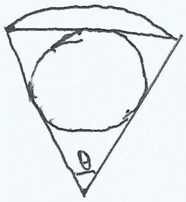
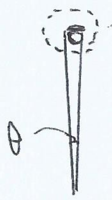
직관 + 사고의 유연성

☆ 무한히 확대하면?

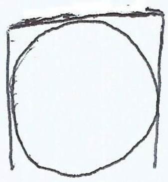
아까 문제 1 다시 데려올게영



이거 θ→0되게 그리면

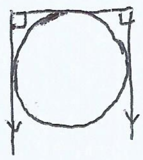


아 안보영 → 요 부분만 크게 확대해서 그리면



???

두 반지름은 그냥 평행한 것 같은데
게다가 원호는 직선과 구분이 안되고
원호랑 반지름이 직각인 듯?

즉  그냥 이리 봐도 무방함

원호가 내접원의 지름과 같으므로
$\frac{l_2}{l_1}$은 원주율인 π이다!

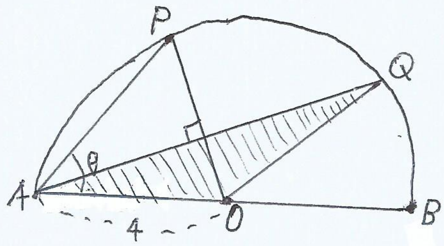
요런 직관이 심화편에서는 필요합니다!

정리하면
원호 → 직선, 사이에 θ가 낀 두 선분 → 평행선
원호와 두 선분은 각각 직각을 이룸

☆ θ가 0으로 안가는데요?

가끔 나오는 $\theta \to \frac{\pi}{4}+$ or $\theta \to \frac{\pi}{2}+$인 경우는?

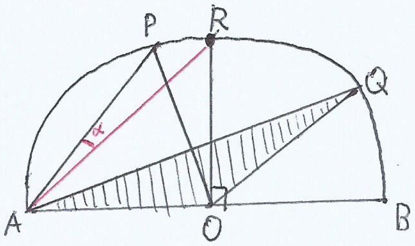
·예시입니다



이때 $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{4}+} \frac{S(\theta)}{\theta - \frac{\pi}{4}} = ?$

"θ가 $\frac{\pi}{4}$로 가면 근사 못쓰네... 정석 해야지"

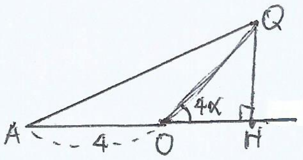
θ 말고 딴거를 봐봐요. 0되는 걸 찾아보자고요.
$\theta - \frac{\pi}{4}$는 0이 되지 않습니까? (설의법)
?? 그거 어디 있는데요?



요기요!
$\alpha = \theta - \frac{\pi}{4}$ 맞죠?

자 그럼? $\angle POR$은 얼마입니까? 2α 잖아요!
(원주각과 중심각의 관계)
$\angle AOP + \angle POR = 90°$, $\angle AOQ + \angle QOB = 180°$
그런데 $2\angle AOP = \angle AOQ$, 즉 $\angle QOB = 2\angle POR$
$\therefore \angle QOB = 4\alpha$! ~~(팩토리얼 아님)~~

다했네 ㅎㅎ



$\overline{QH} = 4 \cdot 4\alpha = 16\alpha$
$\therefore$ $\triangle AOQ$의 넓이
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 16\alpha = 32\alpha$

$S(\theta)$를 α에 대해 나타내니 32α군요

그럼 $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{4}+} \frac{S(\theta)}{\theta - \frac{\pi}{4}} = \lim_{\alpha \to 0} \frac{32\alpha}{\alpha} = 32$

휴! 끝남! 글로 쓰니까 많아 보이지만
실제로 금방 됩니다