

제 2 교시

# 수학 영역(나형)

홀수형

5지선다형

1.  $3^{-1} \times 9^2$ 의 값은? [2점]

- ① 81      ② 27      ③ 9      ④ 3      ⑤ 1

2. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{0, 3, 6\}$ 에 대하여  $n(A-B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x(t)$ 가

$$x(t) = 2t + 4$$

일 때,  $t = 2$ 에서의 속도는? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③ 2      ④ 4      ⑤ 8

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^n}{3^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{7}{18}$       ③  $\frac{4}{9}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{9}$

5. 함수  $f(x) = \begin{cases} -2x & (x < 1) \\ x^2 - a & (x \geq 1) \end{cases}$  가  $x=1$ 에서 연속일 때,  $a$ 의 값은? [3점]

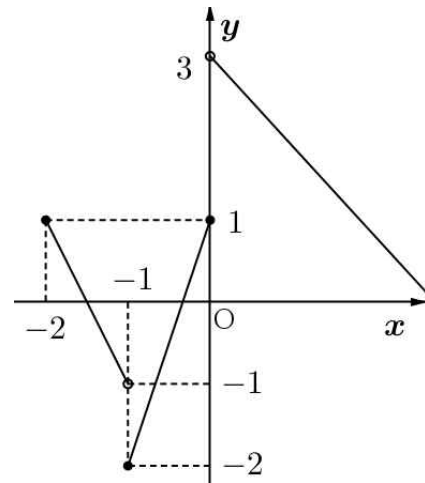
- ① 7      ② 6      ③ 5      ④ 4      ⑤ 3

6. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수

$f(x) = \begin{cases} x+a & (x \neq 5) \\ a & (x=5) \end{cases}$  가 정의되기 위한  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

7. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

8. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합

$A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 4, 5\}$ 에 대하여 집합  $(A \cup B^c)^c$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

9. 서로 독립인 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A^c) = 2P(B), \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때,  $P(A)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{4}$       ②  $\frac{11}{16}$       ③  $\frac{5}{8}$       ④  $\frac{9}{16}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

10. 두 함수

$$f(x) = x, \quad g(x) = x^2 - 2x$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{7}{2}$       ② 4      ③  $\frac{9}{2}$       ④ 5      ⑤  $\frac{11}{2}$

11. 10개의 문자 E, Y, E, C, O, N, T, A, C, T를 배열하여 만들 수 있는 문자열 중 하나를 고를 때, 두 개의 E가 서로 이웃한 문자열을 고를 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$     ②  $\frac{3}{10}$     ③  $\frac{2}{5}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{3}{5}$

12. 1, 2를 포함한 5개의 자연수로 9를 분할하는 방법의 수는?

[3점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

13. 음이 아닌 정수  $x, y, z, w$ 에 대하여 방정식  $x+y+z=4^{2-w}$ 을 만족시키는 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수는? [3점]

- ① 169      ② 171      ③ 173      ④ 175      ⑤ 177

14. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 하자.

$S_n = \frac{3n+1}{n}$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - a_n}{1+a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

15. 명제

‘ $x \geq 4$  이면  $x^2 - 6x + a \geq 0$  이다.’

가 참이 되도록 하는  $a$ 의 최솟값은? [4점]

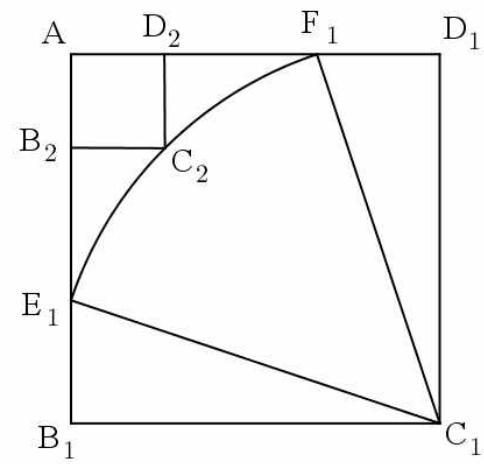
- ① 12      ② 11      ③ 10      ④ 9      ⑤ 8

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형  $AB_1C_1D_1$ 의 두 변  $AB_1, AD_1$ 을 2:1로 내분하는 점을 각각  $E_1, F_1$ 이라 하자.

중심을  $C_1$ 으로 하고 두 점  $E_1, F_1$ 을 지나는 부채꼴을 그린 후 사각형  $AB_2C_2D_2$ 가 정사각형이 되도록 변  $AB_1$  위의 점  $B_2$ , 호  $E_1F_1$  위의 점  $C_2$ , 변  $AD_1$  위의 점  $D_2$ 를 잡는다.

이와 같은 방법으로 중심을  $C_n$ 으로 하고 두 변  $AB_n, AD_n$ 을 2:1로 내분하는 점  $E_n, F_n$ 을 지나는 부채꼴을 그린 후 사각형  $AB_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ 가 정사각형이 되도록 변  $AB_n$  위의 점  $B_{n+1}$ , 호  $E_nF_n$  위의 점  $C_{n+1}$ , 변  $AD_n$  위의 점  $D_{n+1}$ 를 잡는다.

사각형  $AB_nC_nD_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{81}{155}(6\sqrt{5}-5)$       ②  $\frac{81}{145}(6\sqrt{5}-5)$       ③  $\frac{486}{155}\sqrt{5}$   
 ④  $\frac{81}{155}(6\sqrt{5}+5)$       ⑤  $\frac{81}{145}(6\sqrt{5}+5)$

17. 수열  $\{a_n\}$ 은 2 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} a_m + 3 & (n \text{이 홀수일 때}) \\ 2a_m & (n \text{이 짝수일 때}) \end{cases} \quad (\text{단, } m = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$$

를 만족시킨다.  $a_6 + a_8 = 26$ 일 때,  $a_{12}$ 의 값은?  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않는 최대의 정수이다.) [4점]

- ① 20      ② 18      ③ 16      ④ 14      ⑤ 12

18. 함수  $f(x) = ax(x-6)$  ( $a > 0$ )와 6이하의 음이 아닌 정수  $k$ 에 대하여  ${}_6C_k \times f(k)$ 의 최솟값이  $-10$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하는 과정이다.

*i)*  $k=0$  or  $6$ 일 때,  
 ${}_6C_k \times f(k) = 0$  이다.

*ii)*  $1 \leq k \leq 5$ 일 때,  
 ${}_6C_k = \frac{6!}{\text{(가)} \times k!}$  이므로  
 ${}_6C_k \times f(k) = -\frac{6!a}{(5-k)!(k-1)!}$  이다.  
 $\frac{4!}{(5-k)!(k-1)!} = {}_4C_{k-1}$  이므로,  
 ${}_6C_k \times f(k)$ 는  $k = \text{(나)}$  에서 최솟값을 갖는다.

*i), ii)*에 의하여,  ${}_6C_k \times f(k)$ 의 최솟값이  $-10$ 이 되도록 하는  $a$ 의 값은  $\text{(다)}$  이다.

위의 (가)에 알맞은 식을  $g(k)$  라 하고, (나), (다)에 알맞은 숫자를 각각  $p, q$  라 할 때,  $g\left(\frac{1}{2pq}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ② 6      ③ 24      ④ 48      ⑤ 120

19. 함수  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ )의 그래프를  $x$ 축의 양의 방향으로 2만큼  
 평행이동한 그래프 위에 점 P가 있을 때, 점 P에서  $x$ 축,  $y$ 축에  
 내린 수선의 발을 각각  $H_1, H_2$ 라 하자. 원점 O에 대하여  
 사각형  $OPH_1H_2$ 의 둘레의 길이의 최솟값은? [4점]
- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

20. 자연수  $a$ 와 정규분포  $N(10, 2^2)$ 을  
 따르는 확률변수  $X$ 에 대하여  
 $x \geq a$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 를  
 $f(x) = P(a \leq X \leq x)$  라 하자.  
 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여  
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로  
 고른 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

<보 기>

ㄱ.  $a = 6$ 일 때,  $f(14) = 0.9544$   
 ㄴ.  $f(a+2)$ 의 최댓값은 0.3830이다.  
 ㄷ. 방정식  $f(x) = 0.7$ 의 실근이 존재하지 않기 위한  
 자연수  $a$ 의 최솟값은 9이다.

- ① ㄱ                          ② ㄱ, ㄴ                          ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 좌표평면에서 자연수  $m$ 과 함수  $f(x) = \left| \frac{30}{x-2m} \right|$ 에 대하여 점  $P(a, b)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a$ 는  $2m$ 이 아닌 자연수이고  $b$ 는 자연수이다.  
 (나)  $b \leq f(a)$

자연수  $n$ 에 대하여  $a > n$ 인 점  $P$ 의 개수를  $A_n$ ,  $a < n$ 인 점  $P$ 의 개수를  $B_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{2m} A_n > \sum_{n=2m}^{4m-1} B_n$ 가 되도록 하는  $m$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 10      ② 15      ③ 20      ④ 25      ⑤ 30

단답형

22.  $\log_3 54 - \log_9 4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수  $X$ 에 대하여  $E(3X) = 6$ ,  $V(2X) = 36$ 일 때,  $E(X^2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 + a_4 = 7$ ,  $a_1 + a_3 + a_5 = 9$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어떤 자연수  $n$ 보다 작거나 같은 자연수  $m$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 x^m dx = 0$$

을 만족시키는 자연수  $m$ 의 개수가 5일 때, 가능한 모든  $n$ 의 합을 구하시오. [3점]

26. A, B를 포함한 6명의 학생들이 검은색 볼펜 3개, 빨간색 볼펜 2개, 파란색 볼펜 1개를 모두 1개씩 나눠가지려 한다. A, B가 같은 색의 볼펜을 받았을 때, 그 색이 검은색일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 함수  $f(x) = \begin{cases} |x+1| & (x < 0) \\ x(x-3)^2 & (x \geq 0) \end{cases}$  가 극대, 극소가 되도록 하는  $x$ 의 개수를 각각  $m, n$ 이라 하자.  $5m+n$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $a_2\left(\frac{1}{a_1} + \frac{4}{a_3}\right) = 4$ ,  $S_6 + S_3 = 60$ 이다.  $a_4 + a_5 + a_6$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 자연수  $k$ 에 대하여  $a_k \neq 0$ 이다.) [4점]

29. 다음 조건을 만족시키는 사차함수  $f(x)$ 에 대하여  $\frac{f'(2)}{f'(0)}$ 의 값이 될 수 있는 두 값을  $\alpha, \beta$  라 하자.  $90(\alpha+\beta)$ 의 값을 구하시오. (단,  $\alpha \neq \beta$ 이다.) [4점]

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x-n)^n f'(n) \leq 0$   
 (단,  $n=1, 2, 3$ )  
 (나) 극대 또는 극소인 점은 오직 하나이다.

30. 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여 연속함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases} \text{가 다음 조건을 만족시킨다.}$$

$$(가) \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{h(t)}{t^2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{h(t)}{t^3} = 1$$

$$(나) \{x \mid \lim_{t \rightarrow 0} h'(x-t)h'(x+t) \leq 0\} = \{-1, 1\}$$

$h(0) < 0$ 이고 함수  $y = |h(x)|$ 가 두 점에서만 미분가능하지 않을 때,  $h(3)h(-3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.