

$\tan x$ 의 역함수를 $\arctan x$ 라고 씁니다

그럼 $\tan(\arctan x) = x$ 이죠?

양변을 미분하면 $\sec^2(\arctan x) (\arctan x)' = 1$

그런데 $\tan^2(\arctan x) + 1 = \sec^2(\arctan x)$ 이죠?

$$\therefore (\arctan x)' = \frac{1}{\sec^2(\arctan x)} = \frac{1}{\tan^2(\arctan x) + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

오호라... 이걸 어차 쓸까요?

$$\int_b^c \frac{1}{x^2 + a^2} dx \text{의 값을 구하는데 써보죠!}$$

원래 삼각 치환으로 하는 애지만 다르게 푸는거죠

$x = at$ 로 치환하면 $dx = a dt$

$$\int_b^c \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \int_{\frac{b}{a}}^{\frac{c}{a}} \frac{1}{a^2} \frac{1}{t^2 + 1} a dt = \frac{1}{a} \int_{\frac{b}{a}}^{\frac{c}{a}} \frac{1}{t^2 + 1} dt$$

$$= \frac{1}{a} \int_{\frac{b}{a}}^{\frac{c}{a}} (\arctan t)' dt = \frac{1}{a} \left[\arctan t \right]_{\frac{b}{a}}^{\frac{c}{a}}$$

$$= \frac{1}{a} \left(\arctan \frac{c}{a} - \arctan \frac{b}{a} \right)$$

자 나왔습니다

시험삼아 $a=1, b=0, c=1$ 을 대입하면

$$= \frac{\pi}{4} \quad (\text{왜? } \tan \frac{\pi}{4} = 1 \text{에서 } \arctan 1 = \frac{\pi}{4})$$

자 맞네요!