

수능 기출 외우는 건 안된다!

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

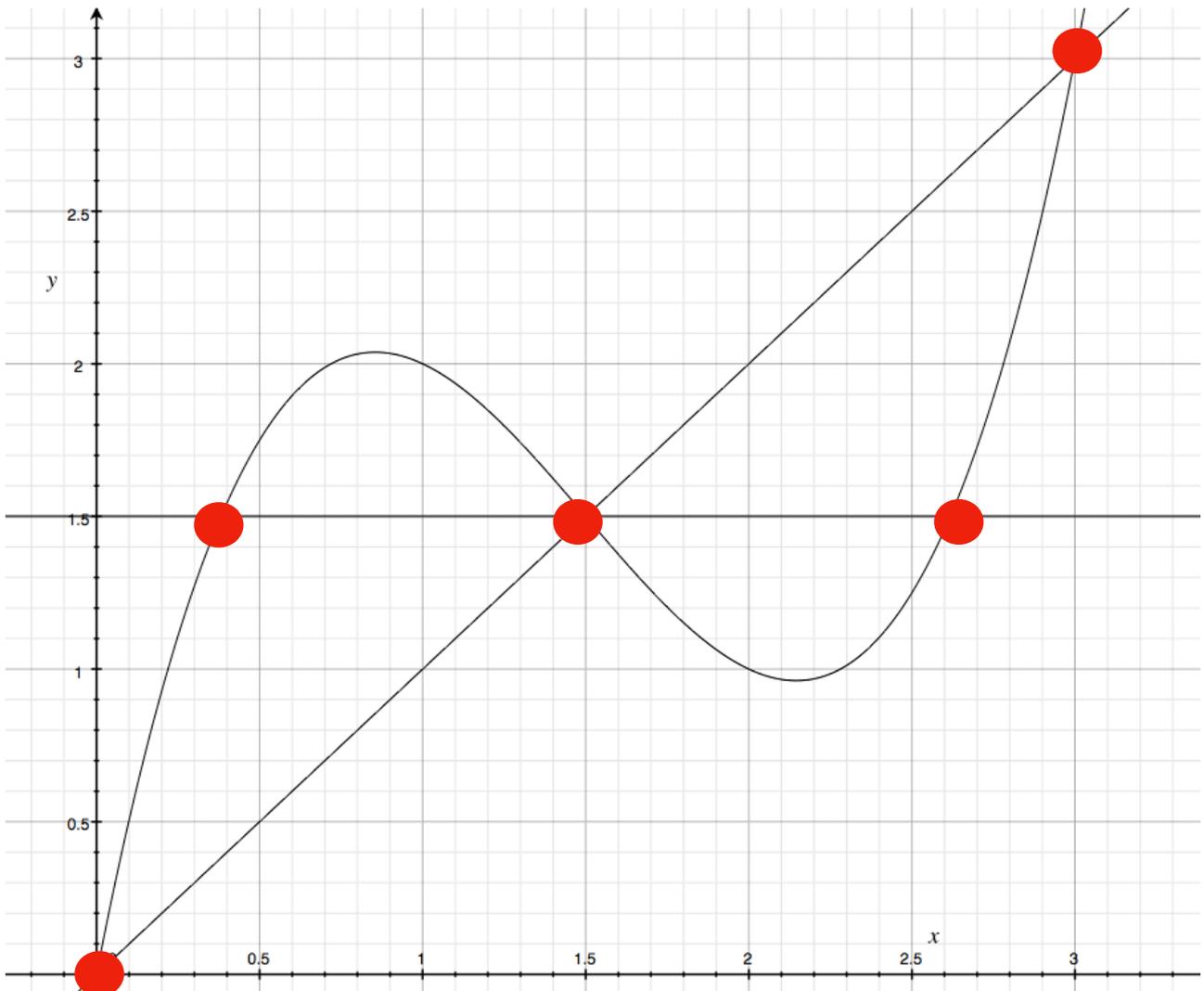
의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$ 이다.

$$f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점]

19학년도 9월 모의고사 30번 문항입니다.

$(f \circ f)(x) = x$ 를 이해하는 것이 중요했는데요,



사실 저도 처음 봤을 때 그랬는데, 많은 학생들이 작년 수능 21번처럼 짝대기를 그었습니다.

아 이런 경우 5개 나오는 구나!

오? 근데 어떻게 $f'(1)$ 이 음수지?

결국 요리조리 둘러보다가 포기하고 틀린 친구들이 제 주변에도 좀 있고 오르비에도 있는 것 같습니다.

기출문제의 반복해서 풀면서 원리를 이해하지 못하고 유형별 풀이를 무작정 외웠기 때문입니다.

실제로 작년 수능 21번은

$(f \circ f)(x) = f(x)$ 의 형태였는데 말이죠.

X 에서 X 로의 함수 $g(x) = f(f(x))$ 가 존재하고
 $g(a) = f(a), g(b) = f(b)$ 를 만족시킨다.

즉, 작년 수능 21번을 공부하면서 단순히 풀이를 외운 사람들은

얼추 비슷했던 모습을 가졌기 때문에 짝대기를 긋고 고민하다가 끝나고

기출을 풀 때 원리를 이해했던 사람들은 헛갈리지 않았던 거죠.

또 이 문제를 짝대기 그어서 푸려고 했던 학생들!

솔직히 30번 도전할 학생이었으면 이번 시험은 시간이 많이 남았을 겁니다.

그런데 검증도 안 해본 점은 비판받아야 할 점인 것 같습니다.

사실 저 그래프 상에서 $(f \circ f)(1) = 1$ 을 만족하는 지 확인을 해봤으면

자기가 틀렸는 지 검증을 했을 텐데요.

그렇다면 어떻게 공부해야 하나. 고난도 문제에서 기출은 무의미 하나 라고 묻는다면

올해 6월 모의고사 29번과 9월 모의고사 30번을 찬찬히 비교해보세요.

$(f \circ f)(x) = x$ 는 사실 양변에 f^{-1} 을 걸어주면

$f(x) = f^{-1}(x)$ 와 같아지고 결국

삼차함수나 구간별로 정의된 함수나의 차이지

원함수와 역함수의 교점을 주고 함수를 정하는 문제로 본질은 크게 다르지 않습니다.

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x < 1) \\ cx^2 + \frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x 좌표가 각각 $-1, 1, 2$ 일 때, $2a+4b-10c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

2019학년도 6월 모의고사 29번

결론.

1. 저도 교양 수학 수업을 듣는데, 교재에 이런 말이 있더군요.

‘우리가 뭔가를 증명할 때에는 논리를 가지고 한다. 그러나 뭔가를 발견할 때에는 직관을 가지고 한다.’

원래 이 말은 직관을 강조한 말이지만 수능 수학은 직관을 강조하기 때문에 오히려 논리가 부족한 학생들이 더 많기에 저는 반대로 말하겠습니다.

‘우리가 킬러 문제의 조건을 처음 해석하려고 할 때는 직관을 가지고 한다. 그러나 킬러 문제의 조건을 분석하고 내 추측이 맞는 지 확인할 때에는 논리를 가지고 한다.’

수학 문제가 안 풀릴 때, 꼭 자신이 해석한 조건이 맞는 지 검증해보는 단계를 가지시기 바랍니다.

2. 기출문제를 우당탕탕 외우려고 해서는 안 된다. 사실 비킬러 문제는 매번 비슷하게 나오니 외워도 상관없지만 킬러문제 기출의 경우에는 혼자 숫자를 여러개 대입해보면서 진정으로 이해하려고 노력해야 한다.

이 말은 실전 모의고사에도 적용이 될 수 있는데 실전 모의고사를 풀면서 다양한 상황을 경험해 보는 것은 좋습니다. 그러나 그런 상황들을 다 외우려고 하고, 적중을 바라면 안 된다는 말입니다.

어차피 사실에 나왔던 상황은 수능에서는 안 나오고 오히려 외우는 것들이 편견이 될 수도 있습니다.