

본 콘텐츠는 홈페이지 유료 상품의 일부입니다. 본 콘텐츠의 무단 배포 시, 콘텐츠산업진흥법, 저작권법에 의거하여 책임을 질 수 있습니다.

1. 10 개의 전구가 있다. 전구마다 스위치가 연결되어 스위치를 누르면 전구가 켜지고 다시 누르면 꺼진다. 전구가 모두 꺼져 있는 상태에서 학생 A가 임의로 3 개의 스위치를 한 번씩 누르고 지나갔다. 학생 B가 임의로 3 개의 스위치를 한 번씩 누르고 지나갈 때, 4 개의 전구가 켜질 확률을  $P_1$ , 6 개의 전구가 켜질 확률을  $P_2$  라 하자.  $P_1 + P_2$  의 값은?

- ①  $\frac{41}{60}$       ②  $\frac{43}{60}$       ③  $\frac{3}{4}$
- ④  $\frac{47}{60}$       ⑤  $\frac{49}{60}$

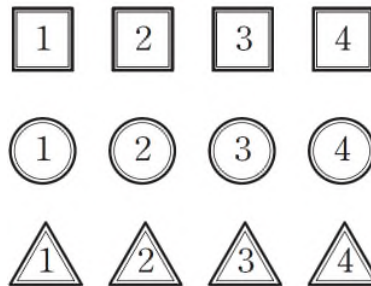
2. 집합  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ 의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하였을 때, 한 집합이 다른 집합의 부분집합이 될 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

3. 서로 다른 4개의 주사위를 동시에 던져 나오는 눈의 수를 각각  $a, b, c, d$ 라 할 때,  $a \leq b < c \leq d$ 를 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

4. A, B, C를 포함산 8명이 서로 다른 종류의 차량 2대를 이용하여 여행을 떠나려고 한다. 한 대의 차량에 임의로 4명씩 탑승할 때, 두 대의 차량에 각각 A, B, C중에서 적어도 한 사람이 탑승할 확률은? (단, 좌석의 위치는 고려하지 않는다.)

- ①  $\frac{2}{7}$     ②  $\frac{3}{7}$     ③  $\frac{4}{7}$
- ④  $\frac{5}{7}$     ⑤  $\frac{6}{7}$

5. 그림과 같이 숫자 1, 2, 3, 4가 적혀 있는 서로 다른 세가지 모양의 카드가 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 4장의 카드를 동시에 뽑을 때,  $\boxed{1}, \textcircled{1}, \triangle 1, \square 3$ 과 같이 서로 다른 숫자가 적혀 있는 카드가 3장뿐일 확률은?



- ①  $\frac{34}{55}$       ②  $\frac{36}{55}$       ③  $\frac{38}{55}$
- ④  $\frac{8}{11}$       ⑤  $\frac{42}{55}$

6. 주머니에 검은 공 2개, 흰 공 1개가 들어 있다. A, B 두 사람이 차례로 주사위를 던졌을 때, 나온 주사위의 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 하자.  $a > b$ 이면 A가 주머니에 흰 공을 1개 넣은 후 B가 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내고,  $a \leq b$ 이면 A가 주머니에 검은 공을 1개 넣은 후 B가 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낸다. 이때 B가 꺼낸 공이 흰 공일 확률은?

- ①  $\frac{17}{48}$                       ②  $\frac{3}{8}$                       ③  $\frac{19}{48}$   
 ④  $\frac{5}{12}$                       ⑤  $\frac{7}{16}$

7. 어느 대학의 수시모집 논술전형에 지원한 수험생 중 70%는 학생부성적이 A 등급이고, 30%는 학생부성적이 B 등급이라 한다. 이 대학에서 실시한 논술시험에서 학생부성적이 A 등급인 수험생 중 80%가 합격을 했고, 학생부성적이 B 등급인 수험생 중 40%가 합격을 했을 때, 이 대학의 수시모집 논술전형에 지원한 수험생 중 몇 % 합격하였는가?

- ① 66%                      ② 68%                      ③ 70%  
 ④ 72%                      ⑤ 74%

8. 어떤 농구 선수가 자유투를 연속해서 세 번 던지는 기회를 얻었는데 이 선수의 자유투 성공률은 다음과 같다.

(가) 첫 번째 자유투에서 성공할 확률은  $\frac{7}{10}$  이다.  
 (나) 자유투를 성공했을 때, 다음 자유투를 성공할 확률은  $\frac{9}{10}$  이다.  
 (다) 자유투를 실패했을 때, 다음 자유투에서 실패할 확률은  $\frac{2}{5}$  이다.

자유투를 한 번 성공할 때마다 1점씩 얻는다고 할 때, 세 번의 자유투에서 2 점 이상을 얻을 확률은  $\frac{q}{p}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.(단  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이

다.)

9. 어느 보험회사에서는 신상품이 출시되는 날, 상담을 원하는 고객의 전화가 많이 걸려오는데 고객의 70%만이 당일 상담을 할 수 있고, 당일 상담한 고객의 80%가 7일 이내에 보험 계약을 한다고 한다. 신상품이 출시된 날 전화한 고객 중 당일 상담을 못한 고객은 다음날 예약을 통해 모두 상담을 받게 되는데 그 중에서 50%의 고객이 6일 이내에 보험 계약을 한다고 한다. 신상품이 출시된 날 전화한 고객이 7일 이내에 보험 계약을 할 확률은?

- ① 0.51                      ② 0.56                      ③ 0.61  
 ④ 0.66                      ⑤ 0.71

10. A, B 두 주머니에 흰 구슬과 검은 구슬이 각각 한 개씩 총 2개의 구슬이 각각 들어 있다. A, B 두 주머니에서 임의로 구슬을 1개씩 꺼내어 바꾸어 넣는 시행을  $n$ 번 계속하였을 때, 처음과 같이 각 주머니에 흰 구슬과 검은 구슬이 각각 1개씩 들어 있을 확률을  $p_n$ 이라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ.  $p_1 = \frac{1}{2}$                       ㄴ.  $p_2 + p_3 = \frac{11}{8}$   
 ㄷ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{2}{3}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▶ 2. 조합을 이용한 확률 [정답률 : 69%]


11. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F를 임의로 2명씩 짝을 지어 3개의 조로 편성하려고 한다. A와 B는 같은 조에 편성되고, C와 D는 서로 다른 조에 편성될 확률은?


[4점][2008(나) 수능(홍) 27]

- ①  $\frac{1}{15}$    ②  $\frac{1}{10}$    ③  $\frac{2}{15}$    ④  $\frac{1}{6}$    ⑤  $\frac{1}{5}$

▶ 2. 조합을 이용한 확률 [정답률 : 68%]

12. 주머니에 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 5개의 공을 동시에 꺼낼 때 꺼낸 공에 적혀 있는 자연수 중 연속된 자연수의 최대 개수가 3인 사건을 A라 하자.

예를 들어  은 연속된 자연수의 최대 개수가 3이므로

사건 A에 속하고,  은 연속된 자연수의 최대 개수가 2이므로 사건 A에 속하지 않는다. 사건 A가 일어날 확률은?

[4점][2016(가) 4월/교육청 20]

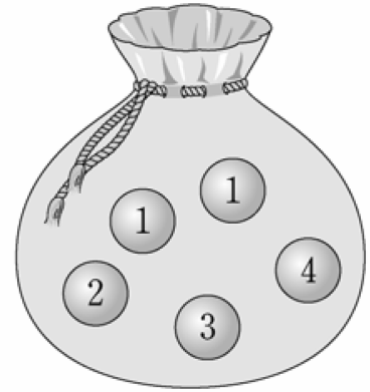


- ①  $\frac{1}{6}$    ②  $\frac{3}{14}$    ③  $\frac{11}{42}$    ④  $\frac{13}{42}$    ⑤  $\frac{5}{14}$

▶ 2. 조합을 이용한 확률 [정답률 : 67%]

13. 주머니에 1, 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀있는 수를  $a, b, c, d$ 라 할 때,  $a \leq b \leq c \leq d$ 일 확률은?

[4점][2015(B) 9월 평가원 15]



- ①  $\frac{1}{15}$    ②  $\frac{1}{12}$    ③  $\frac{1}{9}$    ④  $\frac{1}{6}$    ⑤  $\frac{1}{3}$

▶ 2. 조합을 이용한 확률 [정답률 : 61%]

14. 보리, 팥, 수수, 조, 콩의 다섯 가지 잡곡 중 한 가지 이상의 잡곡과 쌀을 섞어서 모든 종류의 잡곡밥을 지었다. 이 중 임의로 하나의 잡곡밥을 선택할 때 2 가지 잡곡만 들어간 잡곡밥을 선택할 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다. 서로소인 두 자연수  $p, q$ 의 합  $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, 각 잡곡밥을 선택할 확률은 모두 같고 잡곡이 섞인 비율은 무시한다.)

[4점][2009(나) 10월/교육청 30]

## 정답 및 해설

1) <답> ⑤

4 개의 전구가 켜질 확률은 A가 켜놓은 전구 3 개의 스위치 중 1 개를 누르고 A가 누르지 않은 7 개의 전구 중에서 2 개의 스위치를 누르는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{{}_3C_1 \times {}_7C_2}{{}_{10}C_3} = \frac{63}{120} = \frac{21}{40}$$

$$\therefore P_1 = \frac{21}{40}$$

6 개의 전구가 켜질 확률은 A가 누른 3 개의 스위치를 제외하고 B가 다른 스위치 3 개를 누르는 경우이므로

$$\frac{{}_7C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

$$\therefore P_2 = \frac{7}{24}$$

$$\therefore P_1 + P_2 = \frac{21}{40} + \frac{7}{24} = \frac{49}{60}$$

2) <답> 47

집합 A의 부분집합의 개수는  $2^3 = 8$

A의 부분집합 8개 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하는 경우의 수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

선택한 두 집합을 X, Y라 할 때,  $X \subset Y$ 인 경우의 수는

(i)  $n(Y) = 1$  일 때

$${}_3C_1 \times (2^1 - 1) = 3$$

(ii)  $n(Y) = 2$  일 때

$${}_3C_2 \times (2^2 - 1) = 9$$

(iii)  $n(Y) = 3$  일 때

$${}_3C_3 \times (2^3 - 1) = 7$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3+9+7}{28} = \frac{19}{28}$$

따라서  $p = 28$ ,  $q = 19$  이므로

$$p + q = 47$$

3) <답> 683

서로 다른 4개의 주사위를 동시에 던져 나오는 모든 경우의 수는

$$6^4 = 1296$$

(i)  $a \leq b \leq c \leq d$  인 경우의 수는

$${}_6H_4 = {}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

(ii)  $a \leq b = c \leq d$  인 경우의 수는

$${}_6H_3 = {}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

따라서 구하는 확률은  $\frac{126-56}{1296} = \frac{70}{1296} = \frac{35}{648}$  이므로

$$p + q = 648 + 35 = 683$$

[다른 풀이]

(i)  $a < b < c < d$  인 경우의 수는

$${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

(ii)  $a = b < c < d$  인 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

(iii)  $a < b < c = d$  인 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

(iv)  $a = b < c = d$  인 경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

따라서 구하는 확률은  $\frac{15+20+20+15}{1296} = \frac{35}{648}$  이므로

$$p + q = 683$$

4) <답> ⑤

8명이 2대의 차량에 4명씩 나누어 탈 수 있는 경우의 수는

$${}_8C_4 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} \times 2! = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

이때 두 차량에 각각 A, B, C 중에서 적어도 한 사람이 탑승하는

경우는 다음과 같다.

(i) 두 차량에 각각 (A, B)와 (C)가 타는 경우의 수는

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 2! = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times 1 \times 2 = 20$$

(ii) 두 차량에 각각 (B, C)와 (A)가 타는 경우의 수는

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 2! = 20$$

(iii) 두 차량에 각각 (C, A)와 (B)가 타는 경우의 수는

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 2! = 20$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{20+20+20}{70} = \frac{6}{7}$$

[다른 풀이]

A, B, C 세 사람이 한 차량에만 모두 타는 경우의 수는

$${}_5C_1 \times {}_4C_4 \times 2! = 10$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

5) <답> ②

12장의 카드 중에서 임의로 4장의 카드를 동시에 뽑는 모든 경우의

수는

$${}_{12}C_4 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

(i) 2장의 카드에 같은 숫자가 적혀 있는 경우의 수는

$${}_4C_1 \times {}_3C_2 = 12$$

(ii) 나머지 2장의 카드는 서로 다른 숫자가 적혀 있으며 이미 뽑힌 같은 숫자의 2장의 카드와도 각각 서로 다른 숫자이고, 이 2장의 카드는 세 가지의 모양이 모두 가능하므로 이 경우의 수는

$${}_3C_2 \times {}_3P_2 = 3 \times 3^2 = 27$$

(i), (ii) 에서 뽑은 4장의 카드 중에서 서로 다른 숫자가 적혀 있는

카드가 3장뿐일 경우의 수는  $12 \times 27 = 324$

따라서 구하는 확률은  $\frac{324}{495} = \frac{36}{55}$

6) <답> ①

(i)  $a < b$ 인 경우의 수는

1, 2, 3, 4, 5, 6의 6개의 숫자에서 2개의 숫자를 뽑는 조합의 수와 같으므로

$${}_6C_2 = 15$$

$$\therefore \frac{15}{36} \times \frac{2}{4} = \frac{5}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{24}$$

(ii)  $a \leq b$ 인 경우의 수는

$$36 - 15 = 21$$

$$\therefore \frac{21}{36} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{48}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

$$\frac{5}{25} + \frac{7}{48} = \frac{17}{48}$$

7) <답> ②

이 대학의 수시모집 논술전형에 지원한 수험생 중 한 명을 임의로 뽑을 때, 학생부성적이 A등급인 사건을 A라 하면 학생부성적이 B등급인 사건은  $A^c$ 이므로

$$P(A) = 0.7, P(A^c) = 0.3$$

이때 이 대학에서 실시한 논술 시험에 합격한 사건을 C라 하면

$$P(C|A) = 0.8, P(C|A^c) = 0.4$$

$$\begin{aligned} \therefore P(C) &= P(A \cap C) + P(A^c \cap C) \\ &= P(A)P(C|A) + P(A^c)P(C|A^c) \\ &= 0.7 \times 0.8 + 0.3 \times 0.4 \\ &= 0.56 + 0.12 = 0.68 \end{aligned}$$

따라서 수시모집 논술전형에 지원한 수험생 중 합격한 학생은 68%이다.

8) <답> 917

자유투를 성공한 경우를 ○, 실패한 경우를 ×라 할 때, 2점 이상을 얻는 경우는 다음과 같다.

경우	1회	2회	3회
(i)	○	○	○
(ii)	○	○	×
(iii)	○	×	○
(iv)	×	○	○

$$(i) \text{의 경우의 확률} : \frac{7}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{567}{1000}$$

$$(ii) \text{의 경우의 확률} : \frac{7}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{63}{1000}$$

$$(iii) \text{의 경우의 확률} : \frac{7}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{500}$$

$$(iv) \text{의 경우의 확률} : \frac{3}{10} \times \frac{3}{5} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{500}$$

(i), (ii), (iii), (iv)는 모두 배반사건이므로 구하는 확률은 덧셈정리에 의하여

$$\frac{567}{1000} + \frac{63}{1000} + \frac{21}{500} + \frac{81}{500} = \frac{417}{500}$$

따라서  $p = 500, q = 417$  이므로  $p + q = 917$

9) <답> ⑤

신상품이 출시된 날 전화한 고객을 대상으로 세 사건 A, B, C를

A : 전화로 상담을 한 고객이 보험 계약을 하는 사건

B : 전화한 당일 상담을 하는 사건

C : 다음날 계약을 통해 상담을 하는 사건

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap C)$  이므로

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C)P(A|C)$$

$$= 0.7 \times 0.8 + 0.3 \times 0.5$$

$$= 0.56 + 0.15 = 0.71$$

10) <답> ⑤

흰 구슬을 w, 검은 구슬을 b라 하면 구슬을 꺼내는 경우는 (b, b), (b, w), (w, b), (w, w)의 네 가지이고, 이 중 바꾸어 넣었을 때 변화가 없는 경우는 (b, b), (w, w)의 2가지이다.

그러므로 색깔이 바뀌지 않을 확률은  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

ㄱ. 1번 시행하였을 때, 처음과 같이 각 주머니에 흰 구슬과 검은 구슬이 각각 1개씩 들어 있을 확률은

$$p_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ (참)}$$

ㄴ. 1번 시행한 후, A, B 두 주머니에는 흰 구슬과 검은 구슬이 각각 1개씩 들어 있는 경우와 같은 색 구슬이 2개씩 들어있는 경우가 있다. 따라서

$$p_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times 1 = \frac{3}{4}$$

마찬가지 방법으로

$$p_3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times 1 = \frac{5}{8}$$

$$\therefore p_2 + p_3 = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8} \text{ (참)}$$

$$\text{ㄷ. } p_{n+1} = \frac{1}{2}p_n + (1 - p_n) \times 1$$

$$\therefore p_{n+1} = -\frac{1}{2}p_n + 1 \quad \dots\dots \textcircled{\ominus}$$

$$\textcircled{\ominus} \text{에서 } p_{n+1} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{2}\left(p_n - \frac{2}{3}\right)$$

$$p_n - \frac{2}{3} = \left(p_1 - \frac{2}{3}\right) \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore p_n = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{2}{3} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

11) [정답] ㉓

[풀이]

6명을 2명씩 짝을 짓는 방법의 수는

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} = 15$$

A와 B는 같은 조에 편성되고 C와 D는 다른 조에 편성되는 경우의 수는

(A, B), (C, E), (D, F)와 (A, B), (C, F), (D, E)

인 2가지 밖에 없으므로  $P = \frac{2}{15}$

12) [정답] ㉕

[풀이]

[출제의도] 확률의 성질을 활용하여 문제해결하기

주머니에서 임의로 5개의 공을 동시에 꺼내는

방법의 수는  ${}_{10}C_5 = 252$

i) 연속된 세 수가 {1, 2, 3}인 경우

4를 제외한 6개 중 2개를 선택하므로  ${}_6C_2 = 15$

ii) 연속된 세 수가 {8, 9, 10}인 경우

7을 제외한 6개 중 2개를 선택하므로  ${}_6C_2 = 15$

iii) 연속된 세 수가 {n+1, n+2, n+3}

(n=1, 2, 3, 4, 5, 6)인 경우

n과 n+4를 제외한 5개 중 2개를 선택하므로

$$6 \times {}_5C_2 = 60$$

i), ii), iii)에 의하여  $n(A) = 90$

$$\text{따라서 } P(A) = \frac{90}{252} = \frac{5}{14}$$

13) [정답] ㉑

[풀이]

[출제의도] 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있는

가?

주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 나열하는 경우는 1의 숫자가 적힌 공의 개수에 따라 각 경우로 나누면 다음과 같다.

(i) 1이 2개인 경우 (1, 1, □, □)

2, 3, 4중 2개를 뽑아 4개의 수를 배열하는 경우의 수는

$${}_3C_2 \times \frac{4!}{2!}$$

(ii) 1이 1개인 경우 (1, 2, 3, 4)

1, 2, 3, 4를 배열하는 경우의 수는

$$4!$$

(i), (ii)에 의하여 4개의 공을 나열하는 경우의 수는

$${}_3C_2 \times \frac{4!}{2!} + 4! = 36 + 24 = 60$$

한편, 나열된 순서대로 공에 적힌 수를 a, b, c, d라 할 때,  $a \leq b \leq c \leq d$ 인 경우의 수는

(i) 에서 1123, 1124, 1134의 3가지,

(ii) 에서 1234의 1가지이다.

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3+1}{36+24} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

14) [정답] 41

[풀이]

[출제의도] 이항계수의 성질과 확률의 뜻을 이해하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$${}_5C_1 + {}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_5C_4 + {}_5C_5 = 2^5 - 1 = 31 \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 확률은 } \frac{{}_5C_2}{31} = \frac{10}{31} \text{ 이다.}$$

$$\therefore p+q = 31+10 = 41$$