

정점 A, B에 대하여 동점 P가 있을 때

$\frac{\overline{AP} + \overline{BP}}{\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2} / \frac{|\overline{AP} + \overline{BP}|}{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}$ 가 최소 이 최대가 되는 P의 좌표를 찾는

문제가 간혹 나오는데, 이런 P를 어떻게 찾으면 좋을까요?

가장 쉬운 것부터 해볼게요

i) $|\overline{AP} + \overline{BP}|$

A와 B의 중점을 M이라고 하면 $\overline{AM} + \overline{BM} = 0$

$\therefore \overline{AP} + \overline{BP} = (\overline{AM} + \overline{MP}) + (\overline{BM} + \overline{MP}) = 2\overline{MP}$ 따라서 \overline{MP} 가 최대, 최소인 점 P를 찾으면 되죠

ii) $\overline{AP} \cdot \overline{BP}$

자 이게 최소인, 혹은 최대인 P는 어떻게 구하는가... 여기서도 \overline{AB} 의 중점 M이 등장합니다.

$$\begin{aligned} \overline{AP} \cdot \overline{BP} &= (\overline{AM} + \overline{MP}) \cdot (\overline{BM} + \overline{MP}) = \overline{AM} \cdot \overline{BM} + (\overline{AM} + \overline{BM})\overline{MP} + \overline{MP} \cdot \overline{MP} \\ &= \overline{AM} \cdot \overline{BM} + \overline{MP} \cdot \overline{MP} \end{aligned}$$

자 요거는 $|\overline{AM}| \times |\overline{BM}| \times (-1) + |\overline{MP}| \times |\overline{MP}| = \overline{MP}^2 - \overline{AM}^2$ 입니다

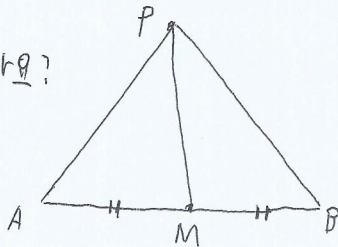
근데 \overline{AM} 길이는 정해져 있고 \overline{MP}^2 크기에 따라 변하니까 \overline{MP} 가 최대, 최소일 때

$\overline{AP} \cdot \overline{BP}$ 도 최대, 최소입니다!

iii) $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$

자 이 경우는 흔하지는 않습니다. 근데 본적은 있어요

이 공식 아시나요?



다음 그림에서 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2(\overline{MP}^2 + \overline{AM}^2)$ 입니다

슬슬만한 공식이니 알아두세요

또 \overline{AM} 은 고정이므로 \overline{MP} 값에 의하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 값이 결정됩니다

i), ii), iii) 모두 \overline{MP} 값이 최대, 최소일 때 각각 최대, 최소 값을 가집니다.

마지막에 남았는데... 여백이...

다음 공이에 쓸게 영 0.0