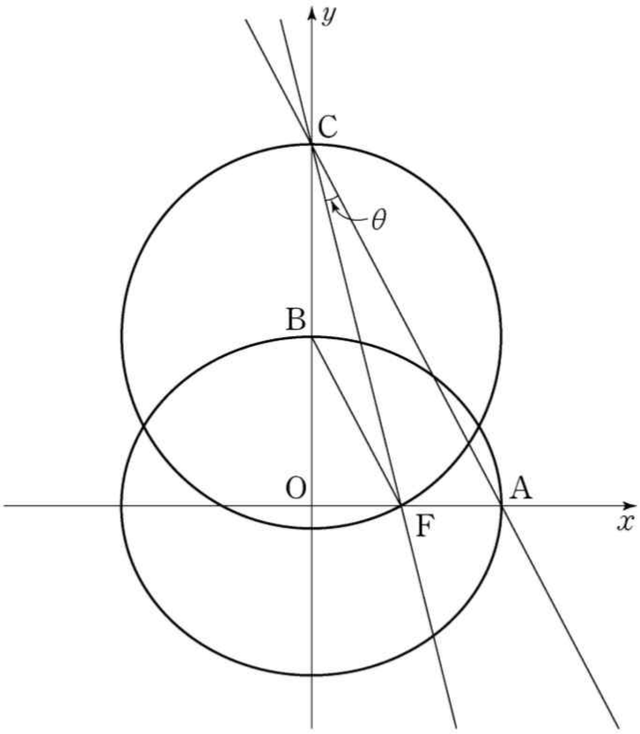
1

2019학년도. 06월. 17.
기하와 벡터

정답률 : 41%

그림과 같이 한 초점이 $\mathrm{F}(c,0)$인 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$과 두 초점 $\mathrm{A}(a,0)$, $\mathrm{B}(b,0)$가 있다. 점 B를 중심으로 하고 점 F를 지나는 원이 y축과 만나는 점 중에서 y좌표가 양수인 점을 C라 할 때, 직선 CF와 직선 CA가 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\tan(\angle CFB)=\dfrac{1}{4}$일 때, $\tan\theta$의 값은? (단, a, b, c는 양수이다.)



① $\dfrac{36}{145}$　② $\dfrac{41}{145}$　③ $\dfrac{46}{145}$　④ $\dfrac{51}{145}$　⑤ $\dfrac{56}{145}$

2

2019학년도. 06월. 19.
기하와 벡터

정답률 : 26.9%

0이 아닌 실수 p에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선 $x^2 = 2y$와 $(y + \frac{1}{2})^2 = 4px$에 동시에 접하는 직선의 개수를 $f(p)$라 하자. $\lim_{p \to k+} f(p) > f(k)$를 만족시키는 실수 k의 값은?

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3

2019학년도. 06월. 20.
확률과 통계

정답률 : 41.1%

자연수 n에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수를 a_n이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^{8} a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수 a, b, c, d가 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k에 대하여 $c+d=2k$이어야 한다.
$c+d=2k$인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2에 대하여 $c=2k_1$, $d=2k_2$인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4에 대하여 $c=2k_3+1$, $d=2k_4+1$인 경우이다.

(1) $c=2k_1$, $d=2k_2$인 경우 :
$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.

(2) $c=2k_3+1$, $d=2k_4+1$인 경우 :
$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수는 $\boxed{(나)}$이다.

(1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수 a_n은

$$a_n = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$$

이다. 자연수 m에 대하여

$$\sum_{n=1}^{m} \boxed{(나)} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^{8} a_n = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은?

① 893 ② 918 ③ 943 ④ 968 ⑤ 993

4

2019학년도. 06월. 21.
미적분 II

정답률 : 22.8%

열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4}\le x<\frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k의 개수를 $g(t)$라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2}<k<\frac{3\pi}{2}$
(나) 함수 $\sqrt{\lvert f(x)-t\rvert}$는 $x=k$에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$에 대하여 합성함수 $(h\circ g)(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=a$, $g(0)=b$, $g(-1)=c$라 할 때, $h(a+5)-h(b+3)+c$의 값은?

① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

5

2019학년도. 06월. 28.

확률과 통계

정답률 : 12.2%

자연수 $n\ (n \geq 3)$에 대하여 집합 A를

$A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq y \leq n,\ x$와 y는 자연수$\}$ 라 하자.

집합 A에서 임의로 선택된 한 개의 원소 (a, b)에 대하여 b가 3의 배수일 때,

$a = b$일 확률이 $\frac{1}{9}$이 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

6

2019학년도. 06월. 29.
기하와 벡터

정답률 : 7.8%

좌표평면 위에 $\overline{AB}=5$인 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각 O_1, O_2라 하자. 원 O_1위의 점 C와 원 O_2위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle CAB)=\dfrac{3}{5}$

(나) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=30$ 이고 $|\overrightarrow{CD}|<9$이다.

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$의 최댓값이 $a+b\sqrt{74}$ 이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)

7

2019학년도. 06월. 30.
미적분 II

정답률 : 6.0%

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 모든 실수 t에 대하여

$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\}=2t$이고, $\int_0^1 f(x)dx=-\frac{\ln 10}{4}$, $f(1)=4+\frac{\ln 17}{8}$일 때,

$2\{f(4)+f(-4)\}-\int_{-4}^{4} f(x)dx$의 값을 구하시오.

8

2018학년도 수능. 15.
미적분 II

정답률 : 56.8%

함수 $f(x)$가

$f(x)=\int_0^x \frac{1}{1+e^{-t}}dt$ 일 때, $(f \circ f)(a)=\ln 5$를 만족시키는 실수 a의 값은?

① $\ln 11$ ② $\ln 13$ ③ $\ln 15$ ④ $\ln 17$ ⑤ $\ln 19$

9

2018학년도 수능. 20.
기하와 벡터

정답률 : 76%

좌표공간에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α에 대하여 각 점 A, B, C와 평면 α 사이의 거리 중에서 가장 작은 값을 $d(\alpha)$라 하자

(가) 평면 α는 선분 AC와 만나고, 선분 BC와도 만난다.
(나) 평면 α는 선분 AB와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면 α 중에서 $d(\alpha)$가 최대가 되는 평면을 β라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 평면 β는 세 점 A, B, C를 지나는 평면과 수직이다.
ㄴ. 평면 β는 선분 AC의 중점 또는 선분 BC의 중점을 지난다.
ㄷ. 세 점이 $A(2,3,0)$, $B(0,1,0)$, $C(2,-1,0)$일 때,
$d(\beta)$는 점 B와 평면 β 사이의 거리와 같다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10

2018학년도 수능. 21.
미적분 II

정답률 : 26.1%

양수 t에 대하여 구간 $[1, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & (1 \le x < e) \\ -t + \ln x & (x \ge e) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 $g(x)$중에서 직선 $y = g(x)$의 기울기의 최솟값을 $h(t)$라 하자.

> 1 이상의 모든 실수 x에 대하여 $(x-e)\{g(x) - f(x)\} \ge 0$이다.

미분가능한 함수 $h(t)$에 대하여 양수 a가 $h(a) = \dfrac{1}{e+2}$을 만족시킨다.

$h'\left(\dfrac{1}{2e}\right) \times h'(a)$의 값은?

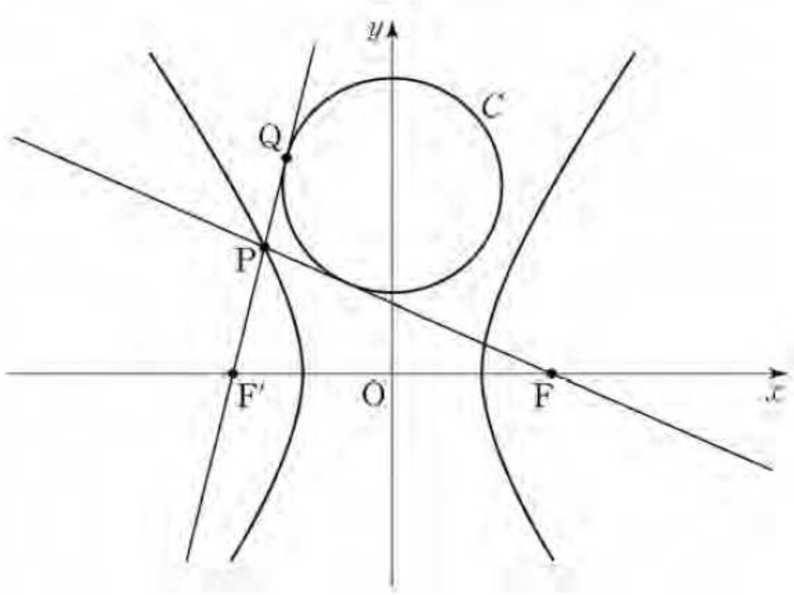
① $\dfrac{1}{(e+1)^2}$　② $\dfrac{1}{e(e+1)}$　③ $\dfrac{1}{e^2}$　④ $\dfrac{1}{(e-1)(e+1)}$　⑤ $\dfrac{1}{e(e-1)}$

11

2018학년도 수능. 27.
기하와 벡터

정답률 : 36.6%

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{17}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 FP 와 직선 $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 C가 있다. 직선 $F'P$와 원 C의 접점 Q에 대하여 $\overline{F'Q}=5\sqrt{2}$일 때, $\overline{FP}^2+\overline{F'P}^2$의 값을 구하시오.
(단, $\overline{F'P}<\overline{FP}$)



12

2018학년도 수능. 29.
기하와 벡터

정답률 : 5.9%

좌표공간에 구 $x^2+y^2+z^2=6$이 평면 $x+2z-5=0$과 만나서 생기는 원 C가 있다. 원 C 위의 점 중 y좌표가 최소인 점을 P라 하고, 점 P에서 xy평면에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 X에 대하여 $\left|\overrightarrow{PX}+\overrightarrow{QX}\right|^2$의 최댓값은 $a+b\sqrt{30}$이다. $10(a+b)$의 값을 구하시오. (단 a와 b는 유리수이다.)

13

2018학년도 수능. 30.
미적분 II

정답률 : 2.2%

실수 t에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x - t| & (|x - t| \le 1) \\ 0 & (|x - t| > 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k에 대하여 함수

$$g(t) = \int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)\,dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $g(t)$가 $t = \alpha$에서 극소이고 $g(\alpha) < 0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1, α_2, $\cdots$, α_m (m은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 45$이다.

$k - \pi^2 \sum_{i=1}^{m} g(\alpha_i)$의 값을 구하시오.

14

2018학년도 09월. 14.

확률과 통계

정답률 : 52.3%

두 이산확률변수 X와 Y가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$P(Y=k) = \frac{1}{2}P(X=k) + \frac{1}{10}$ $(k = 1, 2, 3, 4, 5)$이다. $E(X) = 4$일 때, $E(Y)$의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

15

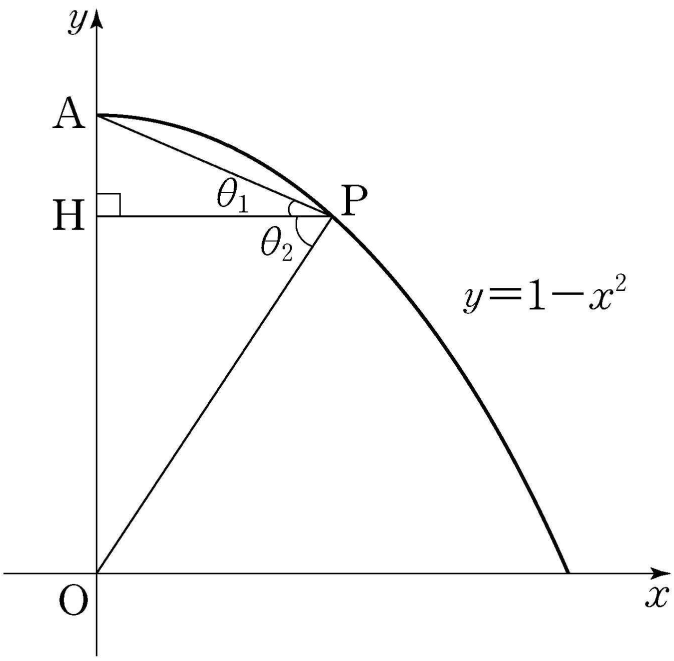
2018학년도 09월. 15.

미적분 II

정답률 : 80%

곡선 $y=1-x^2\ (0<x<1)$ 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 원점 O와 점 $\mathrm{A}(0,1)$에 대하여 $\angle APH=\theta_1$, $\angle HPO=\theta_2$라 하자.

$\tan\theta_1=\dfrac{1}{2}$일 때, $\tan(\theta_1+\theta_2)$의 값은?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

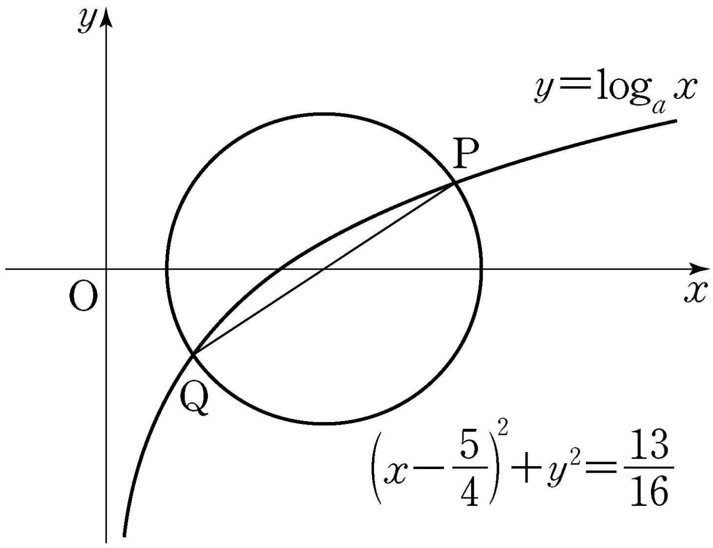
16

2018학년도 09월. 16.

미적분 II

정답률 : 75%

$a > 1$인 실수 a에 대하여 곡선 $y = \log_a x$와 원 $C : \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$의 두 교점을 P, Q라 하자. 선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a의 값은?



① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

17

2018학년도 09월. 20.
확률과 통계

정답률 : 37.9%

다음은 n명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, n은 6의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

> 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우는 '(i) 세 상자에 공이 들어가는 경우'에서 '(ii) 세 상자에 모두 같은 개수의 공이 들어가는 경우'와 '(iii) 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우'를 제외하면 된다.
>
> (i)의 경우 :
> n명의 사람이 각자 세 상자 중 공을 넣을 두 상자를 선택하는 경우의 수는 n명의 사람이 각자 공을 넣지 않을 한 상자를 택하는 경우의 수와 같다. 따라서 세 상자에서 중복을 허락하여 n개의 상자를 선택하는 경우의 수인 $\boxed{(가)}$ 이다.
>
> (ii)의 경우 :
> 각 상자에 $\frac{2n}{3}$개의 공이 들어가는 경우 뿐이므로 경우의 수는 1이다.
>
> (iii)의 경우 :
> 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가면 상자 C에는 최대 n개의 공을 넣을 수 있으므로 두 상자 A, B에 각각 $\frac{n}{2}$개보다 작은 개수의 공이 들어갈 수 없다.
> 따라서 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$ 이다.
> 그러므로 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는
> ${}_3C_2 \times (\boxed{(나)} - 1)$ 이다.
>
> 따라서 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때,
$\frac{f(30)}{g(30)} + h(30)$ 의 값은?

① 481　② 491　③ 501　④ 511　⑤ 521

18

2018학년도 09월. 21.
미적분 II

정답률 : 32.4%

수열 a_n이

$$a_1 = -1, \qquad a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} \ (n \geq 2)$$

이다. 구간 $[-1, 2)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \ (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1 < \alpha < 0$인 실수 α에 대하여 $\int_{\alpha}^{t} f(x)\,dx = 0$을 만족시키는 $t\ (0 < t < 2)$의 값의 개수가 103일 때, $\log_2(1 - \cos(2\pi\alpha))$의 값은?

① -48 ② -50 ③ -52 ④ -54 ⑤ -56

19

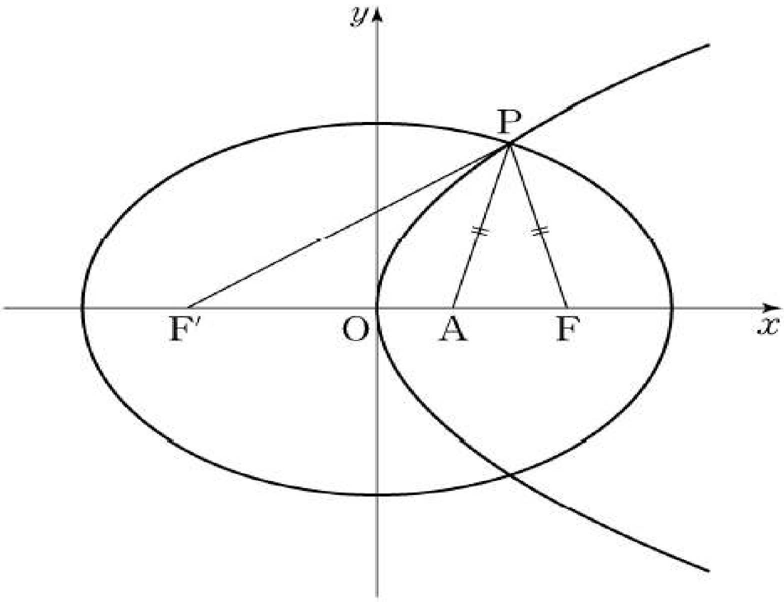
2018학년도 09월. 27.
기하와 벡터

정답률 : 38.9%

좌표평면에서 초점이 $A(a, 0)$ $(a > 0)$이고 꼭짓점이 원점인 포물선과
두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ $(c > a)$인 타원의 교점 중 제 1사분면 위의 점을 P라 하자.

$$\overline{AF} = 2, \quad \overline{PA} = \overline{PF}, \quad \overline{FF'} = \overline{PF'}$$

일 때, 타원의 장축의 길이는 $p + q\sqrt{7}$이다. $p^2 + q^2$의 값을 구하시오
(단, p, q는 유리수이다.)



20

2018학년도 09월. 29.
기하와 벡터

정답률 : 10.6%

좌표공간에 세 점 $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,0,2)$가 있다.
점 P가 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$, $|\overrightarrow{OP}| \leq 4$를 만족시키며 움직일 때,

$$|\overrightarrow{PQ}| = 1, \quad \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OA} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{BQ}|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자.
$M+m = a+b\sqrt{5}$일 때, $6(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

21

2018학년도 09월. 30.

미적분 II

정답률 : 5.9%

함수 $f(x)=\ln(e^x+1)+2e^x$에 대하여 이차함수 $g(x)$와 실수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $h(x)=|g(x)-f(x-k)|$는 $x=k$에서 최솟값 $g(k)$를 갖고,
> 닫힌 구간 $[k-1,\ k+1]$에서 최댓값 $2e+\ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$를 갖는다.

$g'\left(k-\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2}<e<3$이다.)

22

2018학년도 06월. 18.
기하와 벡터

정답률 : 42.7%

좌표평면에서 점 P는 시각 $t=0$일 때 $(0,\ -1)$에서 출발하여 시각 t에서의 속도가

$$\vec{v}=(2t,\ 2\pi\sin 2\pi t)$$

이고, 점 Q는 시각 $t=0$일 대 출발하여 시각 t에서의 위치가

$$Q(4\sin 2\pi t,\ |\cos 2\pi t|)$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 만나는 횟수는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

23

2018학년도 06월. 20.

미적분 II

정답률 : 55%

양수 a와 실수 b에 대하여 함수 $f(x) = ae^{3x} + be^{x}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은?

(가) $x_1 < \ln\frac{2}{3} < x_2$를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 m이라 할 때, $f(2m) = -\frac{80}{9}$이다.

① -15　② -12　③ -9　④ -6　⑤ -3

24

2018학년도 06월. 21.

미적분 II

정답률 : 32.3%

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x)\sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x\to 1}(x-1)F'(x) = 3, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때, $f(3)+g(3)$의 값은?

① 57 ② 55 ③ 53 ④ 51 ⑤ 49

25

2018학년도 06월. 26.
미적분 II

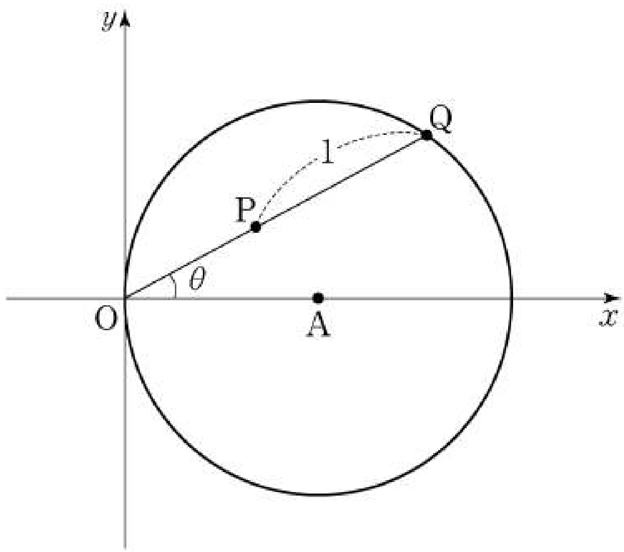
정답률 : 25.5%

그림과 같이 좌표평면에 점 $A(1, 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다.

원 위의 점 Q에 대하여 $\angle AOQ = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{3}\right)$라 할 때, 선분 OQ 위에 $\overline{PQ} = 1$인 점 P를 정한다.

점 P의 y좌표가 최대가 될 때 $\cos\theta = \frac{a + \sqrt{b}}{8}$이다. $a + b$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, a와 b는 자연수이다.)



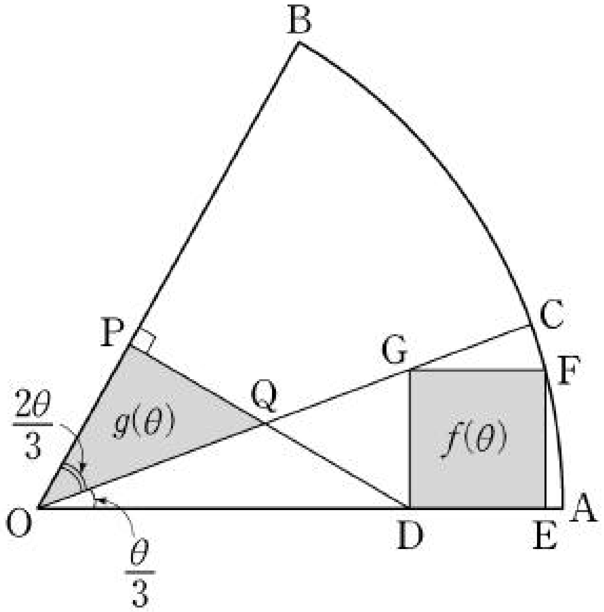
26

2018학년도 06월. 28.
미적분 II

정답률 : 25.0%

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OAB에서 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점을 C라 하자. 변 DE가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F가 각각 선분 OC, 호 AC 위에 있는 정사각형 DEFG의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. 점 D에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 P, 선분 DP와 선분 OC가 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 OQP의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

$\lim\limits_{\theta \to 0+} \dfrac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$일 때, $60k$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$이고, $\overline{OD} < \overline{OE}$이다.)



27

2018학년도 06월. 29.
기하와 벡터

정답률 : 9.2%

좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\,\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$
(나) $\lvert\overrightarrow{PA}\rvert^2 + \lvert\overrightarrow{PB}\rvert^2 = 20$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$의 최솟값은 m이고 이때 $\lvert\overrightarrow{OP}\rvert = k$이다. $m + k^2$의 값을 구하시오.

28

2018학년도 06월. 30.
미적분 II

정답률 : 7.2%

실수 a와 함수 $f(x)=\ln(x^4+1)-c$ $(c>0$인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_m$($m$은 자연수)이다.

$a=\alpha_1$일 때, 함수 $g(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)\,dx = k\alpha_m\int_0^1 |f(x)|\,dx$

$mk\times e^c$의 값을 구하시오.

29

2017학년도 수능. 19.
기하와 벡터

정답률 : 45.1%

두 양수 k, p에 대하여 점 $\mathrm{A}(-k, 0)$에서 포물선 $y^2 = 4px$에 그은 두 접선이 y축과 만나는 두 점을 각각 F, F′, 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 할 때, $\angle\mathrm{PAQ} = \frac{\pi}{3}$이다.

두 점 F, F′을 초점으로 하고 두 점 P, Q를 지나는 타원의 장축의 길이가 $4\sqrt{3}+12$일 때, $k+p$의 값은?

① 8　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 16

30

2017학년도 수능. 20.
미적분 II

정답률 : 53.8%

함수 $f(x)=e^{-x}\int_{0}^{x}\sin\left(t^{2}\right)dt$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $f(\sqrt{\pi})>0$
ㄴ. $f'(a)>0$을 만족시키는 a가 열린 구간 $(0,\ \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.
ㄷ. $f'(b)=0$을 만족시키는 b가 열린 구간 $(0,\ \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

31

2017학년도 수능. 21.
미적분 II

정답률 : 29.6%

닫힌 구간 $[0, 1]$에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가

$\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_0^1 |f(x)|dx = 2\sqrt{2}$ 를 만족시킨다.

함수 $F(x)$가 $F(x) = \int_0^x |f(t)|dt \ (0 \leq x \leq 1)$일 때,

$\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$의 값은?

① $4-\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{2}$ ③ $5-\sqrt{2}$ ④ $1+2\sqrt{2}$ ⑤ $2+2\sqrt{2}$

32

2017학년도 수능. 27.
확률과 통계

정답률 : 29.0%

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오.

(가) $a+b+c=7$

(나) $2^a \times 4^b$은 8의 배수이다.

33

2017학년도 수능. 29.
기하와 벡터

정답률 : 11.1%

한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{OQ}$와 $\overrightarrow{OP}$가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{PQ}|$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단 p, q는 서로소인 자연수이다.)

34

2017학년도 수능. 30.
미적분 II

정답률 : 0.x%

$x > a$에서 정의된 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. (단, a는 상수이다.)

> **(가)** $x > a$인 모든 실수 x에 대하여 $(x-a)f(x) = g(x)$이다.
> **(나)** 서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 함수 $f(x)$는 $x = \alpha$와 $x = \beta$에서 동일한 극댓값 M을 갖는다. (단, $M > 0$)
> **(다)** 함수 $f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수는 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수보다 많다.

$\beta - \alpha = 6\sqrt{3}$일 때, M의 최솟값을 구하시오.

35

2017학년도 9월. 17.
확률과 통계

정답률 : 59.2%

1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n장의 카드가 있다.
이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X라 하자. 다음은 $E(X)$를 구하는 과정이다. (단, $n \geq 4$)

자연수 $k\,(4 \leq k \leq n)$에 대하여 확률변수 X의 값이 k일 확률은 1부터 $k-1$까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X=k) = \frac{\boxed{(가)}}{{}_nC_4} \text{ 이다.}$$

자연수 $r\,(1 \leq r \leq k)$에 대하여

$${}_kC_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1}C_{r-1} \text{ 이므로}$$

$$k \times \boxed{(가)} = 4 \times \boxed{(나)} \text{ 이다.}$$

그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=4}^{n} \{k \times P(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_nC_4} \sum_{k=4}^{n} \left(k \times \boxed{(가)}\right) \\ &= \frac{4}{{}_nC_4} \sum_{k=4}^{n} \boxed{(나)} \end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^{n} \boxed{(나)} = {}_{n+1}C_5$$

이므로

$$E(X) = (n+1) \times \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $a \times f(6) \times g(5)$의 값은?

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

36

2017학년도 9월. 21.

미적분 II

정답률 : 32.2%

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$

(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1) = \dfrac{1}{e}$일 때, $f(2) - g(2)$의 값은?

① $\dfrac{16}{3e^4}$　② $\dfrac{6}{e^4}$　③ $\dfrac{20}{3e^4}$　④ $\dfrac{22}{3e^4}$　⑤ $\dfrac{8}{3e^4}$

37

2017학년도 9월. 28.

확률과 통계

정답률 : 58.4%

어느 고등학교에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n명을 임의추출하여 조사한 결과 50%의 학생이 대중교통을 이용하여 등교하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le p \le b$이다.

$b-a=0.14$일 때, n의 값을 구하시오.

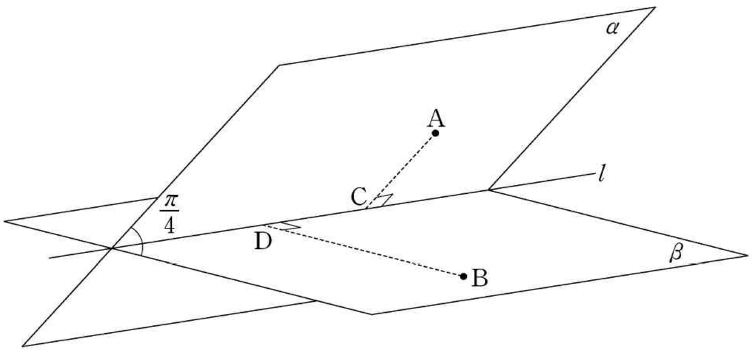
(단 Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.)

38

2017학년도 9월. 29.
기하와 벡터

정답률 : 32.6%

그림과 같이 직선 l을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$인 두 평면 α, β가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=\sqrt{3}$이고 직선 AB와 평면 β가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a+b\sqrt{2}$이다. $36(a+b)$의 값을 구하시오. (단 a, b는 유리수이다.)



39

2017학년도 9월. 30.
미적분 II

정답률 : 8.5%

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x)=f(g(x))$는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$를 갖고, $h''(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$의 값을 구하시오.

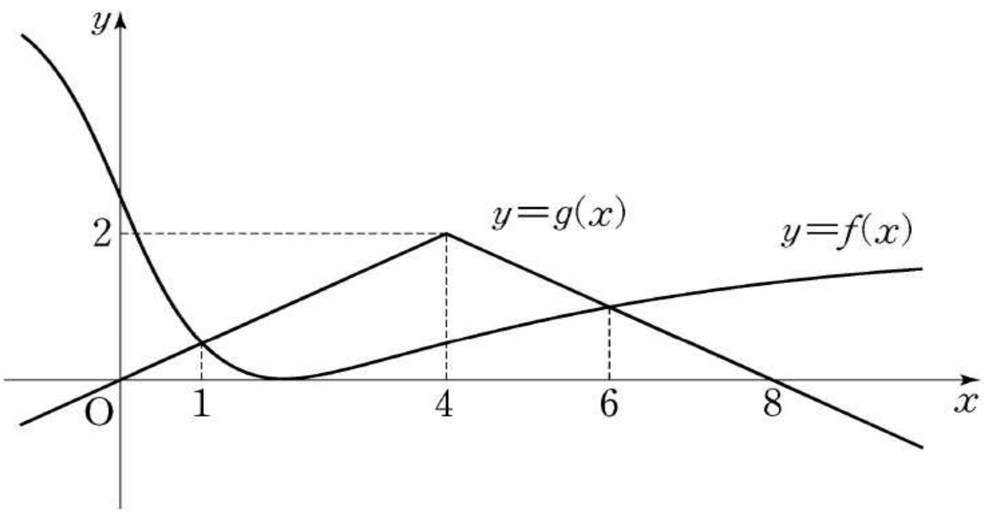
40

2017학년도 6월. 20.

미적분 II

정답률 : 52.7%

함수 $f(x)=\frac{5}{2}-\frac{10x}{x^2+4}$ 와 함수 $g(x)=\frac{4-|x-4|}{2}$ 의 그래프가 그림과 같다.



$0 \leq a \leq 8$ 인 a 에 대하여 $\int_0^a f(x)\,dx+\int_a^8 g(x)\,dx$ 의 최솟값은?

① $14-5\ln 5$ ② $15-5\ln 10$ ③ $15-5\ln 5$ ④ $16-5\ln 10$ ⑤ $16-5\ln 5$

41

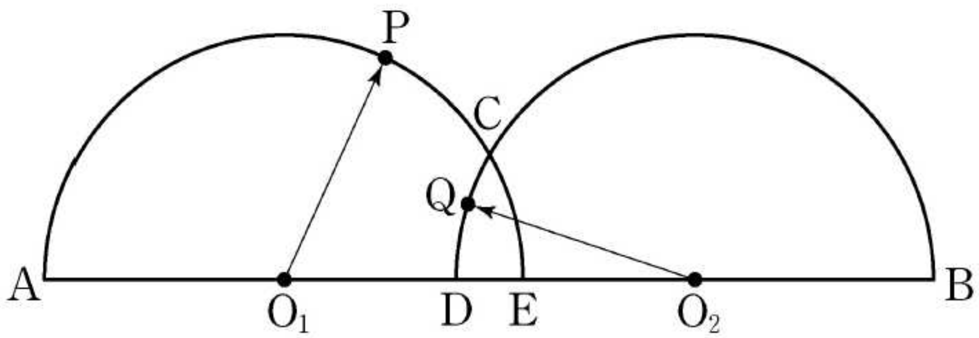
2017학년도 6월. 28.
기하와 벡터

정답률 : 40.3%

그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{AE}=\overline{DB}=2$ 인 두 점 D, E가 있다. 두 선분 AE, DE를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AE, DB가 만나는 점을 C라 하고, 선분 AB 위에 $\overline{O_1A}=\overline{O_2B}=1$ 인 두 점을 O_1, O_2라 하자.

호 AC 위를 움직이는 점 P와 호 DC위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\left|\overrightarrow{O_1P}+\overrightarrow{O_2Q}\right|$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $1<\overline{O_1O_2}<2$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



42

2017학년도 6월. 29.
기하와 벡터

정답률 : 26.9%

양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \ge 1)$에서의 위치 (x, y)가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$로부터 움직인 거리가 s가 될 때 시각 t는

$t = \dfrac{s+\sqrt{s^2+4}}{2}$이고, $t=2$일 때 점 P의 속도는 $\left(1, \dfrac{3}{4}\right)$이다.

시각 $t=2$일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\dfrac{1}{2}, a\right)$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오.

43

2017학년도 6월. 30.
미적분 II

정답률 : 7.4%

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 상수 $a\,(0<a<2\pi)$와 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=f(-x)$
(나) $\displaystyle\int_{x}^{x+a} f(t)\,dt = \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

닫힌 구간 $\left[0,\, \frac{a}{2}\right]$에서 두 실수 $b,\, c$에 대하여 $f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x)$일 때 $abc=-\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단 p와 q는 서로소인 자연수이다.)

44

2016학년도 수능. 21.

미적분 II

정답률 : 35.8%

$0 < t < 41$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 세 점 중에서 x 좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t),\, t)$, x 좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t),\, t)$ 라 하자. $h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$ 라 할 때, $h'(5)$ 의 값은?

① $\dfrac{79}{12}$ ② $\dfrac{85}{12}$ ③ $\dfrac{91}{12}$ ④ $\dfrac{97}{12}$ ⑤ $\dfrac{103}{12}$

45

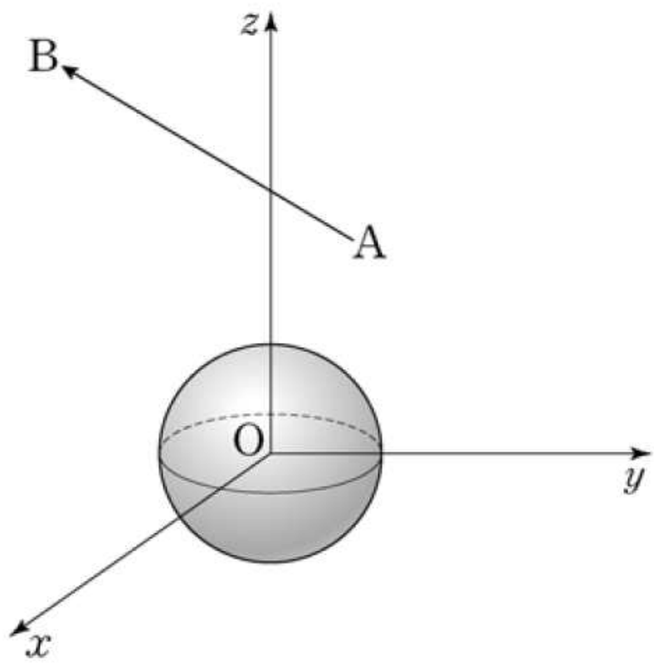
2016학년도 수능. 29.
기하와 벡터

정답률 : 15%

좌표공간의 두 점 A$(2,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3})$, B$(1,\ -\sqrt{2},\ 2\sqrt{3})$에 대하여 점 P는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|\overrightarrow{AP}|=1$
>
> (나) $\overrightarrow{AP}$와 $\overrightarrow{BP}$가 이루는 각의 크기는 $\dfrac{\pi}{6}$이다.

중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$의 최댓값이 $a+b\sqrt{33}$이다. $16(a^2+b^2)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)



46

2016학년도 수능. 30.
미적분 II

정답률 : 6.9%

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq b$일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$이다. (단, a, b, c는 상수이다.)

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)}\,dt$이다.

$\int_0^6 f(x)\,dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

47

2016학년도 9월. 21.
미적분 II

정답률 : 50%

함수 $f(x)$ 를

$$f(x)=\begin{cases} |\sin x|-\sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \le x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \le x \le \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi,\ \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $\int_a^x f(t)\,dt \ge 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α, 최댓값을 β 라 할 때, $\beta-\alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \le a \le \frac{7}{2}\pi$)

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3\pi}{2}$ ③ $\frac{5\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{2}$ ⑤ $\frac{9\pi}{2}$

48

2016학년도 9월. 29.
기하와 벡터

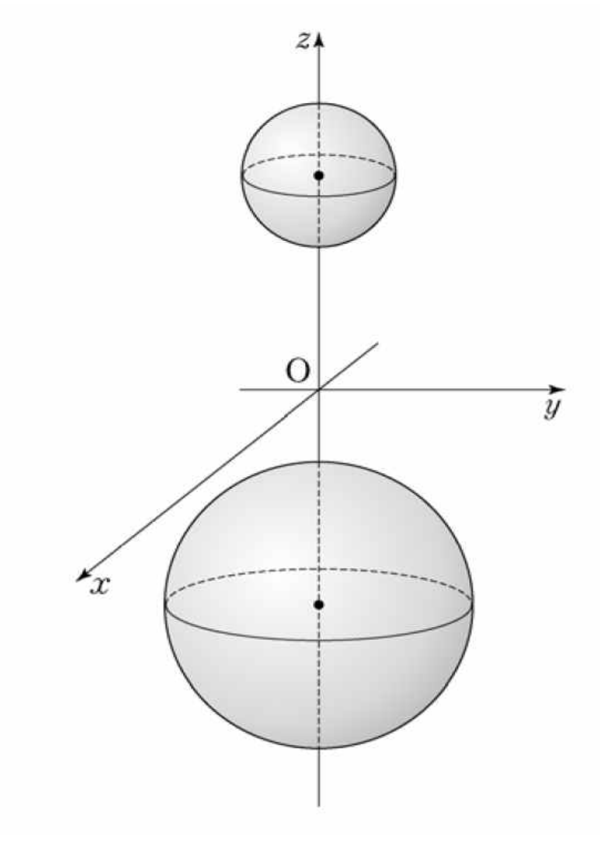
정답률 : 25.4%

좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 = x^2+y^2+(z-3)^2=1\,, \qquad S_2 = x^2+y^2+(z+3)^2=4$$

가 있다. 점 $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$을 포함하고 S_1과 S_2를 동시에 접하는 평면을 α라 하자.

점 $\mathrm{Q}(k, -\sqrt{3}, 2)$가 평면 α 위의 점일 때, $120k$의 값을 구하시오.



49

2016학년도 9월. 30.
미적분 II

정답률 : 33.1%

양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수 $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x = -\sqrt{3}$과 $x = \sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.

(나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \ge 0$이다.

세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\dfrac{k}{e^3}$라 할 때, $60k$의 값을 구하시오.

50

2016학년도 6월. 29.

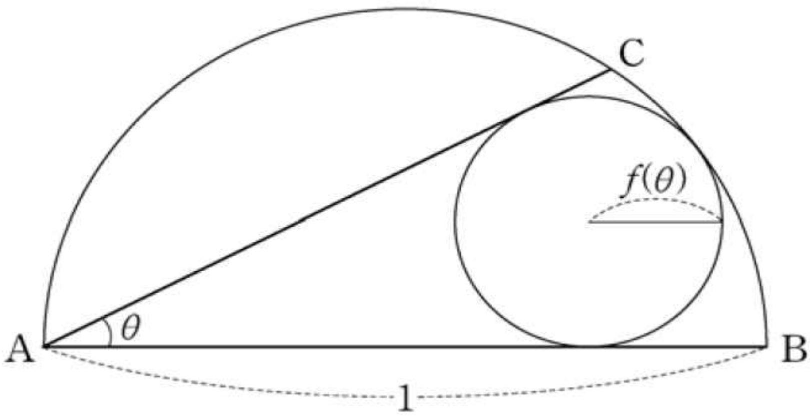
미적분 II

정답률 : 33.5%

그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$라 할 때,

$$\lim_{\theta \to +0} \frac{\tan\frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다. 100α의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



51

2016학년도 6월. 30.
미적분 II

정답률 : 10.2%

정의역이 $\{x|0 \leq x \leq 8\}$이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^8 f(x)\,dx$의 최댓값은 $p+\frac{q}{\ln 2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 자연수이고, $\ln 2$는 무리수이다.)

(가) $f(0)=1$이고 $f(8) \leq 100$이다.
(나) $0 \leq k \leq 7$인 각각의 정수 k에 대하여

$$f(k+t)=f(k) \quad (0<t \leq 1)$$

또는

$$f(k+t)=2^t \times f(k) \quad (0<t \leq 1)$$

이다.
(다) 열린 구간 $(0,\ 8)$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

답 : 128

END

빠른 정답

1	①	11	116	21	6	31	④	41	19
2	③	12	136	22	②	32	32	42	15
3	③	13	21	23	③	33	19	43	83
4	④	14	②	24	④	34	216	44	④
5	48	15	④	25	34	35	①	45	50
6	31	16	③	26	20	36	③	46	35
7	16	17	①	27	7	37	196	47	①
8	④	18	②	28	16	38	12	48	40
9	⑤	19	29	29	①	39	48	49	15
10	④	20	27	30	⑤	40	④	50	25