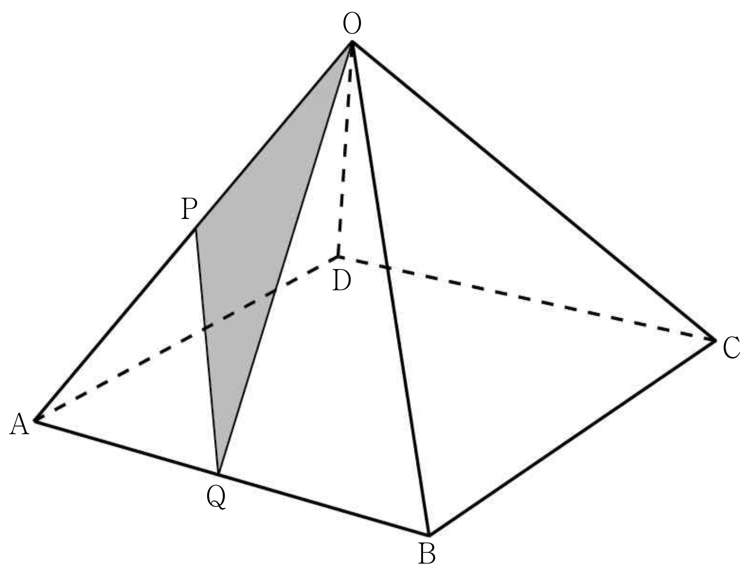
7월

학평
대비

고지우 수학연구소

1. 공간도형

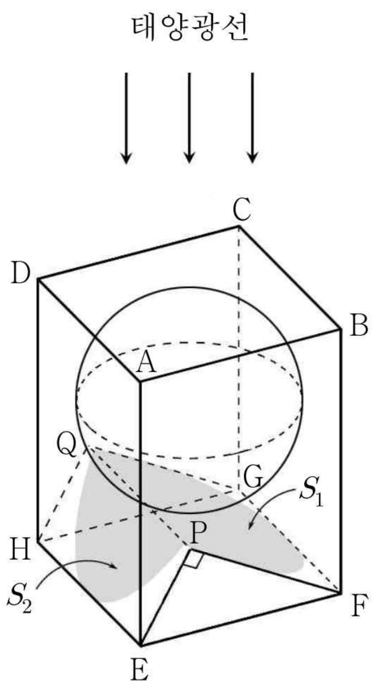
그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형을 밑면으로 하고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=2\sqrt{5}$인 정사각뿔 $O-ABCD$가 있다. 두 선분 OA, AB의 중점을 각각 P, Q라 할 때, 삼각형 OPQ의 평면 OCD 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{4}$　③ 1　④ $\frac{5}{4}$　⑤ $\frac{3}{2}$

2017년 사관 1차 기출

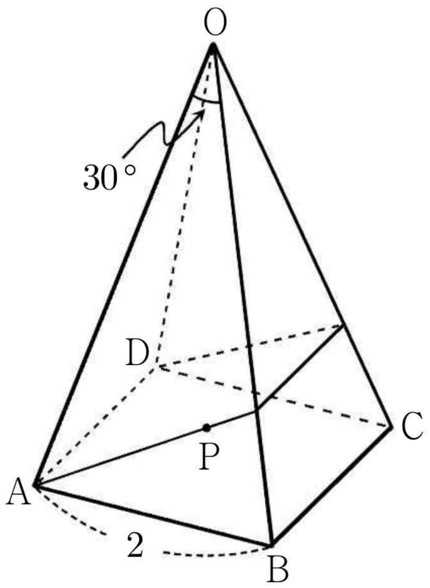
한 변의 길이가 8인 정사각형을 밑면으로 하고 높이가 $4+4\sqrt{3}$인 직육면체 ABCD－EFGH가 있다. 그림과 같이 이 직육면체의 바닥에 $\angle EPF=90^{\circ}$인 삼각기둥 EFP－HGQ가 놓여있고 그 위에 구를 삼각기둥과 한 점에서 만나도록 올려놓았더니 이 구가 밑면 ABCD와 직육면체의 네 옆면에 모두 접하였다. 태양광선이 밑면과 수직인 방향으로 구를 비출 때, 삼각기둥의 두 옆면 PFGQ , EPQH에 생기는 구의 그림자의 넓이를 각각 S_1, $S_2\ (S_1 > S_2)$라 하자. $S_1+\frac{1}{\sqrt{3}}S_2$의 값은? [4점][2]



① $\frac{20\sqrt{3}}{3}\pi$ ② $8\sqrt{3}\pi$ ③ $\frac{28\sqrt{3}}{3}\pi$ ④ $\frac{32\sqrt{3}}{3}\pi$ ⑤ $12\sqrt{3}\pi$

2016년 사관 1차 기출

그림과 같이 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형이고 밑면은 한 변의 길이가 2인 정사각형인 사각뿔 O－ABCD에서 $\angle \mathrm{AOB}=30^{\circ}$이다. 점 A에서 출발하여 사각뿔의 옆면을 따라 모서리 OB 위의 한 점과 모서리 OC 위의 한 점을 거쳐 점 D에 도착하는 최단경로를 l이라 하자. l 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}}$의 최댓값을 $a\sqrt{3}+b$라 할 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)〔4점〕



2. 벡터

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 \le t \le 2\pi)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$x=t+2\cos t,\ y=\sqrt{3}\sin t$$

일 때, 〔보기〕에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? 〔4점〕

[보 기]

ㄱ. $t=\dfrac{\pi}{2}$일 때, 점 P의 속도는 $(-1,\ 0)$이다.

ㄴ. 점 P의 속도의 크기의 최솟값은 1이다.

ㄷ. 점 P가 $t=\pi$에서 $t=2\pi$까지 움직인 거리는 $2\pi+2$이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2017년 7월 학평

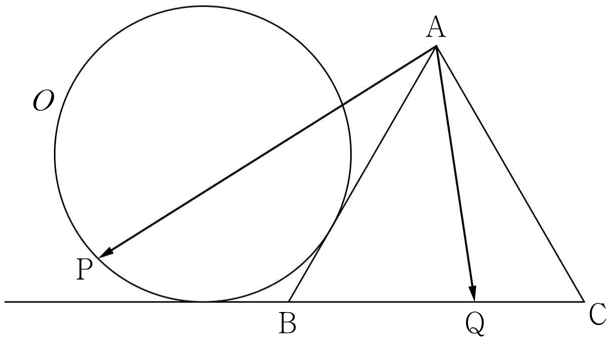
평면 위에 반지름의 길이가 13인 원 C가 있다. 원 C 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=24$이고, 이 평면 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left\|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right\|=5$ (나) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $5\cos\theta$는 자연수이다.

원 C 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최댓값을 구하시오. [4점]

2017년 사관 1차 기출

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC와 반지름의 길이가 1이고 선분 AB와 직선 BC에 동시에 접하는 원 O가 있다. 원 O 위의 점 P와 선분 BC 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최댓값과 최솟값의 합은 $a+b\sqrt{3}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이고, 원 O의 중심은 삼각형 ABC의 외부에 있다.) [4점]



3. 미적분 II

상수항을 포함한 모든 항의 계수가 유리수인 이차함수 $f(x)$가 있다. 함수 $g(x)$가

$$g(x)=|f'(x)|e^{f(x)}$$

일 때, 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극솟값을 갖는다.
(나) 함수 $g(x)$의 최댓값은 $4\sqrt{e}$이다.
(다) 방정식 $g(x)=4\sqrt{e}$의 근은 모두 유리수이다.

$|f(-1)|$의 값을 구하시오. 〔4점〕

2017년 7월 학평

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_0^x \frac{t}{f(t)}\,dt$$

일 때, 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g'(-x)=-g'(x)$이다.
(나) 점 $(1,\ g(1))$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

$g(1)$의 값은? 〔4점〕

① $\frac{1}{5}\ln 2$ ② $\frac{1}{4}\ln 2$ ③ $\frac{1}{3}\ln 2$ ④ $\frac{1}{2}\ln 2$ ⑤ $\ln 2$

2017년 사관 1차 기출

$a \le 35$인 자연수 a와 함수 $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 4$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = |f(x) - a|$$

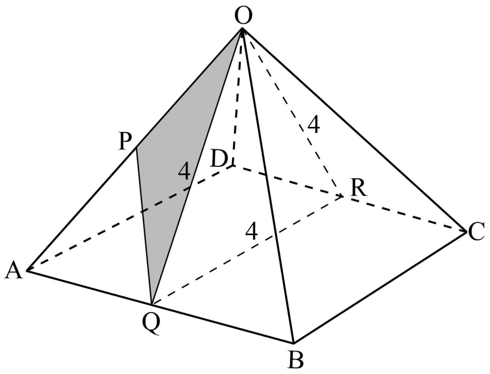
라 할 때, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $y = g(x)$의 그래프와 직선 $y = b\ (b > 0)$이 서로 다른 4개의 점에서 만난다.
>
> (나) 함수 $|g(x) - b|$가 미분가능하지 않은 실수 x의 개수는 4이다.

두 상수 a, b에 대하여 $a + b$의 값을 구하시오. [4점]

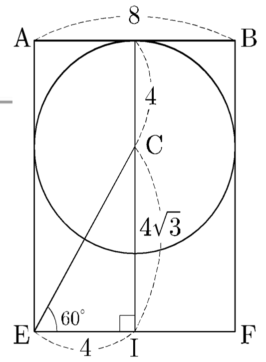
1) 정답 ③

선분 CD의 중점을 R라 하자.

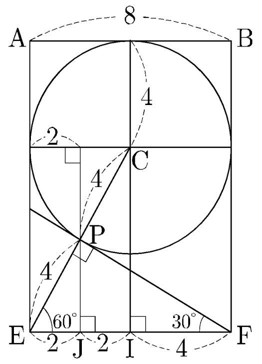


두 평면 OAB, OCD가 이루는 예각 θ는
$\theta = \angle \mathrm{QOR}$이다.
$\overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{OR}} = \overline{\mathrm{QR}} = 4$이므로 삼각형 QOR는 정삼각형이다.
그러므로 $\cos\theta = \frac{1}{2}$
점 P는 선분 OA의 중점이므로 삼각형 OPQ의 넓이를 S라 하면
$S = \frac{1}{2} \times (\text{삼각형 OAQ의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$
삼각형 OPQ의 평면 OCD 위로의 정사영의 넓이를 S'라 하면
$S' = S\cos\theta = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

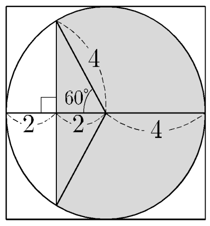
2) ④
주어진 입체를 옆면 $ABFE$가 정면에서 보이도록 나타낼 때, 구는 다음 그림과 같이 변 AB, AE, BF에 동시에 접하는 원이다.



위 그림에서 원의 중심을 C, 점 C에서 변 EF에 내린 수선의 발을 I라 하자.
원의 반지름의 길이가 4이고 $\overline{AE}=4+4\sqrt{3}$이므로
$\overline{CI}=4\sqrt{3}$이다.
직각삼각형 CEI에서 $\overline{EI}=4$이므로 $\angle CEI=60^{\circ}$이다.
따라서 삼각형 CEF는 한 변의 길이가 8인 정삼각형이다.
$S_1>S_2$이므로 점 P는 F에서 원에 그은 접선 위에 존재한다.
그런데 점 F에서 선분 CE에 내린 수선의 발은 선분 CE를 수직이등분하므로
점 P는 선분 CE의 중점이고 점 P에서 직선 PF와 원이 접한다.



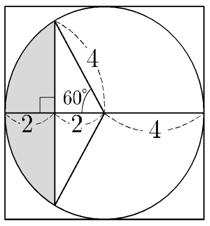
점 P에서 선분 EF에 내린 수선의 발을 J라 할 때, $\overline{EJ}=2$이다.
구의 중심을 지나며 직육면체의 밑면에 평행한 평면으로 주어진 입체를 자른 단면을 α라 하자.



S_1은 위 그림의 어두운 부분에 의해서 평면 $PFGQ$에 생기는 그림자의 넓이와 같다.
평면 α와 평면 $PFGQ$가 이루는 각은 30°이므로

$$S_1\cos30^{\circ}=\frac{32}{3}\pi+4\sqrt{3}$$

$$\therefore S_1=\frac{64}{3\sqrt{3}}\pi+8$$



S_2은 위 그림의 어두운 부분에 의해서 평면 $EPQH$에 생기는 그림자의 넓이와 같다.
평면 α와 평면 $EPQH$가 이루는 각은 60°이므로

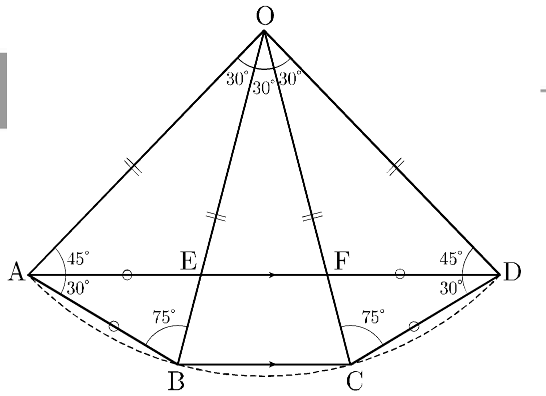
$$S_2\cos60^{\circ}=\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}$$

$$\therefore S_2=\frac{32}{3}\pi-8\sqrt{3}$$

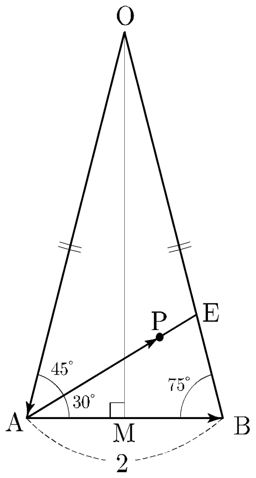
$$\therefore S_1+\frac{1}{\sqrt{3}}S_2=\left(\frac{64}{3\sqrt{3}}\pi+8\right)+\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{32}{3}\pi-8\sqrt{3}\right)$$

$$=\frac{32}{\sqrt{3}}\pi=\frac{32\sqrt{3}}{3}\pi$$

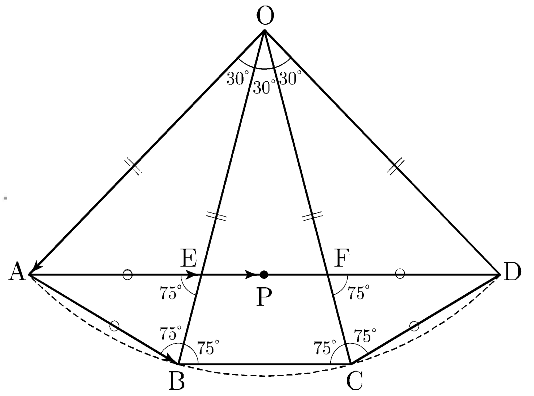
3) 8
최단경로 l이 선분 OB, OC와 만나는 점을 각각 E, F라 하고
주어진 입체를 전개도로 나타내면 다음 그림과 같다.



위 전개도에서 최단경로 l은 선분 AD이다. 따라서 점 P는 전개도의 선분 AD 위에 있다.
(i) 점 P가 선분 AE 위에 있는 경우
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP})$
$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}$



삼각형 OAB가 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로 선분 AB의 중점을 M이라 하면
선분 OM은 선분 AB를 수직이등분한다.
$\therefore \overline{OA}\cos(\angle OAB)=\overline{AM}=1$
$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\overline{AB}\cdot\overline{AO}\cos(\angle OAB)=2\cdot 1=2$
$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=-2$
삼각형 OAD는 직각이등변삼각형이므로 $\angle OAD=45^\circ$
삼각형 OAB가 이등변삼각형이고 $\angle AOB=30^\circ$ 이므로
$\angle OAB=\angle OBA=75^\circ$
$\therefore \angle EAB=\angle OAB-\angle OAE=30^\circ$
따라서 삼각형 ABE는 $\angle BAE=30^\circ$ 이고 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}=\overline{AB}\cdot\overline{AP}\cos(\angle EAB)$
$=2\cdot\overline{AP}\cos 30^\circ=\sqrt{3}\times\overline{AP}$
$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}$
$=-2+\sqrt{3}\,\overline{AP}$
$0\le\overline{AP}\le 2$이므로 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$는 $\overline{AP}=2$,
즉 점 P가 점 E에 있을 때 최댓값 $-2+2\sqrt{3}$을 갖는다.
(ii) 점 P가 선분 EF 위에 있는 경우
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EP})$
$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EP}$



(ⅰ)에서 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=-2+2\sqrt{3}$

$\angle AEB=\angle OBC$ 이므로 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$ 이다.

그런데 사각형 ABCD 는 정사각형이므로 $\overline{AB}\perp\overline{BC}$ 이다.

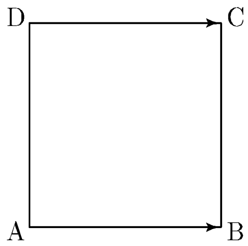
따라서 $\overrightarrow{EP}\perp\overrightarrow{AP}$ 이므로 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EP}=0$ 이다.

$\therefore\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EP}$

$=-2+2\sqrt{3}$

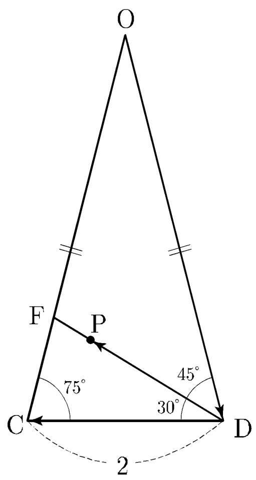
(ⅲ) 점 P 가 선분 EF 위에 있는 경우

사각형 ABCD 가 정사각형이므로 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$



$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{DC}\cdot(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DP})$

$=\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DP}$



(ⅰ)과 같은 방법으로 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$ 는 $\overline{DP}=2$,

즉 점 P 가 점 F 에 있을 때 최댓값 $-2+2\sqrt{3}$ 을 갖는다.

(ⅰ),(ⅱ),(ⅲ)에서 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$ 는 점 P 가 선분 EF 위에 있을 때, 최댓값 $-2+2\sqrt{3}$ 를 갖는다.

$\therefore\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a^2+b^2=(-2)^2+2^2=8$

4) **정답** ⑤

점 P의 속도 $\vec{v}$ 는 $\vec{v}=(1-2\sin t,\ \sqrt{3}\cos t)$

ㄱ. $t=\dfrac{\pi}{2}$ 일 때, 점 P의 속도는 $(-1,\ 0)$ 이다.(참)

ㄴ. 속도의 크기 $|\vec{v}|$ 는

$|\vec{v}|=\sqrt{\sin^2 t-4\sin t+4}=\sqrt{(\sin t-2)^2}=|\sin t-2|=2-\sin t$

$t=\dfrac{\pi}{2}$ 일 때, $|\vec{v}|$ 의 최솟값은 1 이다.(참)

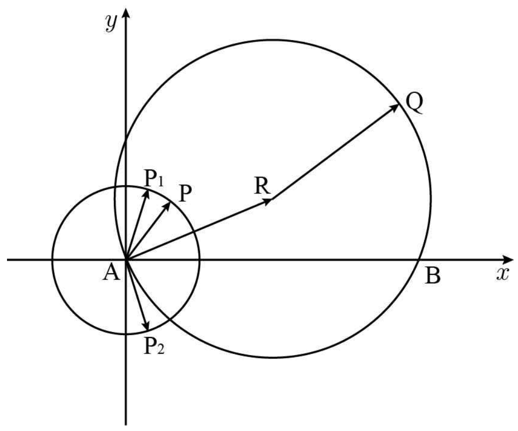
ㄷ. 점 P가 $t=\pi$ 에서 $t=2\pi$ 까지 움직인 거리는

$$\int_{\pi}^{2\pi}|\vec{v}|dt=\int_{\pi}^{2\pi}(2-\sin t)dt$$

$$=[2t+\cos t]_{\pi}^{2\pi}=2\pi+2\text{(참)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

5) **정답** 128



그림과 같이 좌표평면 위의 점 A를 A$(0,\ 0)$,

점 B를 B$(24,\ 0)$, 원 C의 중심을 R$(12,\ 5)$라 하자.

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\left(\overrightarrow{\mathrm{AR}}+\overrightarrow{\mathrm{RQ}}\right)\quad=\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$

$\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|=5$, $\left|\overrightarrow{\mathrm{AR}}\right|=13$, $\left|\overrightarrow{\mathrm{RQ}}\right|=13$이다.

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}$가 최대인 경우를 구하면

(i) $\cos\theta=1$일 때,

점 P가 선분 AB위에 있으므로

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}=\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|\times\left|\overrightarrow{\mathrm{AR}}\right|\times\cos(\angle\mathrm{PAR})=5\times13\times\dfrac{12}{13}=60$

(ii) $0<\cos\theta<1$일 때,

$\angle\mathrm{P_1AB}=\angle\mathrm{P_2AB}=\theta$인 제1사분면 위의 점을 $\mathrm{P_1}$, 제4사분면 위의 점을 $\mathrm{P_2}$라 하자.

$\angle\mathrm{P_1AR}<\angle\mathrm{P_2AR}$이므로 $\overrightarrow{\mathrm{AP_1}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}>\overrightarrow{\mathrm{AP_2}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}$

그러므로 제1사분면 위의 점 P만 고려하면 된다.

$\angle\mathrm{RAP}=\alpha$, $\angle\mathrm{RAB}=\beta$라 하면 $\cos\beta=\dfrac{12}{13}$이고, $5\cos\theta$가 자연수이므로 $\cos\beta>\cos\theta$

따라서 $\beta<\theta$이고 $\cos\theta$의 값이 $\dfrac{4}{5}$일 때, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}$가 최댓값을 갖는다.

$\alpha=\theta-\beta$이므로

$\cos\alpha=\cos(\theta-\beta)=\cos\theta\cos\beta+\sin\theta\sin\beta=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{12}{13}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{13}=\dfrac{63}{65}$

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}=\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|\times\left|\overrightarrow{\mathrm{AR}}\right|\times\cos\alpha=5\times13\times\dfrac{63}{65}=63$

(i), (ii)에 의하여

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}$가 최대가 되는 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$가 같은 방향일 때, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$의 값이 최대이므로 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$의 최댓값은 65이다.

그러므로 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AR}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RQ}}\leq63+65=128$

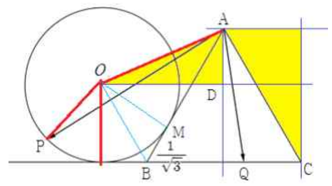
따라서 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최댓값은 128

6) 원의 중심을 O라 하면

$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OP}$ 이므로

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OP})\cdot\overrightarrow{AQ}$

$=\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AQ}$



여기서 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}\le\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AQ}\le\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}$

그림에서 $\overline{BM}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, $\overline{OD}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$,

$\overline{AD}=\sqrt{3}-1$이므로

$\overrightarrow{AO}=\left(-\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}},\ 1-\sqrt{3}\right)$

$\overrightarrow{AB}=(-1,\ -\sqrt{3})$, $\overrightarrow{AC}=(1,\ -\sqrt{3})$

$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=2-\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$, $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=4-\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

또, $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AQ}=|\overrightarrow{AQ}|\cos\theta$ 이므로 $-2\le\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AQ}\le 2$

따라서 최댓값은 $\left(4-\dfrac{2}{3}\sqrt{3}\right)+2=6-\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

최솟값은 $\left(2-\dfrac{4}{3}\sqrt{3}\right)-2=-\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$

이므로 최댓값과 최솟값의 합은 $a+b\sqrt{3}=6-2\sqrt{3}$

$\therefore\ a^2+b^2=36+4=40$

7) **정답** 71

$f(x)=a(x-m)^2+n$이라 하자.

$f'(x)=2a(x-m)$이고 $f''(x)=2a$이다.

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=|f'(x)|$는 각각 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로

함수 $g(x)=|f'(x)|e^{f(x)}$의 그래프도 직선 $x=m$에 대하여 대칭이다.

(ⅰ) $x>m$인 경우

$a>0$이면 함수 $y=f'(x)e^{f(x)}$는 실수 전체에서 증가하므로 함수 $g(x)$의 최댓값이 존재하지 않는다.

그러므로 조건 (나)에 의하여 $a<0$이다.

$g'(x)=-\left(f'(x)e^{f(x)}\right)'$

$g'(x)=-\left[f''(x)+\{f'(x)\}^2\right]e^{f(x)}$

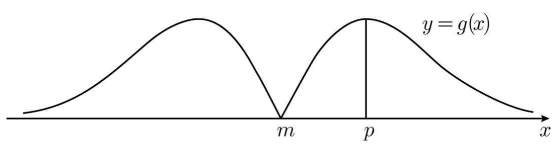
$g'(x)=\{-4a^2(x-m)^2-2a\}e^{f(x)}$

방정식 $g'(x)=0$을 만족하는 x는 한 개이고 그 값을 $p\,(p>m)$이라 하자. 함수 $g(x)$는 $x=p$에서 극댓값을 갖고, 그 값이 최댓값이다.

(ⅱ) $x<m$인 경우

함수 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로 함수 $g(x)$는 $x=2m-p$에서 극댓값을 갖고, 그 값이 최댓값이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$g(m)=0$이고, 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극솟값을 가지므로 $m=2$이다.

함수 $g(x)$는 $x=p$에서 최댓값이 $4\sqrt{e}$ 이므로

$g(p)=|f'(p)|e^{f(p)}=4\sqrt{e}$ 이다.

상수항을 포함한 모든 항의 계수가 유리수이므로

$f'(p)=2a(p-2)=-4$ …… ㉠

$f(p)=a(p-2)^2+n=\dfrac{1}{2}$ …… ㉡

또한 함수 $g(x)$는 $x=p$에서 극댓값을 가지므로
$g'(p)=0$에서 $2a(p-2)^2+1=0$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $n=1$, $p=\frac{9}{4}$이므로 $a=-8$
$f(x)=a(x-m)^2+n=-8(x-2)^2+1$
따라서 $|f(-1)|=71$

8) 정답 ④

$g'(x)=\frac{x}{f(x)}$, $g'(-x)=-g'(x)$이므로 $f(-x)=f(x)$이다.
$f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로
$f(x)=x^2+k$ (단, k는 상수이다.)
점 $(1,\ g(1))$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이므로
$g''(x)=\frac{f(x)-xf'(x)}{\{f(x)\}^2}$
$g''(1)=\frac{f(1)-f'(1)}{\{f(1)\}^2}=\frac{1+k-2}{(1+k)^2}=0$
$k=1$이므로 $f(x)=x^2+1$
따라서 $g(1)=\int_0^1 \frac{t}{t^2+1}dt=\frac{1}{2}\left[\ln(t^2+1)\right]_0^1=\frac{1}{2}\ln 2$