

2019학년도 대학수학능력시험 대비 한달음모의고사 문제지

수학 영역 (나 형)

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 인연은 갈밭을 건너는 바람**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



한글음

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선 다형

1. $32^{\frac{1}{5}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n + 5}{n^3 + 2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

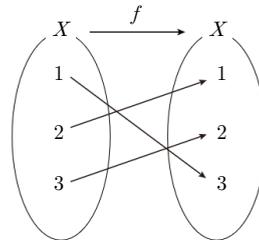
3. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$$

에 대하여 $n(A-B)$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. 그림은 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(1) + (f \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2

수학 영역(나형)

5. 함수 $y = \sqrt{ax}$ 가 점 $(2, 4)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A) + P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, \log_2 3)$, $B(3, \log_2 24)$ 에 대하여
선분 AB 의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

8. 철수와 영희가 중국집에서 짜장면, 짬뽕, 볶음밥 중 각자 하나의 메뉴를 선택해 먹으려 한다. 철수와 영희가 서로 다른 메뉴를 고를 확률은? (단, 철수와 영희가 세 개의 메뉴 중 하나를 선택할 확률은 모두 같다.) [3점]

- ① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

9. $(4x^2 + \frac{1}{x})^5$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① 120 ② 160 ③ 200 ④ 240 ⑤ 280

10. 자연수 9를 자연수 1을 사용하지 않고 분할하는 방법의 수는? [3점]

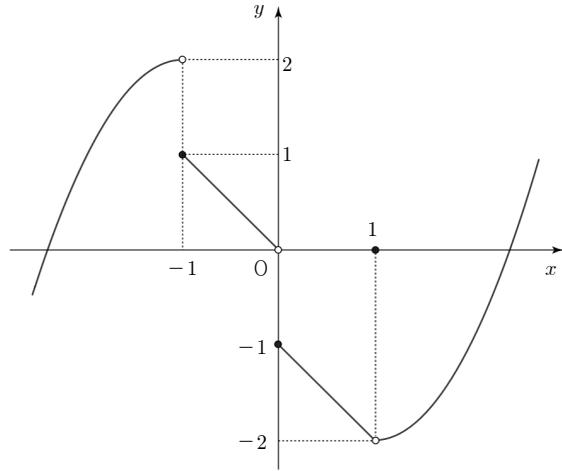
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f\left(1 + \frac{k}{n}\right) = 4$ 일 때,

$\int_1^2 (2x-2)f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

12. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{x} - 1\right)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

13. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{7}{2}, \quad a_4 + a_5 + a_6 = 28$$

을 만족시킨다. $a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 60 ② 120 ③ 240 ④ 360 ⑤ 480

14. 자연수 k 에 대하여

$$\frac{1}{k(k+4)}, \quad \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

중 작지 않은 값을 $M(k)$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n M(k)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{15}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{14}{15}$ ⑤ $\frac{16}{15}$

6

수학 영역(나형)

15. 확률변수 X 는 정규분포 $N(4, 3^2)$ 를 따르고, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(10, 3^2)$ 를 따른다. 확률변수 X 의 확률밀도함수를 $f(x)$, 확률변수 Y 의 확률밀도함수를 $g(x)$ 라

할 때, $4 \leq x \leq 10$ 에서 x 축과 곡선 $f(x)$ 로 둘러싸인 영역을 A , x 축과 곡선 $g(x)$ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. A 와 B 의 공통영역의 넓이를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
1.5	0.4332
2	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0919 ② 0.1359 ③ 0.1587 ④ 0.1838 ⑤ 0.2718

16. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)f'(x)}{f(x)} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 다음은 확률변수 X 의 확률분포를 적은 표의 일부가 찢어진 것이다.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$		$\frac{5}{9}$		1

다음은 확률변수 X 의 평균과 분산이 같다고 할 때, $P(X=-1)$ 의 값을 구하는 과정이다.

$P(X=-1) = k \left(0 \leq k \leq \frac{4}{9} \right)$ 라 하자.

$P(X=-1) + P(X=0) + P(X=1) = 1$ 이므로

$P(X=1) = \frac{4}{9} - k$ 이다.

그러므로 $E(X) = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, $E(X^2) = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서 $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \boxed{\text{(나)}} - \{\boxed{\text{(가)}}\}^2$ 이다.

한편, 확률변수 X 의 평균과 분산이 같으므로,

$k = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b 라 할 때, $a+f(b)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{17}{18}$ ⑤ 1

18. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2 & (a_n \text{이 소수인 경우}) \\ a_n + 1 & (a_n \text{이 소수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_n 보다 작은 소수의 개수를 b_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{15} (a_n - b_n)$ 의 값은? [4점]

- ① 105 ② 106 ③ 107 ④ 108 ⑤ 109

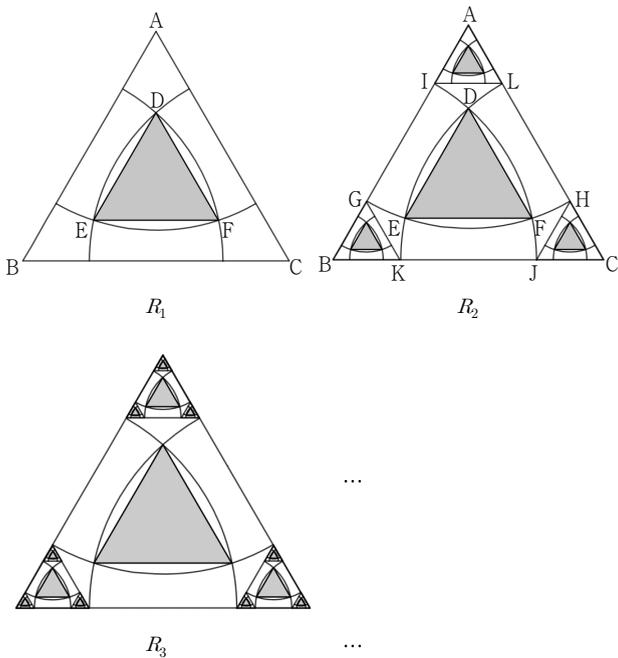
19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC가 있다.

중심이 A이고 선분 AB를 3:1로 내분하는 점을 지나는 원을 O_A ,
 중심이 B이고 선분 BC를 3:1로 내분하는 점을 지나는 원을 O_B ,
 중심이 C이고 선분 CA를 3:1로 내분하는 점을 지나는 원을 O_C ,
 라 하자. 두 원 O_B, O_C 가 삼각형 ABC의 내부에서 만나는 점을
 D, 두 원 O_A, O_C 가 삼각형 ABC의 내부에서 만나는 점을 E,
 두 원 O_A, O_B 가 삼각형 ABC의 내부에서 만나는 점을 F라
 할 때, 정삼각형 DEF를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 원 O_A 가 두 선분 AB, CA와 만나는 점을 각각 G, H,
 원 O_B 가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 I, J, 원 O_C 가 두
 선분 BC, CA와 만나는 점을 각각 K, L이라 하고, 세 정삼각형
 AIL, BGK, CHJ에서 R_1 을 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어진
 3개의 정삼각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 새로 만들어진 3개의 정삼각형에 각각 R_1 에서 R_2 를
 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 9개의 정삼각형에 색칠하
 여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는
 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{4\sqrt{3}}{13}(19-4\sqrt{15})$
- ② $\frac{4\sqrt{3}}{15}(19-4\sqrt{15})$
- ③ $\frac{8\sqrt{3}}{13}(19-4\sqrt{15})$
- ④ $\frac{16\sqrt{3}}{13}(19-4\sqrt{15})$
- ⑤ $\frac{16\sqrt{3}}{15}(19-4\sqrt{15})$

20. $f(1) < 0$ 인 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

라 하자. 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 [4점]

—<보기>—

- ㄱ. $g(1) = 0$ 이면 $f(a) = 0$ 을 만족시키는 실수 a 가 열린 구간 $(0, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.
- ㄴ. $g(1) > 0$ 이면 $f(b) > 0$ 을 만족시키는 실수 b 가 열린 구간 $(0, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.
- ㄷ. $g(1) > 0$ 이면 $f(c) = 0$ 을 만족시키는 실수 c 가 열린 구간 $(0, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{1}{2}x + a \right\rfloor & (0 \leq x < 2) \\ \frac{b}{x} + c & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

의 역함수 $g(x)$ 가 존재할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $1 \leq y \leq f(x)$ 인 두 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수는 8이다.
- (나) $1 \leq y \leq g(x)$ 인 두 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수는 9이다.

$a+b+5c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형

22. ${}_4P_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 8x + 3$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 두 집합 A, B 가 $n(A)=3, n(B)=2$ 일 때, 집합 $A \cup B$ 의 부분집합의 개수의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M-m$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p : |x-a| > 7$$

$$q : |x-b| > 3$$

일 때, 조건 q 가 조건 p 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. M^2+m^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y=x^3-6x^2+8x+2$ 와 이 곡선 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선으로 둘러싸인 영역의 넓이는 S 이다. $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 공차가 자연수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = b_1 + 41$

(나) $(a_{21} - b_{21})(a_{22} - b_{22}) < 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{4}{3}$ 일 때, $a_{10} - b_6$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4}$ 의 값이 존재한다.

(나) 함수 $|(x-1)f(x)|$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 3이고 그 점의 x 좌표가 각각 $-3, -1, 2$ 이다.

$f'(-3) = 40$ 일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 k 라 할 때, 좌표평면 위의 원점 O 에 위치한 점 P 를 다음 규칙에 따라 이동시킨다.

- (가) k 가 짝수이면 점 P 를 x 축의 방향으로 나온 눈의 수만큼 평행이동시킨다.
 (나) k 가 1을 제외한 홀수이면 점 P 를 y 축의 방향으로 나온 눈의 수만큼 평행이동시킨다.
 (다) k 가 1이면 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨다.

한 개의 주사위를 3번 던져서 위의 규칙에 따라 점 P 를 (x, y) 로 이동시킨다. x 와 y 가 모두 자연수일 때, x 와 y 가 서로소일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

k 에 대한 방정식 $\lim_{x \rightarrow k} \frac{f(x)}{x-k} = k^3 - 3k^2 - 3k + 7$ 이 서로 다른 세 실근을 갖는다.

양의 실수 m 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -x+2 & (x < a) \\ (x-m)^2+4 & (a \leq x < b) \\ -2x+14 & (x \geq b) \end{cases}$$

일 때, 합성함수 $f \circ g$ 가 실수 전체 집합에서 연속이다. $m+a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]