

i) 두 벡터의 수직임을 이용

자 이번 수능완성 문제입니다

3차원공간의 두 평면 $x-y+2z-2=0$,

$x+3y+z-4=0$ 의 교선을 포함하는 평면을 α 라 하자.

두 점 $(2, 5, 0), (3, t, 4)$ 를 지나는 직선이 평면 α 에 수직일 때, t 의 값은?

자 저 직선이 평면 α 에 수직하므로

두 평면의 교선의 방향벡터라고도 당연히 수직이네요!

교선의 벡터는?

교선은 두 평면에 둘다 속해 있으므로 두 법선

벡터에 모두 수직인 거죠

각각 법선 벡터는? $(1, -1, 2), (1, 3, 1)$ 이죠

외적합시다 외적 편히 하는 방법 하나는

$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ 를 외적할 때

$\begin{matrix} y_1 & z_1 & x_1 & y_1 \\ x_1 & x_2 & x_1 & x_1 \\ y_2 & z_2 & x_2 & y_2 \end{matrix}$ 이렇게 순서대로 신발끈 공식!

하듯이 써 주세요

저 법선 벡터들로 해보면

$\begin{matrix} -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \end{matrix}$

$-1-6, 2-1, 3-(-1) \rightarrow (-7, 1, 4)$ 가 나옵니다.

검산할 형 $(1, -1, 2), (1, 3, 1)$ 이랑 내적해 보면

0 나오죠? ㅎㅎ 이게 교선의 벡터임이 확정되었어요!

그럼 교선하고 $(1, t-5, 4)$ 가 수직이니까

내적하면 $-1 + t-5 + 16$ 이고 이따

0이 나와야 하므로 $t = -4$ 입니다!

ii) $\sin \theta$ 를 이용

보통 자주 쓰는 용어로는 삼각형 넓이 공식과 직선까지의 거리 구하기 때 있습니다

삼각형 넓이 구하기 때보죠

자 $A(2, 3, 1), B(4, 5, 6), C(3, 3, 5)$ 가 있을 때

$\triangle ABC$ 의 넓이는?

$\vec{AB} (2, 2, -1), \vec{AC} (1, 0, -2)$ 이네요

여네 외적한 벡터의 크기는 $|\vec{AB}| |\vec{AC}| \sin \theta$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} |\vec{AB}| |\vec{AC}| \sin \theta$

즉 외적한 벡터의 크기를 구한 후 $\frac{1}{2}$ 하면 돼요

$\begin{matrix} 2 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \end{matrix} \rightarrow (-4-0, -1-(-4), 0-2)$ 이므로

$(-4, 3, -2)$ 이네요

요 벡터의 크기는 $\sqrt{16+9+4} = \sqrt{29}$

즉 삼각형 넓이는 $\frac{\sqrt{29}}{2}$ 입니다!

직선과 점 사이 거리도 구할 수 있어요!

$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ 와 $(-2, 3, 1)$ 을 예로 들죠

직선의 방향 벡터가 $\vec{V}$ 일 때



즉 직선과 점 사이의 거리는 $|\vec{V}| \sin \theta$ 입니다!

이는 $\frac{|\vec{V}| (|\vec{V}| \sin \theta)}{|\vec{V}|}$ 와 같으므로 외적의 크기를 직선의

방향 벡터 크기로 나누면 되네요 그렇듯 평면처럼

점 Q를 잡아야 하는데... $(0, 1, 2)$ 라고 하죠

직선 위의 아무 점이라도 상관 X

그럼 $\vec{a}$ 는 $(2, -2, 1), \vec{V}$ 는 $(2, 1, -1)$ 입니다

나머지 계산은 여백이 없으므로 여러분이 해주세요! 답은 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ 일 겁니다!