

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. 6×3^{-1} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{2, 3, 5, 6\}$$

에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

3. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^4$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x^4}$ 의 계수의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

(나 형)

수학 영역

5. 두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

6. 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & (x \geq a) \\ 2x-5 & (x < a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{10} - 3a_7 + 2a_5 = -13$ 일 때, $a_{14} - a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

8. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: (x-2)(x-4) \leq 0$$

$$q: x \geq a$$

에 대하여 명제 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

9. $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 홀수의 눈이 짝수 번 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

(나 형)

수학 영역

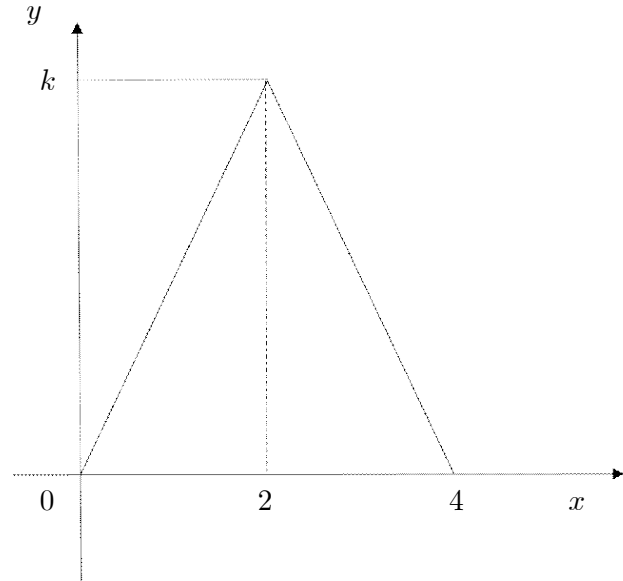
11. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = 8$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (3a_n + b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 연속확률변수 X 가 갖는 범위는 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(\frac{3}{2} \leq X \leq 4)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{23}{32}$ ② $\frac{25}{32}$ ③ $\frac{27}{32}$ ④ $\frac{29}{32}$ ⑤ $\frac{31}{32}$

13. 좌표평면에서 함수 $y = \frac{4}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 함수 $y = \sqrt{4x - m}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y = f(x)$ 라 하자. $f(2)$ 의 값은? (단, m 은 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 흰 공 4개, 검은 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 공을 1개 꺼내어 공의 색을 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 4번 반복할 때, 꺼낸 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 m, n 이라 하자. $m \neq n$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{17}{27}$ ③ $\frac{19}{27}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{23}{27}$

(나 형)

수학 영역

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 3$$

일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 영역의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

16. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

(가) $a+b+c+d=8$
(나) $a^2+b^2 \leq 5$

- ① 58 ② 60 ③ 62 ④ 64 ⑤ 66

17. 하나의 주사위를 6번 연달아 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 나올 때마다 2000원을 받는 게임이 있다. 다음은 이 게임에서 받게 되는 금액의 기댓값을 구하는 과정이다.

6번의 독립시행에서 3의 배수의 눈이 나오는 사건이 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, 하나의 주사위를 1번 던지는 시행에서 3의 배수의 눈이 나올 확률은 모든

시행에서 $\frac{1}{3}$ 로 일정하므로 확률변수 X 는 이항분포

$B(6, \frac{1}{3})$ 을 따른다.

X 가 취하는 값은 $0, 1, 2, \dots, 6$ 이고 정수 $k(0 \leq k \leq 6)$ 에 대하여

$$P(X=k) = \boxed{\text{(가)}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{6-k}$$

이다.

한편, 자연수 $r(1 \leq r \leq k)$ 에 대하여

$${}^k C_r = \frac{k}{r} \times {}^{k-1} C_{r-1}$$

이므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=0}^6 \{k \times P(X=k)\} \\ &= \sum_{k=1}^6 \{k \times P(X=k)\} \\ &= 6 \sum_{k=1}^6 \left\{ \boxed{\text{(나)}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{6-k} \right\} \\ &= 2 \sum_{k=1}^6 \left\{ \boxed{\text{(나)}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} \left(\frac{2}{3}\right)^{5-(k-1)} \right\} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $E(X)=2$ 이고, 받게 되는 금액을 확률변수 Y 라 하면 $Y=2000X$ 이므로

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(2000X) \\ &= 2000E(X) = 4000 \end{aligned}$$

이다.

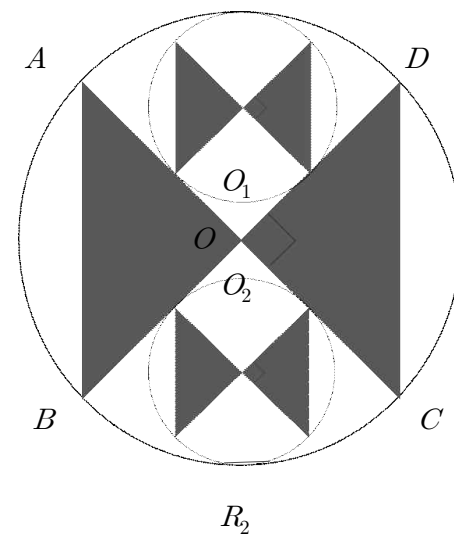
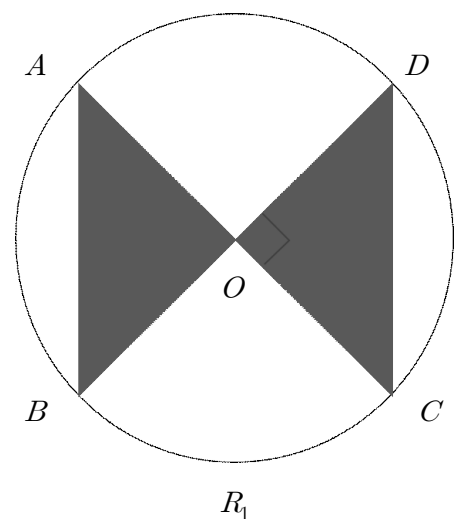
위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $f(3)+g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

18. 그림과 같이 지름의 길이가 4인 원 O 가 있다. 원의 중심을 O 라 할 때, 두 선분 AC 와 BD 는 원 O 의 지름이고, 점 O 에서 서로 수직으로 만난다. 이때, 두 삼각형 OAB, OCD 를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 원 O 및 두 선분 OA, OD 와 접하는 원 O_1 과 원 O 및 두 선분 OB, OC 와 접하는 원 O_2 를 그리고, 두 원 O_1, O_2 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 삼각형들에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{16\sqrt{2}+18}{7}$ ② $\frac{16\sqrt{2}+20}{7}$ ③ $\frac{20\sqrt{2}+22}{7}$
 ④ $\frac{20\sqrt{2}+24}{7}$ ⑤ $\frac{22\sqrt{2}+30}{7}$

(나 형)

수학 영역

19. 정규분포 $N(m, 4^2)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 함수

$f(t)$ 를

$$f(t) = P(t \leq X \leq t+4)$$

라 하자. 함수 $f(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서

최댓값을 가질 때, $\sum_{k=1}^{\infty} f(4k + \alpha)$ 의

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

값을 오른쪽 표준정규분포를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.6915 ② 0.3085 ③ 0.1587
- ④ 0.0668 ⑤ 0.0228

20. 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = (x^2 + kx)g(x)$$

를 만족시킨다. $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 극댓값 12를 갖고,

$g'(2) = -\frac{2}{3}$ 일 때, 양의 실수 k 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

21. 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} 2x & (x < -2) \\ f(x) & (-2 \leq x \leq 2) \\ 3x-2 & (x > 2) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 가진다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 극값을 가진다.

(다) 함수 $|g(x)|$ 는 두 점에서 미분가능하지 않다.

$f(-2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

단답형

22. ${}_3\Pi_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 실수 a 에 대하여 $a^4 = 3$ 일 때, $\log_a 3$ 의 값을 구하십시오. [3점]

(나 형)

수학 영역

24. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_{-1}^x f(t)dt = 2x^3 + ax^2 - 6 \quad (\text{단, } a \text{는 상수})$$

이 성립할 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h}$$

의 값을 구하시오. [3점]

26. 1부터 5까지의 숫자가 하나씩 적혀있는 카드가 한 장씩 총

5장이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 카드를 한 장

씩 임의로 두 차례 뽑을 때, 뽑힌 카드에 적힌 수를 차례로 a, b

라 하자. $|a-b| \leq 2$ 일 때, $a=3$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값

을 구하시오. (단, 뽑은 카드는 다시 넣지 않고, p 와 q 는 서로

소인 자연수이다.) [4점]

27. 자연수 n 에 대하여 유리함수 $f(x) = \frac{x-3}{x}$ 위의 두 점 $(n, f(n)), (n+1, f(n+1))$ 을 잇는 선분의 기울기를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{11} a_n = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 확률변수 X 가 가지는 값이 0부터 5까지의 정수이고, 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=k) = \frac{{}^5C_k}{a} \quad (k=0, 1, 2, \dots, 5)$$

일 때, $E(aX+20)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

(나 형)

수학 영역

29. $f'(\frac{5}{2})=0$ 인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $\frac{f(x)+|f(x)|}{2} \leq \frac{1}{4}|x|$
이고, 부등식의 등호를 만족시키는 x 의 개수는 2개다.

$f(1)=0$ 일 때, $f(3)$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 연속함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| & (x \geq 2) \\ f(x) & (x < 2) \end{cases}$$

이때 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)=0$ 의 실근은 모두 자연수이다.
(나) 함수 $h(x)=|g(x)-4|$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2개이다.

$h(6)$ 이 될 수 있는 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $3(M-m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

풀어주셔서 감사합니다! 수능까지 열공하는 당신은 보기 아름답습니다.