

2019학년도 대학수학능력시험 대비 한달음모의고사 문제지

수학 영역
(가 형)

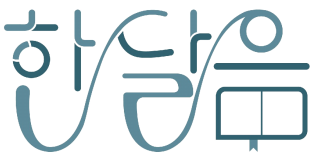
성명		수험 번호						—				
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’ 형/‘나’ 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

인연은 갈밭을 건너는 바람

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



한글음

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(-2, 3)$, $\vec{b}=(-1, 1)$ 에 대하여 $|\vec{a}+\vec{b}|$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{4x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

3. 두 사건 A , B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A)+P(B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4. 좌표공간의 두 점 $A(2, a, 5)$, $B(4, 1, 7)$ 에 대하여 선분 AB 의 중점 M 을 원점에 대하여 대칭이동한 점이 $(-3, -2, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a , b 는 상수이다.) [3점]

- ① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

5. 함수 $f(x) = 2^{x+a} + b$ 의 점근선이 $y = 5$ 이고, $f(0) = 13$ 이다.
 $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

6. 함수 $f(x) = 2x^3 + 2x + 3$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(3)$ 의 값은?
 [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

7. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 방정식

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $\beta > \alpha$) [3점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ π

8. 어느 고등학교 학생들의 통학시간은 평균이 38분, 표준편차가 12분인 정규분포를 따른다.

이 고등학교 학생들 중 36명을 임의추출하여 조사한 통학시간의 평균이 33분 이상 36분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0166 ② 0.0606 ③ 0.0919 ④ 0.1359 ⑤ 0.1525

9. 자연수 9를 자연수 1을 사용하지 않고 분할하는 방법의 수는?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f'(x)}{x} = 1$$

을 만족시킬 때, 함수 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ 에 대하여 $g''(0)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

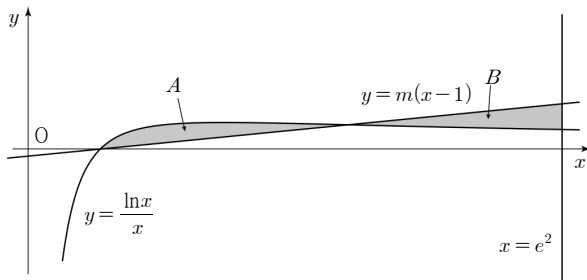
11. 곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 와 직선 $y = m(x-1)$ 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선

$y = \frac{\ln x}{x}$ 와 두 직선 $y = m(x-1)$, $x = e^2$ 로 둘러싸인 영역을 B 라

하자. A 의 넓이와 B 의 넓이가 같을 때, 상수 m 의 값은?

(단, $2(e^4 - e^2)^{-1} < m < 1$) [3점]

- ① $\frac{5}{2(e^2-1)^2}$ ② $\frac{3}{(e^2-1)^2}$ ③ $\frac{7}{2(e^2-1)^2}$
 ④ $\frac{4}{(e^2-1)^2}$ ⑤ $\frac{9}{2(e^2-1)^2}$



12. 주머니 A에는 검은 구슬 3개와 흰 구슬 3개가 들어 있고,

주머니 B에는 검은 구슬 2개와 흰 구슬 4개가 들어 있다. 두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 동시에 꺼낸 2개의 구슬이 서로 같은 색일 때, 2개의 구슬이 모두 흰색일 확률은?

(단, 두 주머니 A, B를 선택할 확률은 같다.) [3점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{6}{13}$ ③ $\frac{7}{13}$ ④ $\frac{8}{13}$ ⑤ $\frac{9}{13}$

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 $P(x, y)$ 가

$$x = 2\sqrt{3}\sin t - 1, \quad y = -\cos t + \sqrt{2}$$

이다. 시간 $t = \alpha$ ($0 < \alpha < \pi$)에서 점 P의 속도 $\vec{v}$ 가 직선

$-x + 3 = \frac{y-2}{2}$ 와 수직일 때, 시간 $t = \alpha$ 에서 점 P의 가속도의

크기는? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{37}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{38}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{39}}{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{41}}{2}$

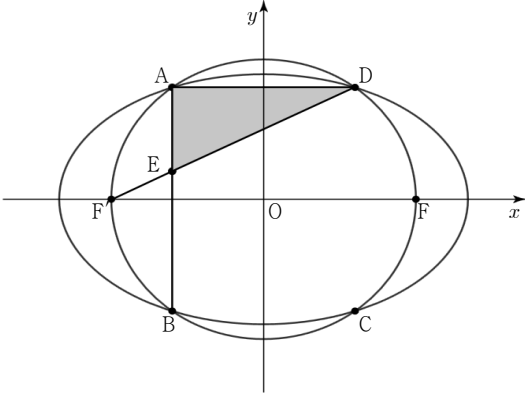
14. 확률변수 X 가 가지는 값이 5 이하의 자연수이고

$$\sum_{k=1}^n \frac{P(X=k)}{2k-1} = \frac{n}{18} \quad (n=1, 2, 3, 4)$$

을 만족시킨다. $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{55}{18}$ ③ $\frac{25}{9}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{20}{9}$

15. 그림과 같이 두 점 F, F'를 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 과 선분 FF'를 지름으로 하는 원 $\mathcal{C}$ 가 있다. 타원과 원의 교점을 각각 A, B, C, D라 할 때, 선분 AB와 선분 DF'의 교점을 E라 하자. 삼각형 ADE의 넓이는? (단, 점 F의 x 좌표는 양수이다.) [4점]



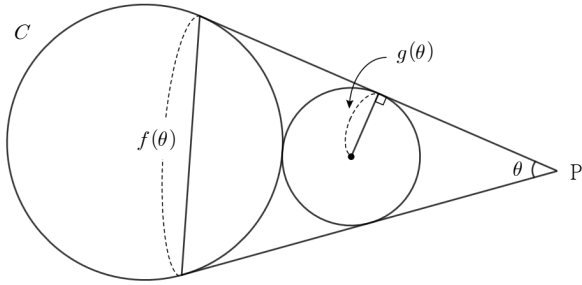
- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

16. 실수 t 에 대하여 부등식 $\log_2 x \leq t$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 방정식 $g(t) = t + 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 점 P에서 반지름의 길이가 1인 원 C에 그은 두 접선이 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. 두 접선과 원 C가 만나는 두 점을 이은 선분의 길이를 $f(\theta)$, 두 접선과 원 C에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \pi-} \frac{f(\theta)(\pi-\theta)}{g(\theta)}$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32



18. 한 변의 길이가 6인 두 정사면체 O_1ABD 와 O_2CBD 가 선분 BD를 공유하고 있다. 점 E는 점 A와 점 B의 2:1 내분점이고, 점 P는 삼각형 BCD에 내접하는 원 위를 움직일 때, $\overrightarrow{O_1P} \cdot \overrightarrow{O_2E}$ 의 최댓값은? (단, 삼각형 ABD와 삼각형 BCD는 한 평면 위에 있다.) [4점]

- ① $2(3 + \sqrt{3})$ ② $4(2 + \sqrt{2})$ ③ $4(2 + \sqrt{3})$
 ④ $4(3 + \sqrt{2})$ ⑤ $4(3 + \sqrt{3})$

19. 1부터 $6n+3$ (n 은 자연수)까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 $(6n+3)$ 장의 카드 중 임의로 뽑은 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱이 6의 배수인 경우의 수를 a_n 이라 하자. 다음은 a_n 을 구하는 과정이다.

$(6n+3)$ 장의 카드 중 임의로 뽑은 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱이 6의 배수인 경우는 ‘(i) 두 장의 카드를 뽑는 경우’에서 ‘(ii) 두 장의 카드에 각각 적힌 두 수의 곱이 2의 배수이지만 3의 배수는 아닌 경우’, ‘(iii) 두 장의 카드에 각각 적힌 두 수의 곱이 2의 배수가 아니지만 3의 배수인 경우’와 ‘(iv) 두 장의 카드에 각각 적힌 두 수의 곱이 2의 배수가 아니고 3의 배수도 아닌 경우’를 제외하면 된다.

(i)의 경우 :

$(6n+3)$ 장의 카드에서 임의로 두 장을 뽑는 경우의 수는 ${}_{6n+3}C_2$ 이다.

(ii)의 경우:

2의 배수이지만 3의 배수는 아닌 수가 각각 적힌 카드 2장을 뽑는 경우와 2의 배수이지만 3의 배수는 아닌 수가 적힌 카드 한 장과 2의 배수가 아니고 3의 배수도 아닌 수가 적힌 카드 한 장을 뽑는 경우가 있다. 따라서 각각의 경우의 수를 더한 값은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(iii)의 경우:

2의 배수가 아니지만 3의 배수인 수가 각각 적힌 카드 2장을 뽑는 경우와 2의 배수는 아니지만 3의 배수인 수가 적힌 카드 한 장과 2의 배수가 아니고 3의 배수도 아닌 수가 적힌 카드 한 장을 뽑는 경우가 있다. 따라서 각각의 경우의 수를 더한 값은 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

(iv)의 경우:

2의 배수가 아니고 3의 배수도 아닌 수가 각각 적힌 카드 2장을 뽑는 경우이므로 경우의 수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 $a_n = {}_{6n+3}C_2 - \boxed{\text{(가)}} - \boxed{\text{(나)}} - \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(4)+g(6)+h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 365 ② 366 ③ 367 ④ 368 ⑤ 369

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2)=6$

(나) 함수 $e^x f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재한다.

$\int_{f(0)}^{6e^2} g(x)dx$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 pe^2+q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? (단, p , q 는 정수이다.) [4점]

- ① 32 ② 40 ③ 48 ④ 56 ⑤ 64

21. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \ln(ae^x + bx + c)$ 와
실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = |f(x) - f(t) - f'(t)(x - t)|$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x-h)}{h} = 0$ 을 만족시
키는 실수 x 의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 함수 $h(t)$ 는 다음 조건을
만족시킨다.

- (가) 함수 $h(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속인 α 의 최댓값은 3이다.
(나) t 에 대한 방정식 $f'(t)h(t) = k$ 의 실근의 개수를 $l(k)$ 라
할 때, 함수 $l(k)$ 가 $k = \beta$ 에서 불연속인 β 의 개수는
6이다.

$f(3) = \ln 2$ 일 때, 함수 $e^{f(x)}$ 의 최솟값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)
[4점]

- ① $-4\ln \frac{2}{3}$ ② $-4 - 4\ln \frac{2}{3}$ ③ $-12\ln \frac{2}{3}$
④ $-4 - 12\ln \frac{2}{3}$ ⑤ $-16\ln \frac{2}{3}$

단 답 형

22. ${}_4\Pi_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^2 + 2x + \frac{1}{x}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $3xy^3 - 4x^3y^2 + 3x - 2 = 0$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

26. 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르는 확률변수 X 와 평균이 $m^2 + 3m$, 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르는 확률변수 Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ P\left(-2 < X < -\frac{7}{4}\right) = P\left(-2 < Y < -\frac{7}{4}\right)$$

- (나) 확률변수 X 의 확률밀도함수를 $f(x)$, 확률변수 Y 의 확률밀도함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $f(0) > g(0)$ 이다.

$4m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 좌표공간의 두 점 $A(-4, 3, 1)$, $B(2, -1, 3)$ 에 대하여 직선 AB 에 수직이고 점 B 와의 거리가 $\sqrt{14}$ 인 평면이 선분 AB 와 만난다. 이 평면의 방정식을 $ax - 2y + bz + c = 0$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하시오. (단, a , b , c 는 상수이다.) [3점]

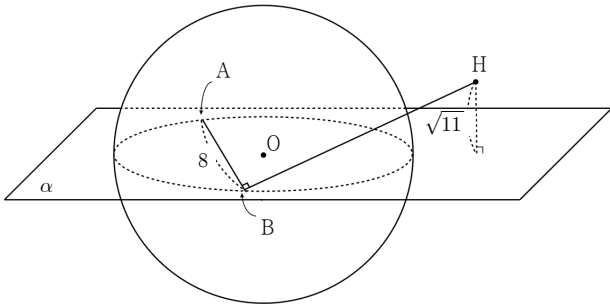
27. 한 개의 주사위를 세 번 던져 나온 눈의 수를 차례대로 a, b, c 라 할 때, 세 수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $a < c$

(나) $|a-b| \leq |b-c| \leq |c-a|$

28. 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ 위를 $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 가 되도록 움직이는 점 P 가 있다. $\angle POF = 2\angle PF'F$ 일 때, 직선 PF 가 y 축과 만나는 점을 Q , 점 Q 에서 직선 OP 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 PQH 의 넓이를 k 라 할 때, $5k$ 의 값을 구하시오. (단, 점 F 의 x 좌표는 양수이고, O 는 원점이다.) [4점]

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 구의 중심 O 를 지나는 평면을 α 라 하고, 평면 α 와 구가 만나서 생기는 원 위에 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{AB}=8$ 이다. 평면 α 위에 있지 않은 점 H 는 평면 α 와의 거리가 $\sqrt{11}$ 이고, 직선 AB 와 직선 BH 는 수직으로 만난다. 직선 AO 와 점 H 를 포함하는 평면 β 에 대하여 평면 α 와 평면 β 가 이루는 각을 θ_1 라 할 때, $\cos\theta_1 = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ 이다. 삼각형 ABH 를 포함하는 평면 γ 와 평면 β 가 이루는 각을 θ_2 라 할 때, $\cos^2\theta_2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{OH} > 9$ 이고 p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 1보다 큰 자연수 k 에 대하여 닫힌 구간 $[x-k, x+k]$ 에서

함수 $f(x) = \int_0^x t^3 \sin(nt^2) dt$ 의 최댓값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$-\frac{\sqrt{n\pi}}{n} < x < \frac{\sqrt{n\pi}}{n}$ 에서 함수 $g(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 3이다.

$x > 0$ 에서 정의된 함수

$$h(x) = |g(x) - f(x+k)|$$

에 대하여 집합 $\{x \mid h'(x) = 0 \text{ 이고 } h''(x) < 0\}$ 의 원소들 중 작은 순서대로 10개를 뽑아 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{10}$ 라 할 때, $\sum_{i=1}^{10} h(\alpha_i) = 105\pi^3$

이다. $h'(\pi) = 0$ 일 때, $\frac{1}{\pi^2} \sum_{i=1}^5 (\alpha_i + 3)^2$ 의 값을 구하시오.

(단, n 은 상수이고, $3 < \pi < 4$ 이다.) [4점]