

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(1, 2)$, $\vec{b}=(4, 6)$ 에 대하여 벡터 $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{a}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(1 + 2x + 3x^2)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 2 \cos x) dx$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

4. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고

$$P(A \cup B) = P(B|A) + \frac{1}{3}P(A)$$

일때, $P(B)$ 의 값은? (단, $P(A) \neq 0$) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y = \{4, 5, 6, 7\}$ 로의 함수 f 중에서 치역의 원소의 개수가 1 또는 3인 함수의 개수는? [3점]

- ① 26 ② 27 ③ 28
 ④ 29 ⑤ 30

6. 정의역이 $\{x | x > 0\}$ 인 함수 $f(x) = x + \ln x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 x 좌표를 a 라 할 때, $g'(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

7. 한 개의 주사위를 6번 던질 때, 3의 배수인 눈의 수가 나오는 횟수가 3의 배수가 아닌 눈의 수가 나오는 횟수의 2배가 될 확률은? [3점]

- ① $\frac{20}{243}$ ② $\frac{7}{81}$ ③ $\frac{22}{243}$
 ④ $\frac{23}{243}$ ⑤ $\frac{8}{81}$

8. 좌표공간의 두 점 $A(1, 2, -3)$, $B(-5, -1, a)$ 에 대하여 선분 AB 를 1 : 2로 내분하는 점이 평면 $x+y+z=0$ 위에 있을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

9. 모표준편차가 σ 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였더니 표본평균의 값이 5이었다. 이 표본을 이용하여 모평균 m 을 신뢰도 95%, 99%로 추정한 신뢰구간이 각각 $a \leq m \leq b$, $c \leq m \leq d$ 일 때, $a+d=11.24$ 이다. σ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.)

[3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20
 ④ 22 ⑤ 24

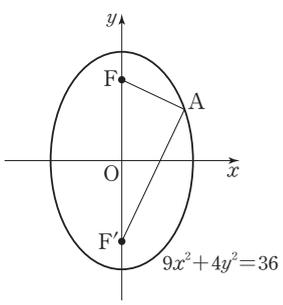
10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t > 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \sqrt{t^4 + 3}, y = \ln(t^2 + 1)$$

이다. 시각 $t=1$ 에서의 점 P 의 속력은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

11. 그림과 같이 타원 $9x^2+4y^2=36$ 의 두 초점은 F, F'이고, 제1사분면에 있는 타원 위의 점 A에 대하여 두 선분 AF, AF'의 길이의 차이가 2일 때, $\tan(\angle AFF') + \tan(\angle AF'F)$ 의 값은? (단, 점 F의 y좌표는 양수이다.) [3점]

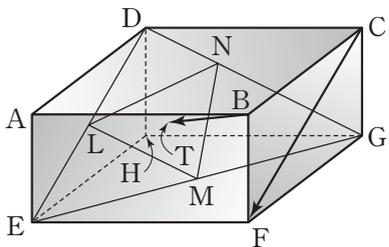


- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

12. 좌표공간에서 두 평면 $x+5y+2z+3=0$, $2x-y+4=0$ 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{10}$ ③ $\frac{3}{10}$
- ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{5}$

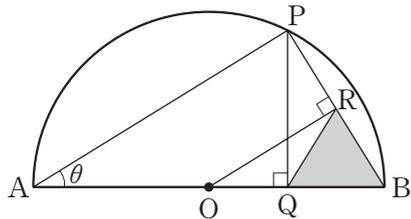
13. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AD}=3$, $\overline{AE}=2$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 두 선분 DE , EG 의 중점을 각각 L , M 이라 하고, 선분 GD 를 2 : 1로 내분하는 점을 N 이라 할 때, 삼각형 LMN 의 무게중심을 T 라 하자. $\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{BT}$ 의 값은? [3점]



- ① $-\frac{10}{3}$ ② $-\frac{32}{9}$ ③ $-\frac{34}{9}$
 ④ -4 ⑤ $-\frac{38}{9}$

14. 그림과 같이 중심이 O 이고 지름 AB 의 길이가 2인 반원의 호 AB 위에 점 P 가 있다. 점 P 에서 지름 AB 에 내린 수선의 발을 Q , 점 O 에서 선분 PB 에 내린 수선의 발을 R 라 하자. 또 $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 RQB 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

15. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x < \frac{\pi}{2}\}$ 인 함수 $f(x) = \int \frac{\sec^2 x}{k + \tan x} dx$ 에

대하여 $f(0) = 1$, $f(\frac{\pi}{4}) = 2$ 일 때, 양수 k 의 값은? [4점]

① $\frac{2}{e-1}$

② $\frac{1}{e-1}$

③ $\frac{2}{e}$

④ $\frac{1}{e}$

⑤ $\frac{2}{e+1}$

16. 좌표평면에서 원점에 대한 세 점 A, B, C의 위치벡터를 각각 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 라 할 때, 세 벡터 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\vec{a} \cdot \vec{a} = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$

(나) $\vec{b} + \vec{c} = k\vec{a}$ 를 만족시키는 실수 k 가 존재한다.

$|\vec{b}| \times |\vec{c}|$ 의 값은? [4점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

17. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	a	b	c	1

서로 다른 세 양수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이루고

$E(X) = \frac{11}{7}$ 일 때, $P(X \leq 2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{16}{21}$
 ④ $\frac{17}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

18. 정규분포 $N(7, 2^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 와 세 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) a, b, c 는 이 순서대로 공차가 4인 등차수열을 이룬다.
 (나) $f(a) = f(b)$

$P(a \leq X \leq c)$ 의 값을 오른쪽 표준 정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

- ① 0.6826 ② 0.8185
 ③ 0.8400 ④ 0.9544
 ⑤ 0.9759

19. 1이 적혀 있는 공이 1개, 2가 적혀 있는 공이 2개, 3이 적혀 있는 공이 3개, ..., 10이 적혀 있는 공이 10개 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 수 중에서 최댓값을 확률변수 X 라 하자. 다음은 X 가 짝수의 값을 가질 확률과 X 가 홀수의 값을 가질 확률의 차를 구하는 과정이다.

주머니에 들어 있는 모든 공의 개수가

$$1+2+3+\cdots+10=\sum_{n=1}^{10}n=\frac{10\times 11}{2}=55$$

이므로 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내는 모든 경우의 수는 ${}_{55}C_2$ 이다.

이때 확률변수 X 가 가지는 값은 2, 3, 4, ..., 10이고

$X=k$ ($k=2, 3, 4, \dots, 10$)일 확률은

$$P(X=k)=\frac{\boxed{\text{가}}}{2\times {}_{55}C_2}$$

이다. 그러므로 X 가 짝수의 값을 가질 확률은

$$P(X=2)+P(X=4)+P(X=6)+P(X=8)+P(X=10)=\boxed{\text{나}}$$

이고, 확률의 총합이 1이므로 X 가 홀수의 값을 가질 확률은 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

따라서 X 가 짝수의 값을 가질 확률과 X 가 홀수의 값을 가질 확률의 차는

$$|\boxed{\text{나}}-\boxed{\text{다}}|$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 α ,

β 라 할 때, $\frac{\alpha\times f(5)}{\beta}$ 의 값은? [4점]

- ① 177 ② 178 ③ 179
④ 180 ⑤ 181

20. 함수 $f(x)=\sin x\times\int_0^xe^{\sin t}dt$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)<0$

ㄴ. 열린 구간 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 에서 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖는다.

ㄷ. 열린 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 가 아래로 볼록한 구간이 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 두 곡선

$y = (1-t)\cos x$, $y = 2t \sin x$ 가 만나는 점의 x 좌표를 a 라 하고, 함수 $f(t)$ 를

$$f(t) = \int_0^a \{(1-t)\cos x - 2t \sin x\} dx + t$$

라 하자. 함수 $f(t)$ 가 $t=a$ 에서 최솟값 $f(a)$ 를 가질 때, $af(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{3}{25}$ ③ $\frac{4}{25}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

단답형

22. ${}^4\text{H}_2 \times {}^5\text{C}_3$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 부등식 $2 \log_3 (x-1) \leq \log_3 (x+19)$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하십시오. [3점]

24. 평면 $2x+3y+6z-3=0$ 과

구 $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$ 이 만나서 생기는 원의 넓이가 $a\pi$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 이차방정식 $3x^2-ax+1=0$ 의 두 실근이 $\sin \theta, \cos \theta$ 일 때,

$a(\csc \theta + \sec \theta)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

26. 두 주머니 A, B에는 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 각각 들어 있다. 갑이 주머니 A, B에서 각각 한 장씩 2장의 카드를 꺼낸 후 다시 넣지 않고, 이어서 을이 주머니 A, B에서 각각 한 장씩 2장의 카드를 꺼낸다. 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합이 짝수이고, 을이 꺼낸 카드에 적힌 수의 곱이 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

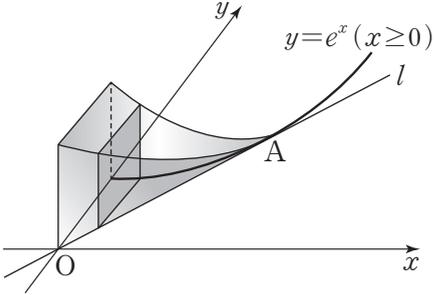
(가) $a+b+c+d=10$

(나) $\log_2 a$ 는 자연수이다.

28. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 두 초점을 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이라 하자. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 세 점 P, F, F' 을 지나는 원의 중심을 C 라 할 때, 직선 CF' 이 선분 PF 의 중점을 지난다. 선분 OC 의 길이를 l 이라 할 때, $l^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 곡선 $y=e^x$ ($x>0$) 위의 한 점 A에서 접하고 원점을 지나는 직선을 l 이라 하자. 곡선 $y=e^x$ ($x\geq 0$)과 직선 l 및 y 축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피가 V 이다. $5e^2-12e-6V$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=f(x)e^{f(x)}$$

이라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0)=-1$ 이고 함수 $f(x)$ 는 열린 구간 $(0, 3)$ 에서 극솟값을 갖는다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$, $x=3$ 에서만 극솟값을 갖는다.

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.