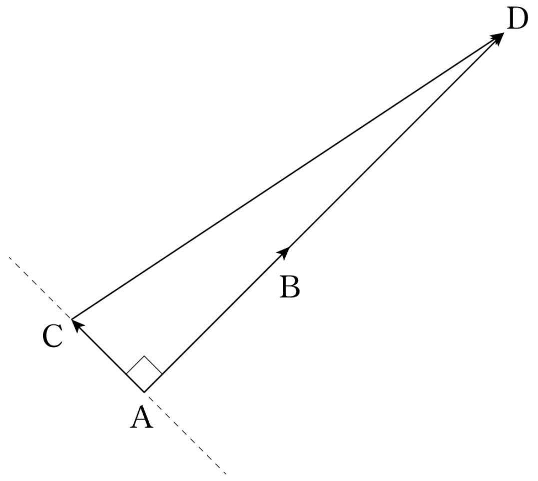
벡터 $\vec{a}$를 원점에 대한 위치벡터로 나타내면 $(4,\ 3)$이고, 벡터 $\vec{b}$를 원점에 대한 위치벡터로 나타내면 $(-2,\ -1)$이므로
두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$는 각각 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(2,\ 2)$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}=(6,\ 4)$이다.

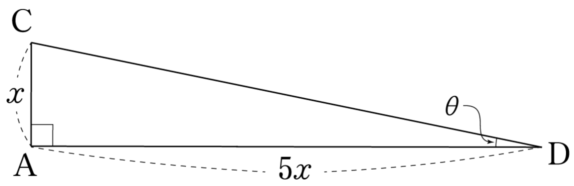
네 점 A, B, C, D에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$ $(\angle\mathrm{BAC}=\frac{\pi}{2})$이므로 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$는 수직이고, 어떤 실수 k에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$이므로

두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$는 서로 평행하다. 이를 통해 네 점에 대한 위치를 평면에 나타내 보면 다음과 같다.



이 때, $|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|^2$의 값을 구하기 위하여 직각삼각형 CAD를 이용하자. $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$의 크기는 $\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}$이고, 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$에 평행한 직선의 기울기는 $\frac{1}{1}=1$,

벡터 $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$에 평행한 직선의 기울기는 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이므로 $\angle\mathrm{CDA}=\theta$라 할 때, $\tan\theta=\dfrac{1-\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}}=\frac{1}{5}$이다. 그러므로 $\overline{\mathrm{AC}}=x$라 하면, $\overline{\mathrm{CD}}=5x$이다.



벡터 $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$의 크기가 $\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}$이므로 피타고라스 정리를 이용하면 $\overline{\mathrm{CD}}^{\,2}=\overline{\mathrm{AC}}^{\,2}+\overline{\mathrm{AD}}^{\,2}=x^2+(5x)^2=26x^2 \Leftrightarrow x=\sqrt{2}$
이다.
점 A의 좌표를 $(p,\ q)$라 할 때, 점 B의 좌표는 $(p+2,\ q+2)$, C의 좌표는 $(p-1,\ q+1)$이고, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}=(6,\ 4)$이므로 D의 좌표는 $(p+5,\ q+5)$이다.
즉, $\overrightarrow{\mathrm{BD}}=(3,\ 3)$이다.
$\therefore\ |\overrightarrow{\mathrm{BD}}|=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

삼각형 CBD에서 밑변의 길이가 $\overline{\mathrm{BD}}$, 높이가 $\overline{\mathrm{AC}}$이므로 답은 $\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\sqrt{2}=3$이다.

참고) 점 A의 좌표를 원점으로 설정하고 계산해도 같은 답이 나온다.
=> $\mathrm{A}(=\mathrm{O})$라 하면 C의 좌표를 $(-a,\ a)$라 할 수 있다. $\overrightarrow{\mathrm{CD}}=(6,\ 4)$이므로 D의 좌표는 $(6-a,\ 4+a)$이고, 이 점이 직선 $y=x$ 위에 있으므로
$6-a=4+a \Leftrightarrow a=1$이다. 이하 생략