

2019학년도 수능완성 실전모의고사 5회

수학 영역 (가형)

성명

수험번호 -

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하십시오.

수능완성 5회

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

EBS 수능완성

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (3, 2-2k)$ 가 서로 평행하도록 하는 실수 k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

2. 방정식 $4^{x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간에서 두 점 $A(a, 0, -5)$, $B(0, b, 1)$ 에 대하여 선분 AB 를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표가 $(1, 4, c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(A^c \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{19}{24}$ ③ $\frac{5}{6}$
- ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

5. 제1사분면의 각 θ 에 대하여 $\cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $6 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$

의 값은? [3점]

- ① $4 - 2\sqrt{2}$ ② $4 - \sqrt{2}$ ③ 4
 ④ $4 + \sqrt{2}$ ⑤ $4 + 2\sqrt{2}$

6. $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)^2} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $2 \sin x \cos x + 2 \sin x - \cos x = 1$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$
 ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

8. 세 벡터 $\vec{a}=(1, 4)$, $\vec{b}=(2, m)$, $\vec{c}=(n, -2)$ 와 임의의 양수 t 에 대하여 두 벡터 $t\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{b}+\vec{c}$ 가 서로 수직일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\vec{b}+\vec{c}\neq\vec{0}$) [3점]

- ① -20 ② -18 ③ -16
 ④ -14 ⑤ -12

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(e^x+x)=(x+1)^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{f(x)-f(1)}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

10. 어느 지역에서 가구당 2018년 1월 한 달 동안 지출한 난방비는 평균이 15.3만 원, 표준편차가 0.8만 원인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 한 가구를 임의로 택할 때, 이 가구가 2018년 1월 한 달 동안 지출한 난방비가 14.1만 원 이상이고 16.1만 원 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.8664
 ④ 0.9104 ⑤ 0.9544

11. 함수 $f(x) = 4^x \log_2 x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{h^2+2h}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{2}{\ln 2}$

② $\frac{1}{\ln 2}$

③ 1

④ $\ln 2$

⑤ $2 \ln 2$

12. 어느 고등학교의 수학 동아리의 학생 중 40%가 3학년이고, 이 수학 동아리에서 3학년 중 60%가 남학생이라고 한다. 또 이 수학 동아리에서 3학년이 아닌 학생의 50%가 남학생이라고 한다. 이 수학 동아리에서 임의로 뽑힌 한 학생이 남학생일 때, 이 학생이 3학년일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{18}$

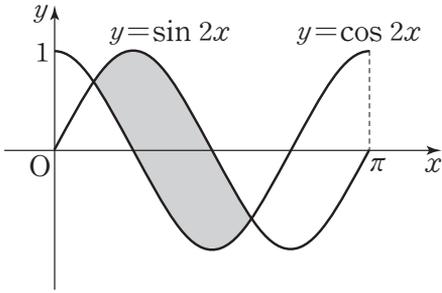
② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{7}{18}$

④ $\frac{4}{9}$

⑤ $\frac{1}{2}$

13. 그림과 같이 $0 \leq x \leq \pi$ 에서 두 곡선 $y = \sin 2x$, $y = \cos 2x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

14. 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타내어진 함수

$$x = \frac{1}{t}, y = e^t - t$$

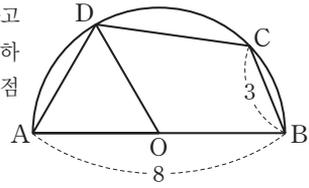
에서 $t = a$ ($a > 0$)일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 $f(a)$ 라 하자. $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $2 - 2e$
- ② $2 - 3e$
- ③ $2 - 4e$
- ④ $2 - 5e$
- ⑤ $2 - 6e$

15. 모든 성분이 홀수인 자연수로 이루어진 벡터 $\vec{a}=(x, y, z)$ 와 벡터 $\vec{b}=(1, 1, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}=17$ 이 되도록 하는 벡터 \vec{a} 의 개수는? [4점]

- ① 20 ② 24 ③ 28
- ④ 32 ⑤ 36

16. 평면 위에 점 O를 중심으로 하고 $\overline{AB}=8$ 인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 두 점 C, D가 다음 조건을 만족시킨다.



- (가) $\overline{BC}=3$
- (나) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{DO} = -8$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

- ㄱ. $\overline{AD}=4$
- ㄴ. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{9}{2}$
- ㄷ. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{4}{3}(-3 + \sqrt{165})$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 $\sum_{k=1}^{2n} \frac{{}^{2n}C_k}{k+1}$ 를 간단히 하는 과정이다.

$$\begin{aligned} \frac{{}^{2n}C_k}{k+1} &= \frac{1}{k+1} \times \frac{(2n)!}{k! \times (2n-k)!} \\ &= \frac{1}{2n+1} \times \frac{(\boxed{(가)})!}{(k+1)! \times (2n-k)!} \\ &= \frac{1}{2n+1} {}^{2n+1}C_{k+1} \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{2n} \frac{{}^{2n}C_k}{k+1} \\ &= \frac{1}{2n+1} \sum_{k=1}^{2n} {}^{2n+1}C_{k+1} \\ &= \frac{1}{2n+1} ({}^{2n+1}C_2 + {}^{2n+1}C_3 + {}^{2n+1}C_4 + \cdots + {}^{2n+1}C_{2n+1}) \\ &= \frac{1}{2n+1} \{2^{2n+1} - (\boxed{(나)})\} \end{aligned}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) + g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 35 ② 37 ③ 39
 ④ 41 ⑤ 43

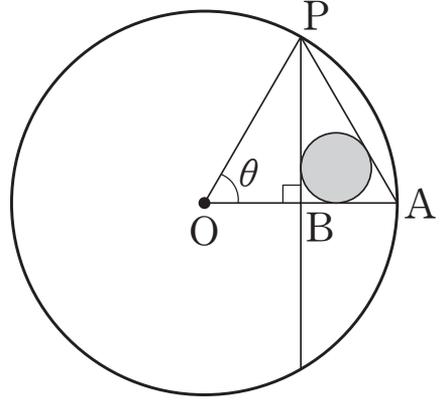
18. 좌표공간에서 두 점 $A(3, 4, 2)$, $B(0, -2, 5)$ 와 평면 $2x - y + 2z = 0$ 위의 점 P 에 대하여 $|\vec{PA} + 2\vec{PB}|$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$
 ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

19. 네 개의 숫자 1, 2, 3, 4를 중복 사용하여 여섯 자리의 자연수를 만들려고 한다. 이때 각각의 자리에 있는 수는 반드시 다른 자리에 같은 수가 있도록 하는 자연수의 개수는? [4점]

- ① 660 ② 664 ③ 668
 ④ 672 ⑤ 676

20. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 1인 선분 OA를 반지름으로 하는 원이 있다. 선분 OA 위의 점 중 양 끝점 O, A가 아닌 점 B를 지나고 선분 OA와 수직인 직선이 원과 만나는 한 점을 P라 하고, $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 PBA에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{6}$
 ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

21. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 0$

(나) $\int_0^{2x} \frac{1}{2} t f'(2x-t) dt = x - \frac{1}{\pi} \sin \pi x$

함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |x^3 - n^3| f(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 21 ② 23 ③ 25
- ④ 27 ⑤ 29

단답형

22. $\frac{{}^{10}P_4}{{}^{10}C_6}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y = \log_2(2x+a) + b$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프는 점 $(5, -1)$ 을 지나고, 점근선이 직선 $x=1$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. A팀 5명, B팀 4명 중에서 임의로 3명을 뽑을 때, A팀에서 2명, B팀에서 1명이 뽑힐 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

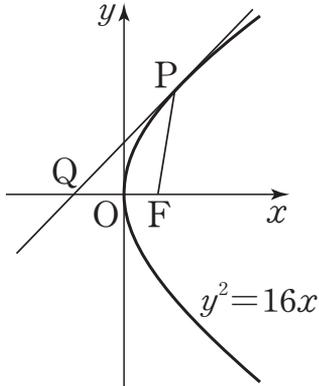
25. 좌표평면에서 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 과 쌍곡선 $7x^2 - 9y^2 = k$ 는 두 초점 F, F'이 일치한다. 이 타원과 쌍곡선의 한 교점을 P라 할 때, $|\overline{PF}^2 - \overline{PF'}^2|$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 양수이다.) [3점]

26. 역함수가 존재하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - 4e}{x - e} = 4$$

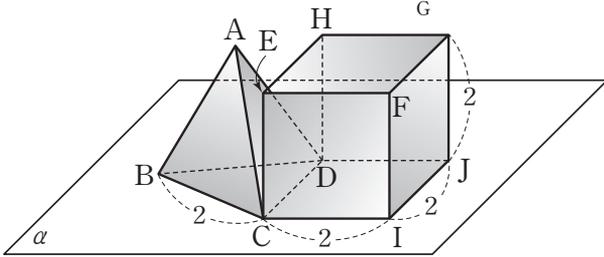
- 를 만족시킨다. 함수 $f(2x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $200g'(4e)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 포물선 $y^2=16x$ 의 초점을 F라 하고, 이 포물선 위의 원점이 아닌 점 P에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 PQF의 넓이가 이 포물선에 의해 이등분될 때, 삼각형 PQF의 넓이는 $p\sqrt{3}$ 이다. 자연수 p 의 값을 구하시오. [4점]



28. 어느 고등학교에서 패스트푸드를 주 1회 이상 섭취하는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 4명 중 1명 꼴로 패스트푸드를 주 1회 이상 섭취하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 패스트푸드를 주 1회 이상 섭취하는 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b-a=0.098$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

29. 그림과 같이 사면체 ABCD와 정육면체 EFGH-CIJD가 한 모서리 CD가 일치하도록 평면 α 위에 놓여 있다. 삼각형 BCD는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이고, 세 삼각형 ABC, ABD, ACD는 모두 합동이다. 꼭짓점 A가 평면 EFGH 위의 점일 때, 삼각형 ACD의 평면 EIJD 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{p\sqrt{2}+q\sqrt{6}}{6}$ 이다. 두 자연수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 역함수가 존재하고, 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_{f(0)}^{f(x)} g(t)dt = (x^3 - ax^2 + 6x + 6)e^{-x} - k$$

를 만족시키는 모든 정수 a 의 값의 합을 S 라 할 때, $k \times S$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.