각형을 x축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 P의 x좌표가 $x=-\ln 2$에서 $x=e-1$까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는?

[4점][2016년 3월]



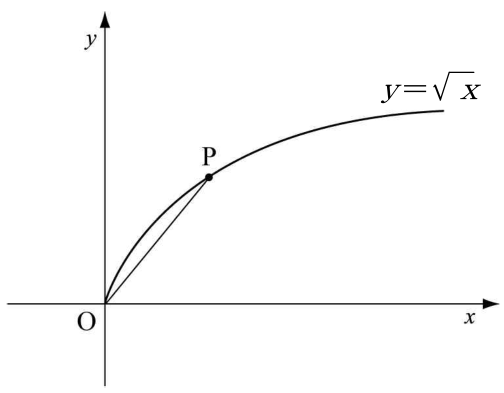
① $e-\frac{3}{2}$ ② $e+\frac{2}{3}$ ③ $2e-\frac{3}{2}$

④ $e+\frac{3}{2}$ ⑤ $2e-\frac{2}{3}$

9번 서술란

10.점 P는 원점 O를 출발하여 곡선 $y=\sqrt{x}$를 따라 원점에서 멀어지고 있다. 점 P의 x좌표가 매초 2의 속도로 일정하게 변할 때, 직선 OP의 기울기가 10이 되는 순간 점 P의 y좌표의 시간(초)에 대한 순간변화율을 구하시오.

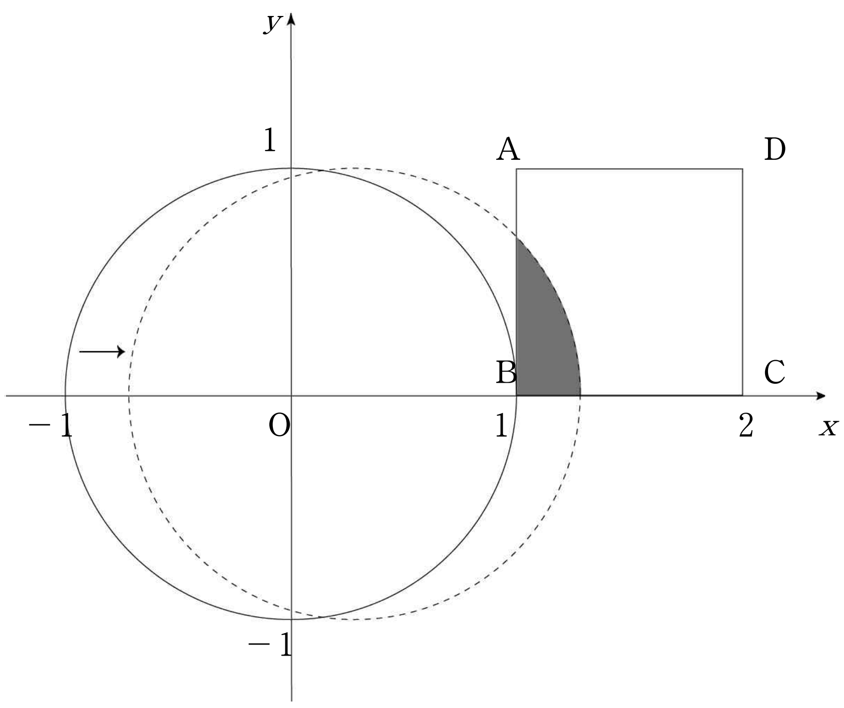
[4점][2008년 7월]



10번 서술란

11.좌표평면 위에 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 O와 네 점 A(1, 1), B(1, 0), C(2, 0), D(2, 1)을 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD가 있다. 원 O의 중심이 x축을 따라 양의 방향으로 매초 1의 일정한 속력으로 움직인다. t초 후 원의 내부와 정사각형 ABCD의 내부가 겹치는 부분의 넓이를 S라 하자. 원 O의 중심이 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$을 지나는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은? (단, $0 \le t \le 1$)

[4점][2012년 7월]

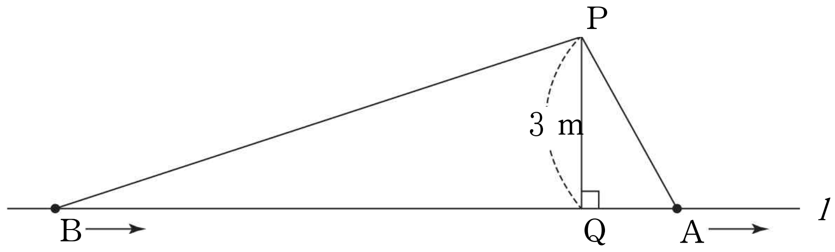


① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

11번 서술란

12.그림과 같이 두 정점 P, Q 사이의 거리가 3 m이고, 점 Q를 지나고 선분 PQ에 수직인 직선을 l이라 하자. 점 A가 점 Q에서 출발하여 직선 l을 따라 초속 1 m의 일정한 속력으로 움직일 때, 직선 l 위의 점 B는 $\overline{AP}+\overline{PB}=20$ (m)을 만족시키며 점 Q쪽으로 움직이고 있다. $\overline{AQ}=4$ (m)가 되는 순간, 선분BQ의 길이 (m)의 시간(초)에 대한 변화율은?

[4점][2013년 4월]



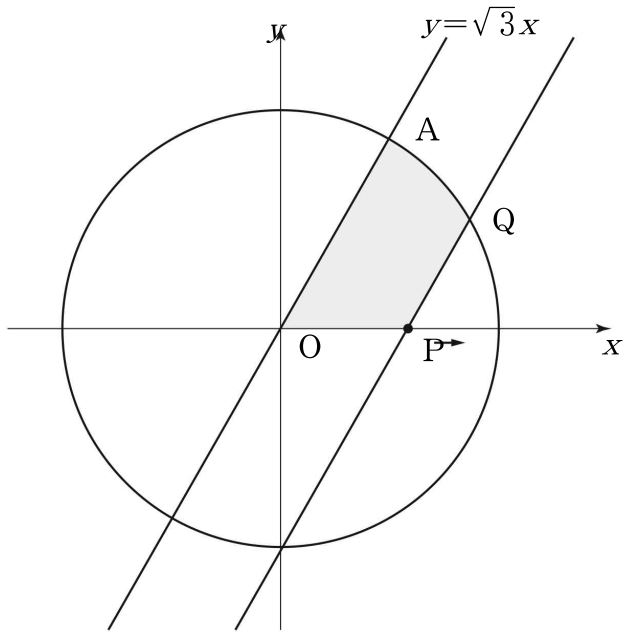
① $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{6}}{6}$

12번 서술란

13.그림과 같이 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 10인 원이 있다. 직선 $y=\sqrt{3}x$와 원이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 점 P는 원점 O를 출발하여 x축을 따라 양의 방향으로 매초 2의 일정한 속력으로 움직인다. 점 P가 원점 O를 출발하여 t초가 되는 순간, 점 P를 지나고 직선 $y=\sqrt{3}x$에 평행한 직선이 제1사분면에서 원과 만나는 점을 Q라 하자.
세 선분 AO, OP, PQ와 호 QA로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, 점 Q의 y좌표가 5가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율을 구하시오. (단, $0<t<5$)

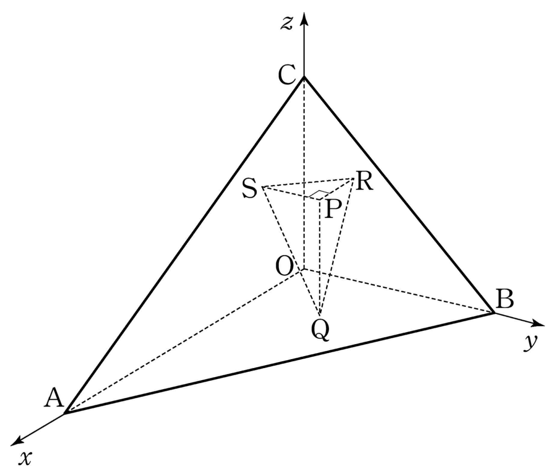
[4점][2015년 4월]



13번 서술란

14.좌표공간에서 평면 $x+2y+2z=54$ 위의 세 점 A(54, 0, 0), B(0, 27, 0), C(0, 0, 27)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 내부에 점 P(x, y, z)가 있다. 점 P의 xy평면 위로의 정사영을 Q, yz평면 위로의 정사영을 R, zx평면 위로의 정사영을 S라 하자. $\overline{QR}=\overline{QS}$일 때, 사면체 QPRS의 부피의 최댓값을 구하시오.

[4점][2007학년도 수능]



14번 서술란

2.한양대 논술은 쉬운 논술부터

[2016학년도 단국대학교 논술 기출문제(오전)]

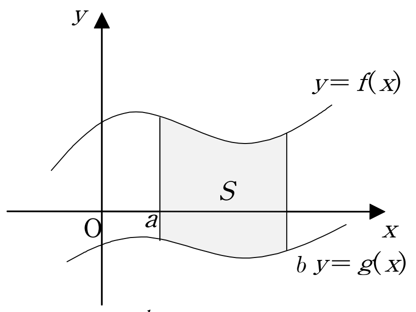
(가) 함수 $f(x)$가 어떤 열린 구간에서 미분가능할 때, 그 구간의 모든 x에 대하여 $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 증가하고, $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다. 또, 함수 $f(x)$가 닫힌 구간에서 연속이면, 이 구간에서 함수 $f(x)$는 최댓값과 최솟값을 갖는다.

(나) 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 곱 $f(x)g(x)$의 미분법을 이용하면 다음과 같은 적분 공식을 얻을 수 있다.

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

이와 같은 적분법을 부분적분법이라고 한다.

(다) 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속인 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b\,(a<b)$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.



$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)|\,dx$$

[논제 1] 두 곡선 $y = xe^{x}$, $y = axe^{x}$ 및 두 직선 $x=-1$, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이가 $6\left(1-\frac{1}{e}\right)$일 때, 실수 a의 값을 구하시오. (단, a는 음의 실수) (10점)

[논제 2] 좌표평면에서 곡선 $x^2+y^2=r^2\,(y>0,\ r$는 양의 실수$)$ 위를 움직이며 y축에 대하여 대칭인 두 점 P, Q가 있다. 네 점 $(-r, 0)$, $(r, 0)$, P, Q를 꼭짓점으로 하는 사각형 중 넓이가 최대인 것을 R라 하자. 실수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(1) 곡선 $y=kx^2$은 두 점 P, Q를 지난다.
(2) 사각형 R의 내부에서 곡선 $y=kx^2$의 윗 부분을 뺀 도형의 넓이가 $15\sqrt{3}$이다.

두 실수 r와 k의 값을 구하시오. (20점)

[2016학년도 단국대학교 논술 기출문제(오후)]

(가) 함수가 일대일대응이면 역함수를 갖는다. 그러므로 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 역함수를 갖는다. 마찬가지로 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)<0$인 경우에도 $f(x)$는 역함수를 갖는다. 예를 들어 $f(x)=1+x-e^{-x}$는 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)=1+e^{-x}>0$이므로 역함수를 갖는다.
(나) 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 부정적분 중의 하나를 $F(x)$라 하면 $\int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a)$ 이다.
(다) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 $a+t$까지 변할 때 $\frac{f(a+t)-f(a)}{t}$를 함수 $y=f(x)$의 평균변화율이라 하고, 평균변화율의 극한값 $\lim_{t\to 0}\frac{f(a+t)-f(a)}{t}$ 가 존재하면 함수 $y=f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다. 이때, 이 극한값을 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 순간변화율 또는 미분계수라고 하고 기호로 $f'(a)$와 같이 나타낸다.

$f(x)=1+x-e^{-x}$의 역함수를 $g(x)$라 하고, $h(x)=(x^2-2x+2)e^x$일 때, [논제 1]과 [논제 2]의 물음에 답하시오.

[논제 1] $\int_0^{f(1)} e^{g(x)}\,dx$의 값을 구하시오. (10점)

[논제 2] $a\le 0$일 때,

$$K(a)=\lim_{t\to 0}\frac{h(g(a)+g(t))-h(g(a))}{t}$$ 라 하자.

$K(a)$의 최댓값과 이때의 a의 값을 구하시오. (20점)

[2017학년도 단국대학교 논술 기출문제(오전)]

(가) 우리 주변에는 해수면의 높이, 기차가 움직인 거리 등 시간에 따라 관찰 대상의 위치가 변하는 현상이 많다. 시각 t일 때의 위치를 나타내는 함수를 $x(t)$라 할 때, $x(t)$를 t에 대하여 미분하면 위치의 순간변화율을 구할 수 있다.
(나) 함수 $f(x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 연속이고, 자연수 n에 대하여 구간 $[a,\ b]$를 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)의 x좌표를 차례로 $a=x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}, x_n=b$라 하자.   이때, 극한값 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\frac{b-a}{n}$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 하고, 이를 기호로 $\int_a^b f(x)dx$와 같이 나타낸다.
(다) (1) [적분과 미분의 관계] 함수 $f(x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때 $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$ (단, $a<x<b$)   (2) [부분적분법] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때 $\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$

[논제 1] 오른쪽 그림과 같이 수면의 높이가 $x$cm일 때, 물의 부피가 $\sqrt{x^2+x}$cm^{3}이 되는 그릇이 있다. 비어있는 이 그릇에 물을 매초 7cm^{3}씩 넣을 때, 수면의 높이가 3cm가 되는 순간 수면의 높이의 변화율을 구하시오. (10점)

[논제 2] 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음을 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오. (10점)

$$\int_0^x e^t f(t)dt+\int_1^{x+1} te^{t-1}dt=e^x f(x)+x^2-\frac{1}{2}$$

[논제 3] 구간 $[1,2]$를 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)의 x좌표를 차례로

$$1=x_0,\ x_1,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=2$$

라 하고, $k(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$에 대하여 점 $(x_k,\ 0)$을 P_k, 점 $(x_k,\ \ln x_k)$를 Q_k, $y=\ln x$ 위의 점 Q_k에서의 접선이 x축과 만나는 점을 R_k라 하자.
삼각형 $\mathrm{P}_k\mathrm{Q}_k\mathrm{R}_k$의 넓이를 S_k라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{n+k}$의 값을 구하시오. (20점)

[2017학년도 단국대학교 논술 기출문제(오후)]

(가) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시키면 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다. (1) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다. (2) 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다. (3) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ $f(x)$가 $x=a$에서 연속이 아니면 불연속이라고 한다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 $f(x) \pm g(x)$, $f(x)g(x)$, $\frac{f(x)}{g(x)}$ ($g(a) \neq 0$)은 모두 $x=a$에서 연속이다.
(나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때 부분적분법은 다음과 같다. $\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$ 예를 들어, $f(x) = \ln x$일 때 부분적분법을 이용하면 다음이 성립한다. $\int f(x)\,dx = xf(x) - \int xf'(x)\,dx = x\ln x - x + C$ (단, C는 상수)
(다) 함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이면 이 구간에서 $f(x)$는 최댓값과 최솟값을 가진다. 최댓값과 최솟값을 구할 때에는 그 구간에서의 극댓값과 극솟값 및 양 끝 값 중에서 가장 큰 값과 가장 작은 값을 택하면 된다.

[논제 1] 함수 $f(x)$를

$$f(x) = \begin{cases} -\sin \pi x, & -2 < x < -1 \\ -\dfrac{1}{2}\sin \pi x, & -1 \le x < 1 \end{cases}$$

로 정의하고 실수 k에 대하여 집합 $\{x \mid f(x) = k,\ -2 < x < 1\}$ 의 원소의 개수를 $g(k)$라 하자. 구간 $(-2, 1)$에서 함수 $h(x) = f(x)g(x)$가 불연속인 점을 모두 구하시오. (15점)

[논제 2] 제시문 (나)를 이용하여 아래 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 값을 구하시오. (20점)

$f'(x) = (1 + e^{x^2})^{-1}$ 이고 $\int_0^1 f(x)\,dx = 0$

[논제 3] 함수 $f(x) = \sqrt{3} of x^3 - x^2$과 실수 $t(-1 \le t \le 2)$에 대하여

$M(t)$를 $\{x \mid -1 \le x \le t\}$에서 $f(x)$의 최댓값,

$m(t)$를 $\{x \mid t \le x \le 2\}$에서 $f(x)$의 최솟값

이라 할 때, $\int_{a-\frac{1}{3}}^{a+\frac{1}{3}} (M(t) - m(t))\,dt$의 값이 최대가 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오.

(25점)

3.기출문제 출제경향 및 1문항 분석

분석 전, 도전을 먼저 해봅시다!

2018 한양대학교 오전논술 1번

1. 매개변수 t로 나타낸 타원 $\begin{cases} x = \mathrm{acos}t \\ y = bsint \end{cases}$ $(a, b > 0)$ 이 주어져 있다. 타원 위의 한 점 $(\mathrm{acos}t, bsint)$ $\left(0 < t < \frac{\pi}{2}\right)$에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = -b, x = -a$와 만나는 점을 각각 A', B'이라 하자. 선분의 길이의 비 $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$을 t에 대한 식으로 나타내시오.

2. 장축과 단축의 길이가 각각 $2a$, $2b$인 타원 C가 있다. 타원 C를 포함하는 직각삼각형 중에서, 세 변이 타원과 각각 한 점에서 접하고, 두 변이 각각 장축과 단축에 평행한 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하시오.

3. 빗변이 아닌 두 변의 길이가 각각 p, q인 직각삼각형 $\triangle$가 있다. 직각삼각형 $\triangle$에 포함되는 타원 중에서, $\triangle$의 세 변과 각각 한 점에서 접하고, 장축 및 단축이 각각 길이 p, q인변에 평행한 타원을 생각하자.

이러한 타원의 장축과 단축의 길이의 곱의 최댓값을 구하시오.

해석하겠습니다!

2018 한양대학교 오전논술 1번

1. 매개변수 t로 나타낸 타원 $\begin{cases} x = \mathrm{acos}t \\ y = bsint \end{cases}$ $(a, b > 0)$ 이 주어져 있다. 타원 위의 한 점 $(\mathrm{acost}, bsint)$ $\left(0 < t < \frac{\pi}{2}\right)$에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = -b, x = -a$와 만나는 점을 각각 A', B'이라 하자. 선분의 길이의 비 $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$을 t에 대한 식으로 나타내시오.

2. 장축과 단축의 길이가 각각 $2a$, $2b$인 타원 C가 있다. 타원 C를 포함하는 직각삼각형 중에서, 세 변이 타원과 각각 한 점에서 접하고, 두 변이 각각 장축과 단축에 평행한 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하시오.

3. 빗변이 아닌 두 변의 길이가 각각 p, q인 직각삼각형 $\triangle$가 있다. 직각삼각형 $\triangle$에 포함되는 타원 중에서, $\triangle$의 세 변과 각각 한 점에서 접하고, 장축 및 단축이 각각 길이 p, q인변에 평행한 타원을 생각하자.

이러한 타원의 장축과 단축의 길이의 곱의 최댓값을 구하시오.

1번해석

2번해석

3번해석

문항연계란?

각각의 문항이 별개가 아니라, 문항이 서로 연결 관계가 있어 이를 통해 풀이를 사고하고, 답안을 작성하는 방법

한양대 논술 출제 소재 분석

-출제 범위 중에서도 수능에 직접 출제되는 직접범위를 주로 출제하여, 수험생에게 친숙함을 주는 소재를 사용

-공간도형, 벡터 문제를 출제할 시, 식으로 해결할 수 있는 문항을 제시하는 경향이 있음

-3개년 동안 물어보는 내용이, 그래프상의 상황파악, 최댓값 최솟값, 교점의 개수, 대소비교 등으로 비슷하게 유지되고 있음

-전체 논술 실시 대학 중에서, 손에 꼽을 정도로 문항연계를 통해 서술하는 문제를 출제하는 경향이 크다.

변별력은?

전체 6문항 중에서 1~2문제 정도의 난이도가 있는 문항이 있으며, 문항별 배점을 사전에 공개하지 않는 방식으로 진행되고 있다.

추후에 공개되는 평가기준에도 난이도가 있는 문항이 배점이 전체의 40~50%를 차지하여 매우 높게 나타났다.

이 배점 40%는 100점 만점의 20점의 배점이므로, 이 문제를 통째로 날리고 다른 문제를 모두 완벽히 맞힐 경우 80점을 얻게 되는데

자연계 논술 응시 학과 28개 중에서 17개의 학과의 입학자 논술 평균점수가 80점보다 낮은 것을 볼 때 한 문제를 통째로 틀리고 합격하는 사례도 불가능 한 것은 아니다.

또한 출제 기준에서 세부배점을 인정하고, 정답에 전체 배점의 50~70%가 배정되어 있는 만큼, 못 푼 문제의 일부라도 문항 연계를 통해 바른 방향성을 적는 것과 올바른 정답을 기입하는 것이 매우 중요하다.

3-1.문항연계란? 3문항 분석

분석 전, 도전을 먼저 해봅시다!

2017 한양대학교 오후2 논술 1번

구간 $[0,\infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음과 같이 주어져 있다.

$$f(x)=\left(\frac{2x+1}{2x+2}\right)^{x+\frac{1}{2}}$$

1.양의 실수 t에 대하여 부등식 $\frac{1}{t+2}+\ln(t+1)-\ln(t+2)<0$이 성립함을 보이시오.

2. 함수 $f(x)$의 최댓값을 구하시오.

3. $x\ge 0$일 때 부등식 $f''(x)f(x)>\{f'(x)\}^2$이 성립함을 보이시오.

해석해봅시다!

2017 한양대학교 오후2 논술 1번

구간 $[0,\infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음과 같이 주어져 있다.

$$f(x)=\left(\frac{2x+1}{2x+2}\right)^{x+\frac{1}{2}}$$

1.양의 실수 t에 대하여 부등식 $\frac{1}{t+2}+\ln(t+1)-\ln(t+2)<0$ 이 성립함을 보이시오.

2. 함수 $f(x)$의 최댓값을 구하시오.

3. $x\geq 0$일 때 부등식 $f''(x)f(x)>\{f'(x)\}^2$이 성립함을 보이시오.

1번해석

2번해석

3번해석

분석 전, 도전을 먼저 해봅시다!

2018 한양대학교 오후1 논술 1번

1.좌표공간에 중심이 원점이고 반지름이 20인 구 S와 어떤 평면이 만나서 생기는 원을 C라 하자. C의 중심의 좌표가 $(3,4,12)$ 일 때, 원 C의 평면 $4x+5y-20z=1$ 위로의 정사영의 넓이를 구하시오.

2. 문항 1에서 주어진 원 C의 넓이를 A라 하고, x축을 포함하는 임의의 평면 α에 대하여 원 C의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 A_n이라 하자. $\frac{A_n}{A}$의 최댓값을 구하시오.

3. 문항 1에서 주어진 구S와 평면이 만나서 생기는 반지름이 $\sqrt{10}$인 원이 있다. 이 원의 xy평면 위로의 정사영의 넓이가 6π일 때, 이 원의 평면 $3x-y=1$위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 구하시오.

해석해봅시다!

2018 한양대학교 오후1 논술 1번

1.좌표공간에 중심이 원점이고 반지름이 20인 구 S와 어떤 평면이 만나서 생기는 원을 C라 하자. C의 중심의 좌표가 $(3,4,12)$ 일 때, 원 C의 평면 $4x+5y-20z=1$ 위로의 정사영의 넓이를 구하시오.

2. 문항 1에서 주어진 원 C의 넓이를 A라 하고, x축을 포함하는 임의의 평면 α에 대하여 원 C의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 A_n이라 하자. $\frac{A_n}{A}$의 최댓값을 구하시오.

3. 문항 1에서 주어진 구S와 평면이 만나서 생기는 반지름이 $\sqrt{10}$인 원이 있다. 이 원의 xy평면 위로의 정사영의 넓이가 6π일 때, 이 원의 평면 $3x-y=1$위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 구하시오.

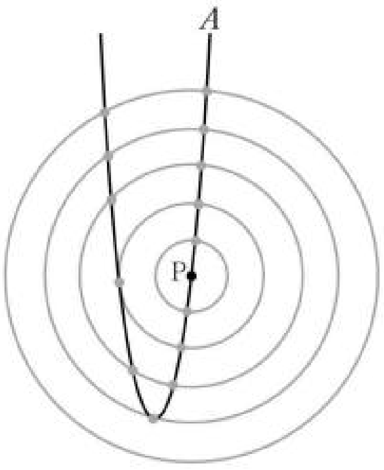
1번해석

2번해석

3번해석

분석 전, 도전을 먼저 해봅시다!

2017 한양대학교 오후2 논술 2번



<그림>

좌표평면에서 방정식 $f(x,y)=0$이 나타내는 도형 A와 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원이 만나는 점의 개수를 n이라 하자. 또 r가 변할 때 n의 최댓값이 존재한다면 이를 N_p라고 하자. 예를 들어 위 그림에서 r가 증가할 때, n은 2, 3, 4, 3, 2 순으로 변하고 $N_p=4$ 이다.

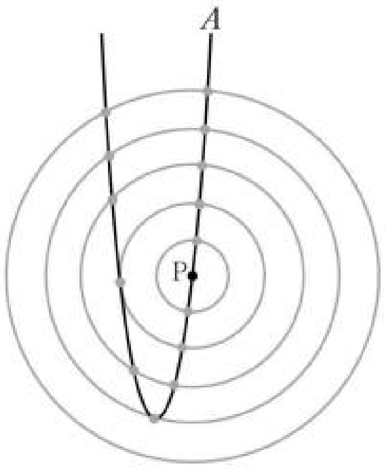
1. 도형 A를 포물선 $y=x^2$이라 하자. 점$P(\sqrt{3},3)$과의 거리가 $2\sqrt{3}$이 되는 A의 점을 모두 구하시오.

2. 도형 A를 포물선 $y=x^2$이라 하자. 점 $P(a,a^2)$에 대하여 $N_p=2$가 되는 a의 값 또는 범위를 구하시오.

3.방정식 $x^3-3xy-y^3-1=0$이 나타내는 도형을 A 라 하자. 원점 $P(0,0)$에 대하여, N_p를 구하고 이때 반지름의 길이 r의 값 또는 범위를 구하시오.

해석해봅시다!

2017 한양대학교 오후2 논술 2번



<그림>

좌표평면에서 방정식 $f(x,y)=0$이 나타내는 도형 A와 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원이 만나는 점의 개수를 n이라 하자. 또 r가 변할 때 n의 최댓값이 존재한다면 이를 N_p라고 하자. 예를 들어 위 그림에서 r가 증가할 때, n은 2, 3, 4, 3, 2 순으로 변하고 $N_p=4$ 이다.

1. 도형 A를 포물선 $y=x^2$이라 하자. 점 $P(\sqrt{3},3)$과의 거리가 $2\sqrt{3}$이 되는 A의 점을 모두 구하시오.

2. 도형 A를 포물선 $y=x^2$이라 하자. 점 $P(a,a^2)$에 대하여 $N_p=2$가 되는 a의 값 또는 범위를 구하시오.

3.방정식 $x^3-3xy-y^3-1=0$이 나타내는 도형을 A 라 하자. 원점 $P(0,0)$에 대하여, N_p를 구하고 이때 반지름의 길이 r의 값 또는 범위를 구하시오.

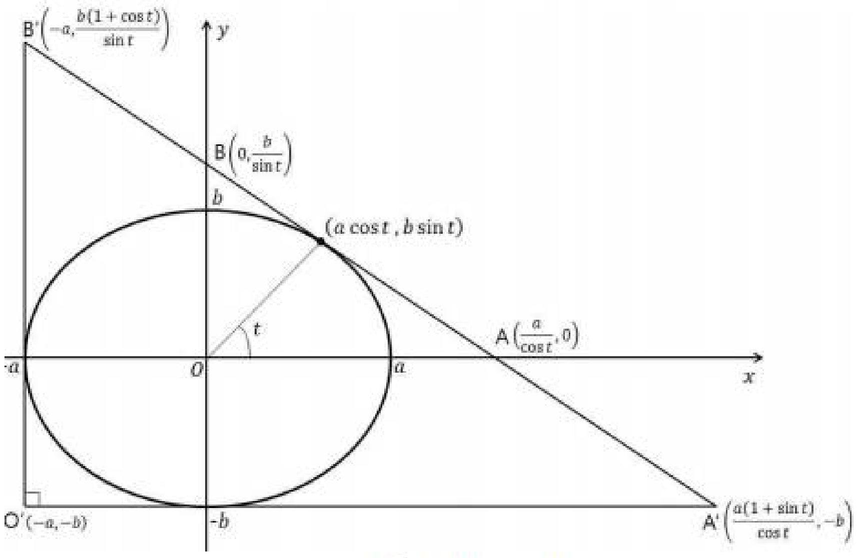
1번해석

2번해석

3번해석

4.예시답안 및 모범답안 분석

2018년 오전논술 1번-1 [학교 측 예시답안]



점 $(a\cos t, b\sin t)$ $\left(0 < t < \frac{\pi}{2}\right)$에서의 접선

의 방정식은 $\frac{\cos t}{a}x + \frac{\sin t}{b}y = 1$이므로,

$A\left(\frac{a}{\cos t}, 0\right)$, $B\left(0, \frac{b}{\sin t}\right)$,

$A'\left(\frac{a(1+\sin t)}{\cos t}, -b\right)$, $B'\left(-a, \frac{b(1+\cos t)}{\sin t}\right)$

이다. 따라서 $\overline{AB} = \sqrt{\frac{a^2}{\cos^2 t} + \frac{b^2}{\sin^2 t}}$,

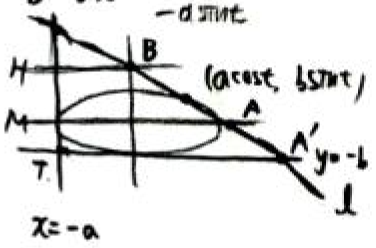
$\overline{A'B'} = \sqrt{\frac{a^2(1+\sin t+\cos t)^2}{\cos^2 t} + \frac{b^2(1+\cos t+\sin t)^2}{\sin^2 t}}$ 이고, $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1+\cos t+\sin t$이다.

합격자 우수답안

1. $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a\sin t \\ \frac{dy}{dt} = b\cos t \end{cases}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{b\cos t}{-a\sin t}$

l : $y = \frac{b\cos t}{-a\sin t}(x - a\cos t) + b\sin t$



$B\left(0, \frac{b}{\sin t}\right)$ $A\left(\frac{a}{\cos t}, 0\right)$

$B'\left(-a, \frac{b(1+\cos t)}{\sin t}\right)$ $A'\left(\frac{a(1+\sin t)}{\cos t}, 0\right)$

$\overline{A'B'} : \overline{AB} = \overline{B'T} : \overline{HM}$ 이라고 할 수 있다

$\overline{B'T} = b + \frac{b(1+\cos t)}{\sin t} = \frac{b(1+\sin t+\cos t)}{\sin t}$

$\overline{HM} = \frac{b}{\sin t}$

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'T}}{\overline{HM}} = \frac{\frac{b(1+\sin t+\cos t)}{\sin t}}{\frac{b}{\sin t}}$

$\therefore \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1+\sin t+\cos t$

예시답안에서는

접선의 방정식을 구하는 과정에서,

예시답안의 풀이는 타원위의 한 점에서의 접선의 방정식 공식을 사용하여 식을 도출하였고

점과 점 사이의 공식을 사용하여 식을 도출해내 약분을 통해 답을 구하였다.

또한 그림을 통해 상황을 설명하였다.

합격자 우수답안 에서는

매개변수의 미분법을 활용하여, 접선의 방정식을 세웠다. 이 방법은 타원이 아니더라도 모든 매개변수에 적용되는 접선의 방정식이다.

역시 타원을 그려서 설명을 하였고, 길이를 구할 때, 새로운 점 H, M을 추가하여 비례식을 통해 해설하였다.

이것은 엄밀히 보면 H와 M이 점A와 점B에서 $x=-a$에 내린 수선의 발이라는 말이나, $\left(-a, \frac{b}{\sin t}\right)$, $(-a, 0)$과 같은 좌표 값이 없어서 어색하고,

또한 그림상의 수많은 직선 중 어떤 것이 x축 y축인지 표시하지 않아 불편해 보일 수도 있다.

하지만 $\overline{AB}, \overline{A'B'}$의 값을 각각 따로 구하기보다는 묻는 $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$을 구하는 것에 집중하는 수능을 **제대로 분석한 마인드를 가졌고, 참신한 풀이를 제시한 이 수험생은** 전략적으로 생략할 것은 생략하는 방법을 택해 답안지를 작성 한 것으로 보인다.

-제 시간 내에 답안 작성을 위한, 전략적인 생략
-예시단안과 접근방법이 달라도 오류가 없고, 답이 도출될 경우 합격답안이 될 수 있다.

2018년 오전논술 1번-2, 3 [학교 측 예시답안]

타원과 빗변 A′B′와의 교점을 $(a\cos t, b\sin t)$ $(0<t<\frac{\pi}{2})$라 하면, 문제 1번으로부터,

$\triangle A'B'O'$의 넓이$=\triangle ABO$의 넓이$\times(1+\cos t+\sin t)^2=\frac{ab}{2}\frac{(1+\cos t+\sin t)^2}{\sin t\cos t}$이다.

$f(t)=\frac{(1+\cos t+\sin t)^2}{\sin t\cos t}$라 하면, $f'(t)=-\frac{(1+\cos t+\sin t)^2(\cos t-\sin t)}{\sin^2 t\cos^2 t}$ 이고,

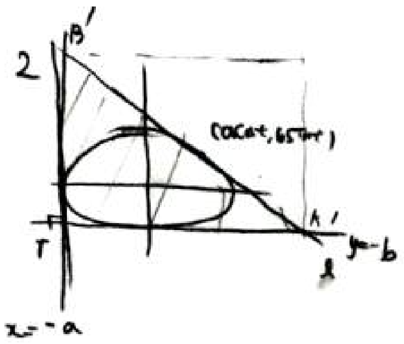
$f(t)$는 오른쪽 표와 같이 $t=\frac{\pi}{4}$에서 최솟값 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2(1+\sqrt{2})^2$를 갖는다.

3. 구하려는 타원을 매개변수 곡선 $\begin{cases} x=a\cos t \\ y=b\sin t \end{cases}$ $(a,b$는 양수$)$ 로 나타내자. 타원의 중심과 빗변과의 교점을 잇는 선분과 타원의 한 축이 이루는 각을 t $(0<t<\frac{\pi}{2})$ 라 하면, 문제 2번의 풀이로부터, $\triangle$의 넓이$=\frac{1}{2}pq=\frac{ab}{2}f(t)$이다.

$0<t<\frac{\pi}{2}$에서 $f(t)>0$이고 $t=\frac{\pi}{4}$일 때 $f(t)$는 최소이므로, 같은 값 $t=\frac{\pi}{4}$일 때 $\frac{1}{f(t)}$은 최대이다.

따라서 타원의 장축과 단축의 길이의 곱 $4ab=\frac{4}{f(t)}pq$는 최댓값 $\frac{4}{f\left(\frac{\pi}{4}\right)}pq=\frac{2pq}{(1+\sqrt{2})^2}$를 갖는다.

합격자 우수답안 (주요 부분만)

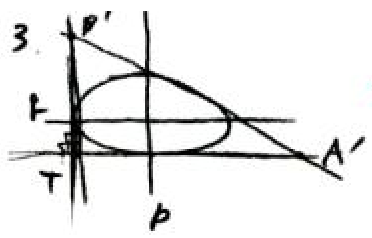


$S=\frac{1}{2}\times\overline{B'T}\times\overline{A'T}$ $(0<t<\frac{\pi}{2})$

1번 연계를 참고하면

$S=\frac{1}{2}\times\frac{b(1+\sin t+\cos t)}{\sin t}\times\frac{a(1+\sin t+\cos t)}{\cos t}$

$S=\frac{ab(1+\sin t+\cos t)^2}{2\sin t\cos t}=\frac{ab(1+\sin t+\cos t)^2}{\sin 2t}$



1번 2번을 참고하면

$p=\overline{A'T}=\frac{a(1+\sin t+\cos t)}{\cos t}$

$q=\overline{B'T}=\frac{b(1+\sin t+\cos t)}{\sin t}$

$S=\frac{1}{2}pq=\frac{ab(1+\sin t+\cos t)^2}{\sin 2t}$

$a(1+\sin t+\cos t)=p\cos t$ $\quad b(1+\sin t+\cos t)=q\sin t$

$ab=\frac{pq\sin t\cos t}{(1+\sin t+\cos t)^2}=f(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{pq\sin 2t}{(1+\sin t+\cos t)^2}$

장축의 길이는 2a, 단축의 길이는 2b이므로

구하는 값은 $4ab=4f(\frac{\pi}{4})$이다

$4\times\frac{pq}{2(1+\sqrt{2})^2}$

$\therefore 2pq(\sqrt{2}-1)^2$

읽어보면 바로 알 수 있겠지만, 예시답안과 합격자 우수답안 모두 이전에 푼 문항에서 얻은 정보를 적극 활용하여 풀이에 이용하고 있습니다.

이게 우연일까요?

아닙니다. 사실 이 문제를 이렇게 풀라고 낸 문제여서 이렇게 푸는 겁니다.

사실 대부분 논술시험이 크게 두 종류입니다.

1. 문항 연계를 통해 풀어나가는 세트형 논술

2. 그냥 단순하게 여러 가지를 물어보는 논술

그 중에서도 한양대는 1번 논술의 경향이 매우 강한 학교입니다.

따라서, 처음 문제를 접근 하실 때도 1번문제와 2번문제를 엮어서 볼 생각을 해야 합니다.

1번 문제를 읽는데 뭔가 풀이방법이 2개 떠오르네요?

A라는 풀이법으로 풀면 4분 걸릴 것 같은데,
B라는 풀이법으로 풀면 8분 걸릴 것 같아요. 시간줄이려

좋아! A라는 풀이로 접근해서 풀었어요.

그런데 엥? 2번문제가 1번문제를 B라는 풀이로 접근했을 때 얻을 수 있는 k라는 값을 알아야 빨리 풀 수 있는 문제였던거에요.

4분 단축하려다 12분 늘어나 버렸죠ㅠㅠ

사실 이런 상황이 종종 발생합니다. 그래서

한양대 논술은 1문제를 1문제로 받아들이면 안 됩니다.

정리하고 갈까요?

문항연계란?

각각의 문항이 별개가 아니라, 문항이 서로 연결 관계가 있어 이를 통해 풀이를 사고하고, 답안을 작성하는 방법

한양대 논술의 핵심

①한양대학교의 경우 문항연계가 뚜렷한 학교 중 하나로서 ‘난 이거 1문제만 풀겠다.’ 라고하면 말리지 않겠지만!

시간 내에 모든 답안을 작성하여 합격을 하고 싶다면, 문항연계를 통한 접근방법을 익혀야 한다.

②적절한 생략을 통해, 제한시간을 준수하면서 모든 답안을 작성하는 연습이 필요하다.

엄밀한 것도 좋지만 답을 다 작성 못하고 엄밀할 바에, 약간의 생략이 있어도 답안을 다 작성하는게 좋습니다.

한양대 시간 좀 짧잖아요?ㅠㅠ

③다양한 풀이와 접근법을 익혀야한다.(다양한 문항접촉)
누군가는 배경지식이라고 하는 이 부분. 모든 논술에 있어서 핵심입니다. 물론 갈수록 논술도 수능틱 해지고 있기 때문에 수능을 제대로 준비한 학생이라면 어렵지 않게 몸에 베개 할 수 있습니다.

5.우주설의 가설

쉿! 아쉽지만 이 부분은 비공개입니다!

분석을 계속 하다가 내리게 된 일종의 가설들을 담은 곳으로 예상되는 문제라든지, 소재들을 소개하는 부분인데

말로는 설명할 수 있지만, 문자로서는 표현하기 힘든 부분이라 재 적립해야 하는 것도 있고

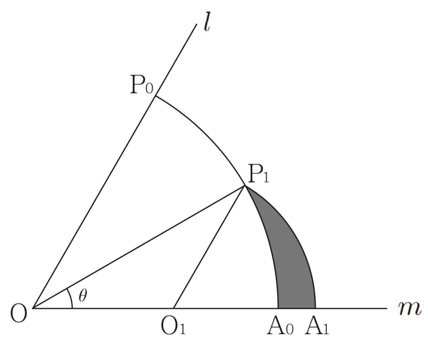
자칫 저의 개인적인 견해가 다른 수험생들에게 영향을 줄 수도 있는 부분이라 생각되어서

여러 다른 선생님들에게 자문도 구해보고!

오프라인에서 수업 듣는 저희 학생들에게도 소개해서 괜찮다고 판단되면 시험 직전에 업로드 해보도록 하겠습니다.

6.비슷한 타 학교 기출문제
2018 경희대학교 자연1 논제1

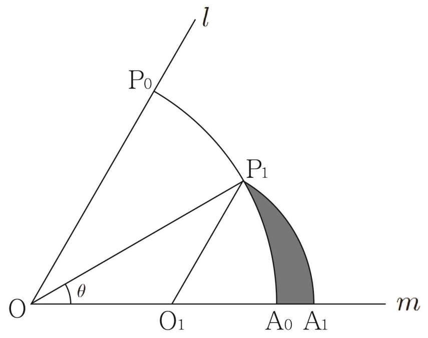
<그림 1>에서 점 O에서 만나는 두 직선 l과 m이 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{3}$이고, 점 P_0, A_0는 각각 O로부터의 거리가 1인 직선 l, m 위의 점이다. 그러면 부채꼴 $\mathrm{OA}_0\mathrm{P}_0$는 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$이다. 부채꼴의 호 $\mathrm{A}_0\mathrm{P}_0$ 위의 한 점 P_1을 지나고 l과 평행한 직선이 m과 만나는 점을 O_1이라 하고 각 $\mathrm{A}_0\mathrm{OP}_1$의 크기를 θ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$라 하자. 그리고 중심이 O_1이고 반지름의 길이가 선분 $\mathrm{O}_1\mathrm{P}_1$의 길이와 같은 원이 m과 만나는 두 점 중 O로부터 거리가 더 먼 점을 A_1이라 하자.



<그림 1>

[논제 I-1]
(1) 선분 OA_1의 길이를 θ의 함수 $f(\theta)$로 나타내고, 그 과정을 서술하시오. (10점)

(2) $f(\theta)$가 최댓값을 가질 때의 θ의 값을 α라 하자. α의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (5점)



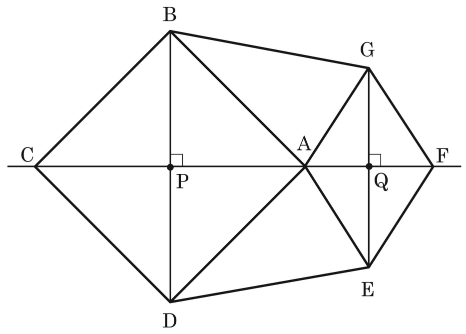
<그림 1>

[논제 I-2] <그림 1>에서 두 호 A_0P_1, A_1P_1과 선분 A_0A_1에 의해 둘러싸인 도형의 넓이를 θ의 함수 $g(\theta)$로 나타내고, 그 과정을 서술하시오. (10점)

[논제 I-3] [논제 I-2]에서 구한 $g(\theta)$가 최댓값을 가질 때의 θ의 값을 β라 하자. $\tan\beta$를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (20점)

[논제 I-4] [논제 I-1]의 (2)에서 구한 α와 [논제 I-3]의 β의 크기를 비교하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

2018 경희대학교 자연2 논제1

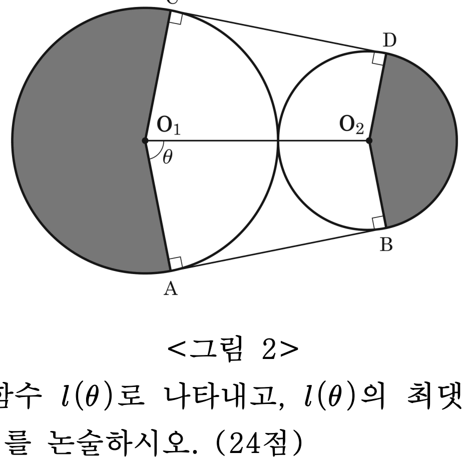


<그림 1>

(1) 선분 QG의 길이가 $1-x$일 때, 육각형 BCDEFG의 넓이를 x의 함수 $S_1(x)$로 나타내고, $S_1(x)$가 최소가 되는 x의 값을 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 선분 QG의 길이가 $ax+b$ (a, b는 양의 상수)일 때, 육각형 BCDEFG의 넓이를 x의 함수 $S_2(x)$라 하자. $0<x<1$인 모든 x에 대하여 $S_2(x)=k$가 되는 두 상수 a, b의 값과 그때의 k의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, k는 양의 상수) (10점)

[논제 I-2] <그림 2>에서 두 원 O_1과 O_2는 서로 외접하고 중심 사이의 거리가 1이다. 점 A, B, C, D는 두 원의 공통접선과의 접점이다. 각 AO_1O_2의 크기는 θ이다. 부채꼴 O_1CA(색칠된 부분)의 호, 선분 AB, 부채꼴 O_2BD(색칠된 부분)의 호, 선분 DC로 둘러싸인 도형의 둘레의 길이를 l, 넓이를 S라고 하자. (단, $\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{2\pi}{3}$)

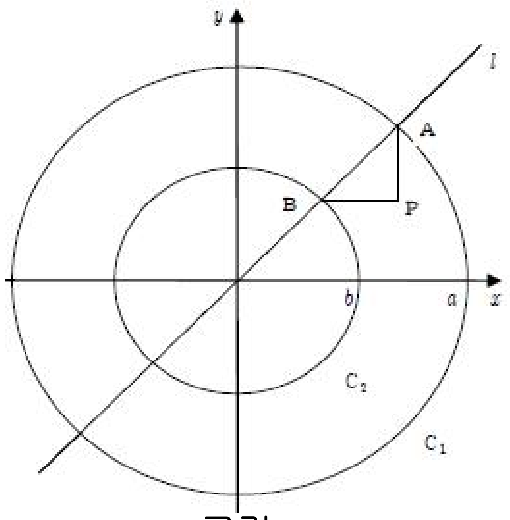


<그림 2>

(1) l을 θ의 함수 $l(\theta)$로 나타내고, $l(\theta)$의 최댓값을 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (24점)

(2) S를 θ의 함수 $S(\theta)$로 나타내고, $S(\theta)$의 최솟값을 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (16점)

2017학년도 이화여대 자연Ⅰ 3번



<그림>

그림과 같이 $a>b>0$일 때, 좌표평면 위에 두 원 $C_1 : x^2+y^2=a^2$, $C_2 : x^2+y^2=b^2$가 있다. 원점을 지나고 기울기가 양수인 직선 l이 두 원 C_1, C_2와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 수직인 직선과 점 B를 지나고 y축에 수직인 직선이 만나는 점을 P라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

1)삼각형 ABP의 넓이의 최댓값을 구하시오.

2)점 P가 그리는 도형의 방정식을 구하시오.

3) 점 $Q(b,0)$과 점 $Q'(-b,0)$에 대하여 두 선분 PQ, PQ'의 길이의 합이 일정하도록 하는 $\frac{a}{b}$의 값을 구하시오.

4) 문항 2)의 도형의 방정식이 문항 3)의 조건을 만족할 때 그 도형의 위의 점 P에서의 접선을 l'라 하자. 점 Q에서 l'에 내린 수선의 발을 H라 하고 점 Q'에서 l'에 내린 수선의 발을 H'라 할 때, $\angle QPH = \angle Q'PH'$이 성립함을 보이시오.

7.한양대 기출문제로 마무리

2017 한양대학교 오전논술 1번

양의 실수 a에 대하여 구간 $(-1, \infty)$에서 아래와 같이 정의된 함수 $f(x)$가 최솟값 $-\frac{1}{2}$을 갖는다.

$$f(x)=\int_0^x \frac{\ln(t+1)+a}{t+1}dt$$

1. 실수 a의 값과 정적분 $\int_0^{e^2-1} \frac{\{\ln(x+1)+1\}\{f(x)\}^3}{x+1}dx$를 구하시오. (단, $a>0$)

2. 세 직선 $x=0$, $x=e^{-3}-1$, $y=0$과 곡선 $y=f(x)$에 의해 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

3. $x>0$일 때 부등식 $2f\left(\frac{2}{x}\right)>f\left(\frac{1}{x}\right)+f\left(\frac{3}{x}\right)$이 성립함을 보이시오.

2017 한양대학교 오후1 논술 1번

연속함수 $f(x), g(x)$가 다음 두 조건을 만족한다. <가> 모든 실수 x, y에 대하여 $g(x-y)=g(x)g(y)+f(x)f(y)$ <나> $f(8)=1,\ g(8)=0$

1. $f(0)$ 과 $g(0)$의 값을 구하시오.

2. 모든 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)g(y)+g(x)f(y)$임을 보이시오.

3. 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $x=0$에서 미분가능하고 $f'(0)=\frac{\pi}{16}$, $g'(0)=0$일 때 정적분 $\int_0^8 f(x)\{g(x)\}^2 e^{g(x)+1}dx$ 의 값을 구하시오.

2017 한양대학교 오후1 논술 2번

자연수 n에 대하여 다항식 $p_n(x)$가 다음과 같이 주어져 있다.

$$p_n(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

예를 들면, $n = 1, 2, 3$일 때 아래와 같이 다항식을 쓸 수 있다.

$$p_1(x) = 1 + x$$

$$p_2(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

$$p_3(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$$

1. 양의 실수 t에 대하여 부등식 $1 + t > \left(1 - \frac{t^2}{2}\right)e^t$이 성립하는 t의 범위를 구하시오.

2. $p_{2n-1}(0)$ 과 $p_{2n-1}(-2n)$의 크기를 비교하시오.

3. 방정식 $p_{2n}(x) = 0$의 실근이 존재하지 않음을 설명하시오.

2016 한양대학교 오전 논술 1번

좌표평면에서 정수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$인 두 직선을 $y=ax$ 와 $y=bx$라고 하자. (단, a,b는 서로 다른 실수이다.)

1. 양의 정수 N에 대하여, $a+b\geq 0$이고, $-N\leq m\leq N$ 인 정수 m의 개수를 $f(N)$이라 하자. 이때, 극한값 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(N)}{2N+1}$ 을 구하시오

2. 양의 정수 k에 대하여 부등식 $ab\geq k$를 만족시키는 정수 m을 모두 구하시오.

3. 두 직선 $y=x$와 $y=mx$ $(m>1)$가 이루는 예각의 크기는 θ이고, 두 직선 $y=x$와 $y=cx\,(0<c<1)$가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{3}-\theta$일 때, c를 m으로 나타내시오.

2016 한양대학교 오후2 논술 1번

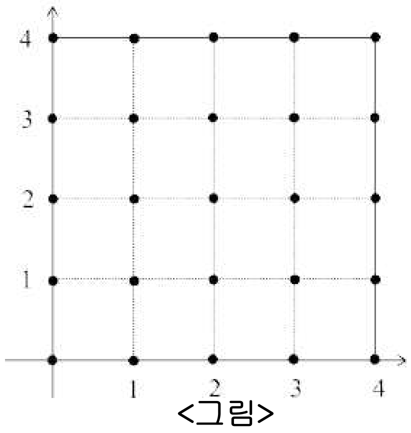
좌표평면 위에 중심이 원점 O이고 반지름이 6인 원과 점 $F(4,0)$가 있다. 이 원 위에 있는 임의의 점 P에 대해 선분 FP의 수직이등분선과 선분 OP의 교점을 X라고 하자. 점P가 원 위에서 움직일 때, 점 X의 자취를 C라고 하자.

1. 점X의 자취 C는 어떤 곡선인지 구체적으로 설명하고, 이 곡선의 방정식을 구하시오.

2. 점$Q(5, \sqrt{11})$에 대해 선분 FQ의 수직이등분선의 방정식을 $y=ax+b$라고 할 때, a, b의 값을 구하시오. 또한 이 수직이등분선이 곡선 C의 접선이 되는지 설명하시오.
[교과범위 외. 근데풀 수 있음]

3. 각 $\angle OPF$가 최대일 때, $\triangle OXF$의 넓이를 구하시오.

2016 한양대학교 오전 논술 2번



<그림>

<가> 위 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 영역을 R이라 하자. 영역 R에 위치하며 좌표의 성분이 모두 정수인 점들은 25개가 있다.

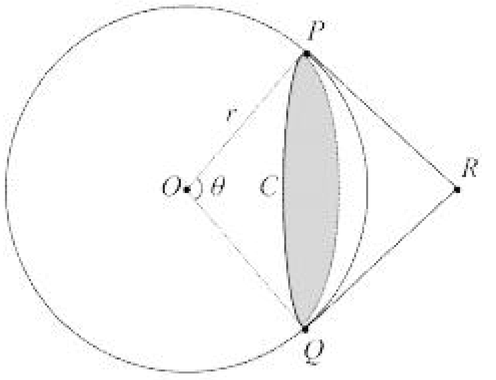
<나> 연속확률변수 X는 구간 $[0,2]$에서 값을 가지고, 그 확률밀도함수는 $f(x)=\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 이다.

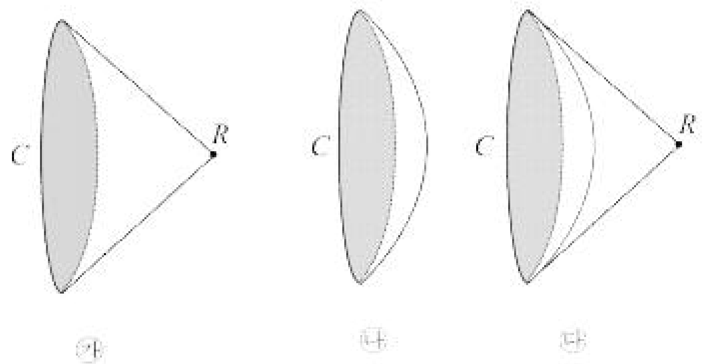
1. 제시문 <가>의 25개 점들 중에서 3개를 임의로 선택할 때 그 세 점이 한 직선 위에 있지 않을 확률을 구하시오.

2. 점 $(0,0)$을 지나며 기울기가 X인 직선이 영역 R과 겹치는 부분의 길이를 Y라 하자. 이때, $Y \geq \frac{4\sqrt{10}}{3}$일 확률을 구하시오.

3. 중심이 점$(4,4)$이고 반지름이 X인 원의 내부가 R과 겹치는 영역의 넓이를 Z라 하자. 이때 Z의 평균을 구하시오.[교과범위 외]

2016 한양대학교 오후1 논술 2번





<가> 입체 ㉮는 원 C를 밑변으로 하고 점 R을 꼭짓점으로 하는 직원뿔이다. 입체 ㉯는 원 C를 따라 구 S를 절단하여 얻어지고, 입체 ㉰는 ㉮로부터 ㉯를 제거해 얻어진다.

<나> 점 P와 Q는 원 C의 지름의 양 끝점이고, $\angle OPR$과 $\angle OQR$은 모두 직각이다.

<다> $\angle POQ$를 θ라고 할 때, ㉯의 부피를 $A(\theta)$, ㉰의 부피를 $B(\theta)$라고 하자.

1. $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$를 구하시오.

2. $\lim_{\theta \to +0} \frac{A(\theta)}{B(\theta)}$를 구하시오.

3. 연속확률변수 X는 구간 $[0, \pi]$에서 값을 가지며 그 확률밀도함수는 $f(x) = \frac{\sin x}{2}$이다. 이때 $A(X)$의 평균을 구하시오.

2016 한양대학교 오후2 논술 2번

닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 다음과 같이 주어져 있다.

$$f(x)=\int_0^x \cos^2 t\,dt+\int_0^{2\pi-x} \sin^2 t\,dt$$

$$g(x)=\int_0^{\sin x} \sqrt{1-t^2}\,dt+\int_0^{\cos x} \sqrt{1-t^2}\,dt$$

1. 닫힌구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$에서 $f(x)$의 최댓값을 a, $g(x)$의 최댓값을 b라고 할 때, $a-b$를 구하시오.

2. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)-\frac{\pi}{4}$와 두 직선 $x=0$, $x=\pi$로 둘러싸인 영역을 x축 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피 V를 구하시오. [교과범위 외]

3. 곡선 $y=g(x)$와 세 직선 $y=\frac{\pi}{4}$, $x=0$, $x=2\pi$로 둘러싸인 부분의 면적 A를 구하시오.

2018년 한양대학교 오전논술 2번

1.함수 $f(x)=(x-1)(x-3)\cdots(x-2017)$에 대하여 $f'(2)\neq 0$임을 보이시오.

2. 위의 함수 $f(x)$에 대하여, $f''(x)f(x)<\{f'(x)\}^2$임을 보이시오.

3. 미분 가능한 함수 $g(x)$가 $\{g(x)\}^3-1=p_1(x)p_2(x)\cdots p_n(x)$ (단, n은 자연수 이고 $p_1(x),\cdots,p_n(x)$는 모든 계수가 정수인 다항식)를 만족할 때, $h(x)=\{p_1(x)\}^2+\cdots+\{p_n(x)\}^2-n$ 이라 하자. $g(\alpha)=0$인 정수 α에 대하여 $h(\alpha)$와 $h'(\alpha)$를 구하시오.

2018 한양대학교 오후1 논술 2번

<가> $n \geq 3$인 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$를 다음과 같이 정의하자. $f(x) = (1-x^n)^{\frac{1}{n}}$ $(0 \leq x \leq 1)$

<나> 곡선 $y = f(x)$ 위의 한 점 $(x_0, f(x_0))$ $(0 < x_0 < 1)$ 에서의 접선이 x축과 만나는 점을 P, y축과 만나는 점을 Q라 하자.

<다> 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$에 대하여 $\lim_{n \to \infty} a_n = \lim_{n \to \infty} b_n = L$이고 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \leq c_n \leq b_n$이면, $\lim_{n \to \infty} c_n = L$이다.

1. 곡선 $y = f(x)$ $(0 \leq x \leq 1)$ 위의 점 중에서 원점까지의 거리가 최대인 점을 A라 하자. 점 A의 좌표를 구하시오.

2. 선분 PQ의 길이의 최솟값을 구하시오.

3. 자연수 n에 대하여 $d_n = \int_0^1 (1-x^n)^{\frac{1}{n}} dx$라 할 때, 극한값 $\lim_{n \to \infty} d_n$의 값을 구하시오.

2018 한양대학교 오후2 논술 1번

1. 점 (a,b)에서 포물선 $y^2-2y-4x+13=0$에 두 개의 접선을 그을 수 있고 이 두 접선이 수직으로 만날 때, 점 (a,b)를 모두 구하시오.

2. $s>\sqrt{6}$인 실수 s에 대하여 점$(-2,s)$에서 타원 $x^2+\dfrac{y^2}{9}=1$에 그을 수 있는 접선이 두 개다. 이 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값을 s로 나타내시오.

3. 점 $(t,6)$에서 쌍곡선 $x^2-\dfrac{y^2}{9}=1$에 그을 수 있는 접선이 두 개일 때, t의 값을 모두 구하시오.

2018 한양대학교 오후2 논술 2번

1. $0 \le a < b \le \pi$인 실수 a, b에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\frac{1}{2}(b-a)^2\cos b \le \int_a^b (\sin b - \sin x)dx \le \frac{1}{2}(b-a)^2\cos a$$

2.수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에서 $a_n = \int_{\left(n-\frac{1}{2}\right)}^{\left(n+\frac{1}{2}\right)} |e^{-x}\cos x| dx$로 정의될 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 합을 구하시오.

3. 자연수 n에 대하여 $b_n = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k}$일 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{b_k}{k(k+1)}$의 값을 구하시오.

8.한양대 모의논술 선별문항

2019학년도 한양대학교 1차 모의논술

(가) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

예를들어, $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x+\cos x)$ 이고

$\sin 2x=2\sin x\cos x$이다.

(나) $f(x)=\dfrac{x^2}{x+\sqrt{a^2-x^2}}$ $(0\le x\le a)$ (단, $a>0$)

1. 함수 $f(x)$가 일대일 함수 임을 보이시오.

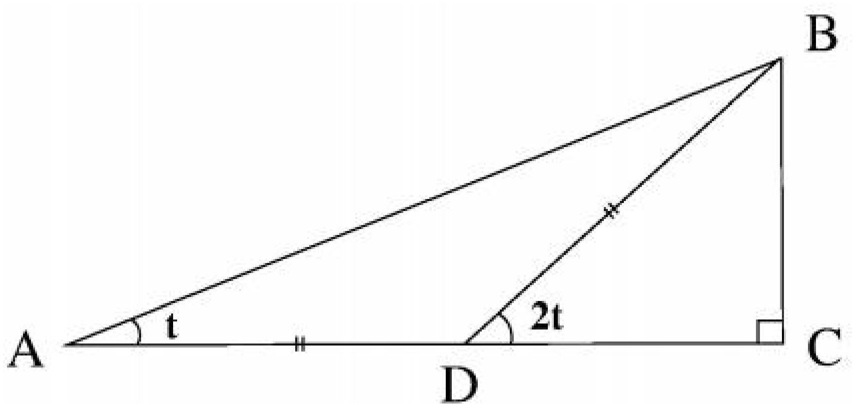
2. $\int_0^{\pi} xf(a\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(a\sin x)dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf(a\sin x)dx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(a\sin x)dx$

임을 보이시오.

3. 정적분 $\int_0^{\pi} xf(a\sin x)dx$의 값을 구하시오.

2018학년도 한양대학교 2차 모의논술

1.아래 그림을 이용하여 $0 \le t \le \dfrac{\pi}{4}$일 때, $\cos t = f(\cos 2t)$를 만족시키는 함수 $y=f(x)$, $0 \le x \le 1$, 를 구하시오. (단, 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}$이다.)



2. 위 문제에서 구한 $f(x)$를 이용하여, 아래와 같이 주어진 수열 $\{a_n\}$의 수렴, 발산 여부를 판정하시오. 발산하면 그 이유를 설명하고 수렴하면 극한값 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ 을 구하시오.

3. 수열 $\{b_m\}$을 $b_m = \lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{n}\sqrt{1+\cos\dfrac{k\pi}{2^m n}}$ 으로 정의할 때, 제1항 b_1의 값과 극한값 $\lim\limits_{m\to\infty} b_m$ 을 구하시오.

2018학년도 한양대학교 1차 모의논술

1. 양의 실수 x에 대하여, $f(x)=\dfrac{8+x}{3}-\sqrt[3]{15x}$의 최솟값을 구하시오.

2. 모든 양의 실수 x에 대하여 $g(x)=\dfrac{10+x}{5}-\sqrt[5]{24x}>0$임을 보이시오.

3. 임의의 양의 실수 $a_1, a_2, \cdots, a_{2017}$에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\frac{a_1+\cdots+a_{2017}}{2017} \geq \sqrt[2017]{a_1 \cdots a_{2017}}$$

2018학년도 한양대학교 1차 모의논술

양의 실수 a, b에 대하여 다음 물음에 답하시오.

1. $a^2 > b$일 때, 다음 세 실수의 크기를 비교하시오.

$$a-\sqrt{a^2-b}\,,\quad \sqrt{a^2+b}-a\,,\quad \frac{b}{2a}$$

2. $a^3 > b$일 때, 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\sqrt[3]{a^3+b}-a \;<\; a-\sqrt[3]{a^3-b}$$

3. 두 절댓값 $|75-\sqrt{5627}|$과 $|7-\sqrt[3]{341}|$의 크기를 비교하시오.

2017학년도 한양대학교 2차 모의논술

(1) 연속함수 $f(x)$가 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}$을 만족할 때, 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\cos x)dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)dx$의 값을 구하시오.

(2) 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan x)dx$의 값을 구하시오.

(3) 연속함수 $f(x)$가 $f(x) = \cos x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(f(t) - \frac{\pi}{4}\right)\cos t\,dt$ 로 주어졌을 때, $f(x)$를 구하시오.

2017학년도 한양대학교 1차 모의논술

다음 제시된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대한 물음에 답하시오.

$$f(x)=\frac{1}{2-\sin x}-\frac{1}{2-\cos x} \quad , \quad g(x)=\frac{2}{4-\sin^2 x}-\frac{2}{4-\cos^2 x}$$

1. 모든 실수 x에 대해서 $f(x)=f(x+\theta)$를 만족시키는 최솟값 θ를 구하시오.

2. 방정식 $f(x)=g(x)$을 만족시키는 x값을 모두 구하시오.

3. 함수 $g(x)$의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

4. 부등식 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx < \int_0^{\frac{\pi}{4}} g(x)dx$가 성립함을 설명하시오

9.한양대 적중 예상 자작문제(일부공개)
우주설 자작 논술문항

2017년 우주설 자체논술 2회 2번 문항 ★★★★

한 변의 길이가 x인 정육면체의 내부에 반지름의 길이가 1인 구를 채워 넣으려 한다.

함수 $f(x)$를 한 변의 길이가 x인 정육면체에 최대로 넣을 수 있는 반지름의 길이가 1인 구의 개수로 정의할 때, 물음에 답하시오.

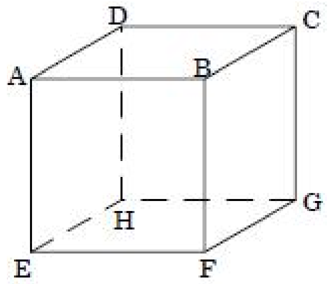
예를 들어 $f(1)=0$이고, $x=2$부터는 1개의 구를 넣을 수 있으므로, $f(2)=1$이다.

1. $f(x)=2$를 만족시키는 x의 최솟값을 구하시오.

2. $f(x)=4$를 만족시키는 x의 최솟값을 구하시오.

3. $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=m(x-3)+1$이 만나는 점의 개수가 3개가 되기 위한 m값의 범위를 구하시오.
(단, $2<x<4$)

2018년 우주설 자체논술 2회 1번 문항 ★★★



(가) 위 그림과 같이 공간좌표 상에 한 변의 길이가 2인 정육면체가 있다.
$F(0,0,0)$, $E(-2,0,0)$, , $G(0,-2,0)$ $B(0,0,2)$ 일때,
평면 α: $x-2z=t$ 에 의해 잘린 정육면체 단면의 넓이를 $f(t)$라 정의하자

(나) 함수$f(t)$는 닫힌구간 $[-8,0]$에서 정의된다.

(다) 일반적으로 함수 $f(x)$의 최대, 최솟값은 $f(x)$의 식을 미분하여 알아낼 수 있으며, $[a,b]$에서 $f(x)$가 연속이라면, $[a,b]$에서 $f(x)$는 최댓값과 최솟값을 갖는다.

1. $f(-2)$의 값을 구하시오.

2. 제시문 (다)를 참고하여, 함수 $f(t)$의 최댓값을 구하시오.

3. $\int_{-8}^{0} tf(t)dt$의 값을 구하시오.

수고하셨습니다!

한양대 시험은 2018년 11월 25일입니다.
다들 좋은결과 있길 바랍니다.

by 포만한 수학연구소 우주설