

2019학년도 대학수학능력시험 대비 한달음모의고사 1회

수학 영역
(가 형)

성명		수험 번호						—				
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’ 형/‘나’ 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

첫 마음을 잃지 말자 그리고 성공하자

참혹하게 아름다운 첫 마음으로

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

출제진

임현진
박기태
김승우
최용진
류원형
김영준
김재환
박준범
김현규
황건일
강재희
김슬기

검토진

권민준
유어진
류원형
박기태
박준범
김영준
임현진
최용진

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선 다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1, -3)$, $\vec{b} = (2, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(1 + 4x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

3. 좌표공간의 두 점 $A(2, -1, a)$, $B(b, 3, 2)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 y 축 위에 있을 때, $a-b$ 의 값은? [2점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

5. 함수 $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ 에 대하여 $f'(e^2)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

7. 포물선 $(y-2)^2 = a(x-1)$ 이 타원 $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ 과

한 초점을 공유하도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ -4

6. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$\sin^2 x + \cos x \leq k$$

이 성립하기 위한 실수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

8. 함수 $f(x)=x^3+k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(a)>0$ 인 어떤 실수 a 에 대하여 $f(a)=-3$ 이고, $g'(a)=\frac{1}{3}$ 이다. $a+k$ 의 값은?
(단, a, k 는 상수이다.) [3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 매개변수 t 로 나타낸 곡선

$$x=\frac{1}{4}t^2-3\ln t, \quad y=\sqrt{6}t \quad (1\leq t\leq e^2)$$

의 길이는? [3점]

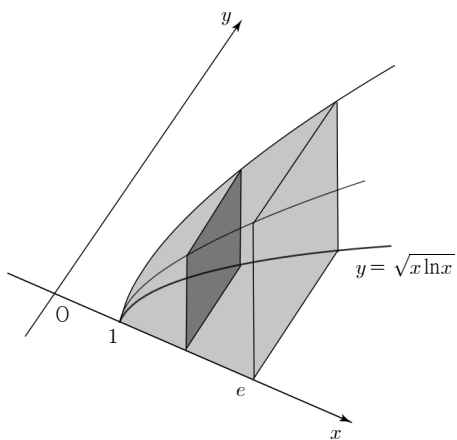
① $\frac{e^4+17}{4}$ ② $\frac{e^4+19}{4}$ ③ $\frac{e^4+21}{4}$
④ $\frac{e^4+23}{4}$ ⑤ $\frac{e^4+25}{4}$

10. 어느 고등학교 3학년 학생들의 하루 수면 시간은 모평균이 m , 모표준편차가 2인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 3학년 학생 중 n 명을 임의추출하여 얻은 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $6\leq m\leq 6.98$ 이다. 자연수 n 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0\leq Z\leq 1.96)=0.475$ 로 계산한다.) [3점]

① 25 ② 36 ③ 49 ④ 64 ⑤ 81

11. 곡선 $y = \sqrt{x \ln x}$ ($x \geq 1$)와 x 축 및 직선 $x=e$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는?
[3점]

- ① $\frac{e^2}{4}$ ② $\frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$ ③ $\frac{e^2}{4} + \frac{1}{2}$
④ $\frac{e^2}{4} + \frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{e^2}{4} + 1$



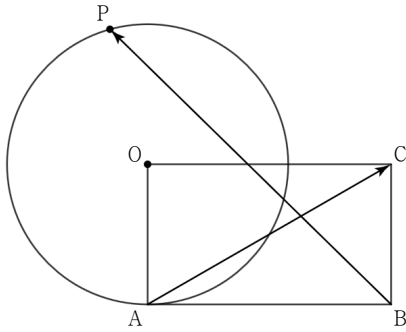
12. 확률변수 X 가 가지는 값이 4 이하의 자연수이고

$$n \times P(X=n) = c \quad (n=1, 2, 3, 4)$$

을 만족시킬 때, $E(25X)$ 의 값은? (단, c 는 상수이다.) [3점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

13. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 $\sqrt{3}$, 세로의 길이가 1인 직사각형 OABC가 있다. 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BP}$ 의 최댓값은? [3점]



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

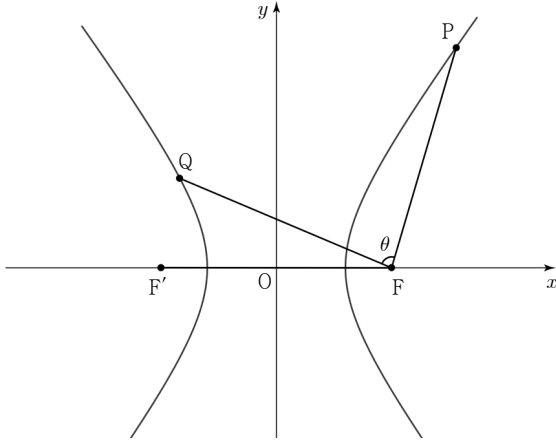
14. 숫자 1, 2, 4가 하나씩 적힌 카드가 각각 2장, n 장, 2장이 있다. 이 $(n+4)$ 장의 카드를 일렬로 나열하여 양 끝에 놓인 카드에 적힌 숫자의 곱이 4일 확률이 $\frac{5}{14}$ 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

15. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 두 점

P, Q 가 각각 제 1사분면, 제 2사분면에 있다. $\overline{PF} = \overline{QF} = \overline{FF'}$

이고 $\angle PFQ = \theta$ 일 때, $\cos \frac{\theta}{2}$ 의 값은? (단, $\overline{QF'} < \overline{PF'}$) [4점]



- ① $\frac{2+\sqrt{6}}{25}$ ② $\frac{2+3\sqrt{6}}{25}$ ③ $\frac{2+6\sqrt{6}}{25}$
 ④ $\frac{4+3\sqrt{6}}{25}$ ⑤ $\frac{4+6\sqrt{6}}{25}$

16. 함수 $f(x) = \log_a x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x-1} & (x \neq 1) \\ \frac{1}{\ln a} & (x = 1) \end{cases}$$

라 하자. 중심이 $(t, g(t))$ 이고 y 축에 접하는 원과 x 축과의 교점의 개수가 c 가 되도록 하는 t 의 범위는 $t > 1$ 이다. $a+c$ 의 값은? (단, $a > 1$ 이고, a 와 c 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② $e-1$ ③ e ④ $e+1$ ⑤ $e+2$

17. 무게가 1인 추 4개, 무게가 2인 추 2개와 양팔 저울이 있다.

왼쪽 저울을 A, 오른쪽 저울을 B라 할 때, 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드를 사용하여 다음의 시행을 한다.

3장의 카드 중에서 임의로 1장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드에 적힌 수가 홀수이면 양팔 저울에 올리지 않은 추 중 무게가 적은 추 1개를 A에 놓고, 짝수이면 양팔 저울에 올리지 않은 추 중 무게가 적은 추 1개를 B에 놓는다.

위의 시행을 반복하여 양팔 저울에 추 6개를 모두 놓았더니 양팔 저울이 수평을 이루었을 때, 양팔 저울에 추 6개를 모두 놓는 동안 양팔 저울이 수평을 이룬 횟수가 2일 확률을 구하는 과정의 일부이다. (단, 무게의 단위는 g이고 첫 번째 추를 놓기 전 양팔 저울이 수평을 이룬 것은 횟수에 포함하지 않는다.)

양팔 저울에 추 6개를 모두 놓은 후 수평을 이룬 확률을 p_1 이라 할 때, p_1 은 '(i) A에 무게가 1인 추 4개, B에 무게가 2인 추 2개를 놓을 확률', '(ii) A와 B에 각각 무게가 1인 추 2개와 무게가 2인 추 1개를 놓을 확률', '(iii) A에 무게가 2인 추 2개, B에 무게가 1인 추 4개를 놓을 확률'을 모두 더하면 된다.

(i)의 경우 :

확률은 $\boxed{(가)}$ 이다.

(ii)의 경우:

확률은 $\boxed{(나)}$ 이다.

(iii)의 경우:

확률은 $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2$ 이다.

그러므로 $p_1 = \boxed{(가)} + \boxed{(나)} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2$ 이다.

한편 양팔 저울에 추 6개를 모두 놓았더니 저울이 수평을 이루고 추 6개를 놓는 동안 수평을 이룬 횟수가 2일 확률을 p_2 라 할 때, p_2 는 ' $\boxed{(나)}$ 에서 수평을 이루는 횟수가 3일 확률을 뺀 확률'이다. 그러므로 $p_2 = \boxed{(나)} - \boxed{(다)}$ 이다.

⋮

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a , b , c 라 할 때,

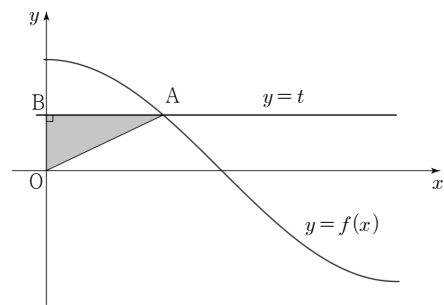
$3^6 \times \frac{ab}{c}$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

18. 닫힌 구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos x$ 와 $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 점을 A, 점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $g(t)$ 라 할 때, $\int_{-1}^1 tg(t)dt$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.)

[4점]

- ① $-\frac{\pi}{6} + \frac{2}{9}$ ② $-\frac{\pi}{6} + \frac{4}{9}$ ③ $-\frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}$
 ④ $-\frac{\pi}{3} + \frac{2}{9}$ ⑤ $-\frac{\pi}{3} + \frac{4}{9}$



19. 좌표평면에 반지름의 길이가 1이고 중심이 $(2, 2)$ 인 원 위를 움직이는 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 PQ 는 원의 중심을 지난다.
 (나) 직선 OP 와 직선 OQ 가 x 축과 이루는 각의 크기를 각각 α, β 라 할 때, $\tan(\alpha - \beta) = \frac{4}{7}$ 이다.

$\tan(\alpha + \beta)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

20. 좌표공간에 두 점 $A(1, 0, 1), B(0, 1, 0)$ 과 다음 조건을 만족시키는 두 직선 l_1, l_2 가 있다.

- (가) l_1 은 점 A 를 지나고, 선분 OA 와 수직이다.
 (나) l_2 는 점 B 를 지나고, 선분 AB 와 수직이다.
 (다) l_1 과 l_2 는 z 좌표가 양수인 점 P 에서 교점을 갖는다.

평면 PAB 와 평면 OAB 가 이루는 각이 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 선분 BP 의 평면

$x + 2y + 2z = 0$ 위로의 정사영의 길이는? (단, O 는 원점이다.)

[4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

21. 함수 $f(x)$ 가

$$|x| < 1 \text{ 일 때, } f\left(-\sin \frac{\pi}{2}x\right) = \frac{4x \ln 3}{4x^2 + 1}$$

$$|x| \geq 1 \text{ 일 때, } f(x) + \ln 3 = \ln(3x^2 + 4x + 2) + \frac{x}{|x|} \ln(x^2)$$

이고, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(e^{x+1} - x) & (x < a) \\ -\frac{1}{x+b} + 1 & (a \leq x \leq c) \\ -e^{x+2c} + d & (x > c) \end{cases}$$

일 때, 함수 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고, 함수 $\{h(x)\}^2$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$a+b+c+d+h(-1)$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.) [4점]

- ① $\ln 3$ ② $1 + \ln 3$ ③ $2 + \ln 3$ ④ $e + \ln 3$ ⑤ $2e + \ln 3$

단 답 형

22. ${}_4P_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y = 4^{2x+3} + 2^{-4x-2}$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 가진다.
 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 곡선 $5x^3y - y^3 - 2x^2y^2 = 2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 좌표평면 위에서 상하 또는 좌우 방향으로 한 번에 1만큼씩 움직이는 점 P 가 있다. 원점을 출발한 점 P 가 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 영역에서 6번 움직여서 도착한 위치가 점 $A(2, 2)$ 이 되는 경우의 수를 구하시오. [4점]

25. 자연수 7을 2개 이상의 자연수로 분할할 때, 2 또는 3이 적어도 하나 포함되도록 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

27. 두 자연수 m_1, m_2 에 대하여 확률변수 X 는 평균이 m_1 , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y 는 평균이 m_2 , 표준편차가 5인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y 의 확률밀도함수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(3) = g(7)$

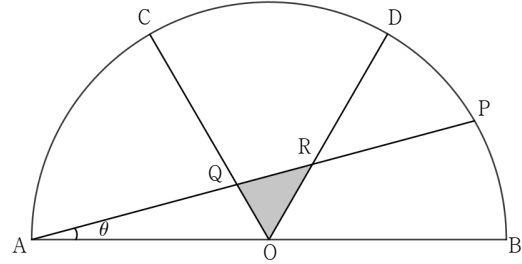
(나) $f(6) < g(10)$

$P(2 \leq X \leq 5) + P(8 \leq Y \leq 13)$ 의 최솟값을 a 라 할 때, $1000a$ 의 값을 오른쪽 표준 정규분포를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.2	0.079
0.4	0.155
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341

28. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AB 를 지름으로 하고 중심이 O 인 반원이 있다. 호 AB 를 삼등분하는 두 점 중 점 A 에 가까운 점을 C , 점 B 에 가까운 점을 D 라 하자. 호 BD 위를 움직이는 점 P 에 대하여 선분 AP 가 선분 OC , 선분 OD 와 만나는 점을 각각 Q, R 이라 하고, $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 ORQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a$ 일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 16, \quad z = 3$$

$$C_2 : y^2 + z^2 = 1, \quad x = 2$$

가 있다. 원 C_1 위의 점 P와 원 C_2 위의 점 Q에 대하여 점 X는 $\overrightarrow{XP} = 2\overrightarrow{OQ}$ 을 만족시킨다. 점 $Y(-4, 0, 3)$ 에 대하여 $|\overrightarrow{XY}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int_0^x \{e^{f(t)} |f'(t) - 1| + g(t)\} dt$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x = -\sqrt{\left|\frac{\ln 2}{a}\right|}$ 에서 최솟값 -15 을 갖는다.

(나) $g'(x) = 0$ 인 x 의 개수는 함수 $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수보다 많다.

$g(\ln 4)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]